

ŘEŠENÍ OBVODŮ GRAFY SIGNÁLOVÝCH TOKŮ

Josef Punčochář Jitka Mohylová Petr Orság

Ostrava 2012

PŘEDMLUVA

Vážený čtenáři,

text, který právě dostáváte, vznikl v rámci řešení projektu "Matematika pro inženýry 21. století -- inovace výuky matematiky na technických školách v nových podmínkách rychle se vyvíjející informační a technické společnosti". Projekt je řešen na Vysoké škole báňské – Technické univerzitě v Ostravě a Západočeské univerzitě v Plzni v období 2009 -- 2012.

Cílem projektu je inovace matematických a některých odborných kurzů na technických vysokých školách s cílem získat zájem studentů, zvýšit efektivnost výuky, zpřístupnit prakticky aplikovatelné výsledky moderní matematiky a vytvořit předpoklady pro efektivní výuku inženýrských předmětů. Metodiku výuky matematiky a její atraktivnost pro studenty chceme zlepšit důrazem na motivaci a důsledným používáním postupu "od problému k řešení".

V rámci projektu vzniká 40 nových výukových materiálů z oblastí matematické analýzy, lineární algebry, numerických metod, metod optimalizace, diskrétní matematiky, teorie grafů, statistiky a několika odborných kurzů. Všechny hotové výukové materiály budou volně k dispozici na webových stránkách projektu <u>http://mi21.vsb.cz</u>

Autoři předem děkují za všechny případné nápady a návrhy k vylepšení textu i za upozornění na chyby.

Materiál, který máte před sebou není určen pro elektroniky začátečníky. Předpokládá se rutinní znalost Ohmova zákona a Kirchhoffových zákonů, ze kterých všechny metody analýzy vždy vycházejí, i když to v konečných algoritmech není někdy právě patrné. Rovněž se předpokládají základní vědomosti o elektronických zesilovacích strukturách. Potřebné znalosti jsou však na příslušných místech zopakovány, případně je uveden odkaz na vhodnou dostupnou literaturu.

Následující stránky obsahují uspořádanou sumu informací z oblasti řešení lineárních elektronických obvodů pomocí orientovaných grafů signálových toků. Jsou popsány efektivní algoritmy pro jejich "ruční řešení". Základním východiskem je zde vždy zobecněná metoda uzlových napětí. A to pro svou univerzálnost a jednoduchou šipkovou konvenci, kterou je snadné při praktickém řešení problémů dodržet.

Pro snadnější pochopení problematiky je výklad proložen řadou řešených příkladů. Pro procvičení jsou pak doplněny příklady k samostatnému řešení, testy a otázky k problematice.

Materiál obsahuje čtyři samostatné základní části. První část – "I. Úvod do teorie grafů" – zavádí základní pojmy z teorie grafů, jejich přiřazení k systému lineárních rovnic a jejich řešení (vyhodnocení grafu) upravováním nebo pomocí Masonova pravidla. Bez velmi dobrého zvládnutí části I nemá vlastně smysl pokračovat v dalším studiu materiálu – je to nutná prerekvizita. Jak je materiál zvládnut vyplyne z úspěšnosti při řešení příkladů a testu.

V části "II. Grafy signálových toků v metodě uzlových napětí – intuitivně stanovené modely aktivních prvků" je nejdříve stručně zopakována zobecněná metoda uzlových napětí a odvozeny admitanční modely moderních zesilovacích struktury i dnes již klasických aktivních

trojpólů. Poté jsou definovány algoritmy pro řešení obvodů grafy signálových toků s operačním zesilovačem (OZ) a transkonduktančním zesilovačem (OTA). Jsou identifikovány nevýhody práce s intuitivně získanými modely (grafy) těchto zesilovacích struktur.

V části "III. Modely aktivních prvků na základě modelů admitančních" je definován exaktní algoritmus pro získání grafů signálových toků (MB grafů) ze známého admitančního modelu prvku, je stanoven algoritmus pro řešení lineárních obvodů pomocí těchto grafů. Ukáže se, že algoritmy z části II jsou pouze limitními případy algoritmů v části III.

Při analýze lineárních elektronických obvodů se lze setkat i s grafy MC (Mason – Coatesův). V části "IV. Vztah mezi grafem MB a MC" si ukážeme, že východiska pro odvození grafů jsou stále stejná, že mezi grafy MC a MB je jednoznačná souvislost. Také metodika řešení obvodů pomocí grafů MC je obdobná jako u grafů MB.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ŘEŠENÍ OBVODŮ GRAFY SIGNÁLOVÝCH TOKŮ I

Josef Punčochář Jitka Mohylová Petr Orság

I.	ÚVOD DO TEORIE GRAFŮ			6
	1. ZÁKLADNÍ POJMY			
	2.	PŘIŘ ZÁK	XAZENÍ GRAFU K LINEÁRNÍ ROVNICI, OBJASNĚNÍ LADNÍCH POJMŮ	7
		2.1	Základní přiřazení grafu k rovnici	7
		2.2	Věta aditivní	7
		2.3	Věta přenosová	7
		2.4	Klička (vlastní smyčka uzlu grafu)	8
		2.5	Příklad grafu	8
	3.	PRA	VIDLA PRO ZJEDNODUŠOVÁNÍ	9
		3.1	Přenos přímé cesty	9
		3.2	Přenos paralelně řazených cest (stejně orientovaných)	9
		3.3	Vyloučení uzlu (nesmyčkového)	10
		3.4	Sečtení přenosů kliček (vlastních smyček) uzlu	10
		3.5	Vyloučení kličky s přenosem <i>b</i>	11
		3.6	Inverze grafu	11
		3.7	Poznámka – "zesložitění" grafu	12

	4.	ZÁKLADNÍ DOPORUČENÍ A POSTUPY	13
		4.1 Uzel s jedním vstupem a jedním výstupem (uzly 2. řádu)	13
		4.2 Odstranění paralelních (stejně orientovaných) větví	13
		4.3 Odstranění uzlu s kličkou	14
		4.4 Odstranění smyčkového proudu	14
	5.	ZÁKLADNÍ PŘIŘAZENÍ GRAFU SYSTÉMU LINEÁRNÍCH ROVNIC	20
	6.	PŘÍKLADY NA URČOVÁNÍ PŘENOSU GRAFU UPRAVOVÁNÍM	21
	7.	MASONOVO PRAVIDLO	29
	8.	SHRNUTÍ	35
	9.	ZÁVĚREČNÝ TEST	36
	10.	OTÁZKY K PROBLEMATICE	38
		LITERATURA	38
II.	GRA INT	AFY SIGNÁLOVÝCH TOKŮ V METODĚ UZLOVÝCH NAPĚTÍ - UITIVNĚ STANOVENÉ MODELY AKTIVNÍCH PRVKŮ	39
III.	MO ADI	DELY AKTIVNÍCH PRVKŮ NA ZÁKLADĚ MODELŮ MITANČNÍCH	93
IV.	VZT (Ma	TAH MEZI GRAFEM MB A GRAFEM MC son – Coatesův graf)	149
	ZÁV	∕Ĕ R	164
	REJ	STŘÍK	165

I. ÚVOD DO TEORIE GRAFŮ

Při řešení elektronických obvodů lze použité elektronické prvky modelovat náhradními zapojeními a systém popsat soustavou rovnic plynoucí z Kirchhoffových zákonů a Ohmova zákona. Algoritmizací řešení rovnic dospějeme k rutinním metodám - t.j. k metodě smyčkových proudů, uzlových napětí, řezových napětí.

Pokud popíšeme aktivní prvky admitančními maticemi, hovoříme o zobecněné metodě uzlových napětí (Sigorského metoda). Výchozí soustavu rovnic lze však řešit i *metodou grafů signálových toků* (metoda orientovaných grafů). Za autora metody je považován S. J. Mason. Hledanou veličinu (přenos proudu, přenos napětí, vstupní nebo přenosovou imitanci,...) lze určit buď *postupným zjednodušováním grafu* nebo použitím *Masonova pravidla pro přímý výpočet přenosu grafu*.

1. ZÁKLADNÍ POJMY

V této části budou uvedeny základní pojmy, které budou dále objasněny na příkladech:

graf signálových toků - geometrický útvar složený z **uzlů**, **větví** a **smyček**, který je vyjádřením soustavy lineárních rovnic, jež popisují řešený obvod (zkráceně pouze graf)

uzel - bod grafu, který představuje závislou nebo nezávislou veličinu (signál)

větev (orientovaná) - orientovaná čára spojující dva uzly, je charakterizována přenosem větve

vstupní uzel (počáteční) - uzel, který odpovídá vstupní veličině

výstupní uzel (koncový) - odpovídá výstupní veličině

spotřebičový uzel (nora) - větvě pouze vstupují - není počátečním uzlem žádné větve

zdrojový uzel (zřídlo) - větve pouze vystupují - není koncovým uzlem žádné větve

kaskádní uzel - uzel, který není součástí smyčky (neleží ve smyčce)

cesta - část grafu tvořená jednou nebo několika větvemi, jež jsou shodně orientovány

přímá cesta - cesta, ve které se libovolný uzel grafu vyskytuje maximálně jedenkrát

smyčka - cesta, která se vrací do výchozího uzlu

vlastní smyčka (klička) - smyčka, která se vrací do výchozího uzlu a neprochází žádným jiným uzlem

přenos přímé cesty - součin přenosů větví tvořících cestu

přenos smyčky - součin přenosů větví smyčky

přímý graf - obsahuje jen přímé cesty

smyčkový graf - obsahuje alespoň jednu smyčku

2. PŘIŘAZENÍ GRAFU K LINEÁRNÍ ROVNICI, OBJASNĚNÍ ZÁKLADNÍCH POJMŮ

V této části budou uvedeny elementární rovnice a jim odpovídající orientované grafy a stručnou formou potřebné komentáře, které navazují na slovník základních pojmů. Postupně tak bude objasněn algoritmus umožňující řešit systém lineárních rovnic grafy signálových toků. Tyto poznatky budou v dalších částech práce aplikovány na řešení lineárních elektronických obvodů, jejichž admitanční modely známe (nebo je umíme sestavit).

2.1 Základní přiřazení grafu k rovnici

Rovnici $x_2 = a.x_1$ odpovídá orientovaný graf na obr. 1. Platí, že

x₁, x₂ - veličiny (signály) x₁ - nezávislá; x₂ - závislá x₁ - zde zřídlo; x₂ - zde nora x₁ - zde počáteční uzel



Obr. 1 Základní orientovaný graf odpovídající rovnici $x_2 = a.x_1$

2.2 Věta aditivní

Rovnici $x_2 = ax_1 + bx_3$ odpovídá graf na obr. 2. Jedná se o tzv. větu aditivní: *veličina (signál) uzlu je dána součtem všech veličin do uzlu vstupujících.*



Obr. 2 Graf odpovídající rovnici $x_2 = ax_1 + bx_3$; věta aditivní

2.3 Věta přenosová

Věta přenosová je jakousi doplňkovou větou věty aditivní: *signál uzlu je přenášen všemi větvemi z uzlu vycházejícími* (zobrazení je na obr. 3).



Obr. 3 Elementární graf popisující význam věty přenosové

2.4 Klička (vlastní smyčka uzlu grafu)

Rovnici typu $x_2 = bx_2 + cx_3 + ax_1$ odpovídá klička **b** (vlastní smyčka); x_2 je totiž obsaženo na obou stranách rovnice; odpovídající graf je na obr. 4.



Obr. 4 Elementární graf popisující vlastní smyčku grafu; vyplyne z rovnice $x_2 = bx_2 + cx_3 + ax_1$

2.5 Příklad grafu

Příklad složitějšího grafu je na obr. 5. Pomocí tohoto grafu objasníme některé další používané pojmy.



Obr. 5 Příklad složitějšího grafu (orientovaného)

Pro obr. 5 platí:

je to graf smyčkový
přímé cesty jsou 2: a - b - c - d; přenos cesty = abcd a - e - f - d; přenos cesty = aefd

- uzly:	x_1 - zřídlo
	x_5 - nora
	x_2, x_3 - smyčkové uzly
 nepřímá cest 	a (není to cesta): $a - e - g - b - c - d$ (uzel x_2 obsažen dvakrát)
- smyčky:	e.g; h (klička)

3. PRAVIDLA PRO ZJEDNODUŠOVÁNÍ

(transfigurace grafů, určení přenosu zjednodušováním)

Pravidla pro úpravy grafů plynou přímo ze skutečností uvedených v předchozích kapitolách.

3.1 Přenos přímé cesty

Přenos přímé cesty je roven součinu přenosů větví cesty - obr. 6.



Obr. 6 Základní ekvivalence pro přenos přímé cesty

Podle základních definic totiž platí $x_3 = bx_2 = b(ax_1) = abx_1$. Není proto obtížné nakreslit graf ekvivalentní. Je zřejmé, že stejný postup lze použít pro libovolně dlouhou přímou cestu. Graf lze někdy tímto způsobem významně zjednodušit - zpřehlednit.

3.2 Přenos paralelně řazených cest (stejně orientovaných)

Přenos paralelně řazených cest (stejně orientovaných) je roven **součtu přenosů** těchto cest – obr. 7.



Obr. 7 Základní ekvivalence pro přenos stejně orientovaných paralelních cest

Pomocí aditivní věty snadno určíme $x_2 = ax_1 + bx_1 = (a+b)x_1$. Vytvoření ekvivalentního grafu na obr. 7 je proto zřejmé.

3.3 Vyloučení uzlu (nesmyčkového)

Uzel, který má být vyloučen, musí být "zahrnut" **do všech** možných **přímých cest**, které jím procházejí (se kterými inciduje) – obr. 8.



Obr. 8 Vyloučení (odstranění) uzlu y - příklad

Z aditivní věty platí: $y = a_1x_1 + a_2x_2 + ... + a_nx_n$ Z přenosové věty: $z_1 = b_1y$; $z_2 = b_2y$; $z_m = b_my$ Nyní již lze určit, že i-tému uzlu z_i "přísluší" signál

```
z_i = a_1 b_i x_1 + a_2 b_i x_2 + \dots + a_n b_i x_n
```

a tomu odpovídá i ekvivalentní graf - prostě zaznamenáme <u>všechny možné přenosy</u> "přes uzel y".

3.4 Sečtení přenosů kliček (vlastních smyček) uzlu

Přísluší-li jednomu uzlu více kliček, můžeme je nahradit kličkou jedinou. Její přenos je roven **součtu** přenosů všech kliček – obr. 9.



Obr. 9 Sečtení přenosů kliček (vlastních smyček)

Je zřejmé, že situaci na obrázku vyhovuje popis

 $x = A + a_1 x + a_2 x + \dots + a_n x$

kde symboly a_i představují přenosy kliček uzlu *x*, symbol *A* popisuje všechny ostatní vstupy - v našem případě $A = b_1 x_1 + b_2 x_2$. Tomuto popisu zcela odpovídá ekvivalentní graf s přenosem ekvivalentní kličky $a = \sum_{i=1}^{n} a_i$.

3.5 Vyloučení kličky s přenosem b

Přenos každé vstupující větvě dělíme členem (1 - b) a kličku vynecháme – obr. 10.



Obr. 10 Vyloučení kličky (vlastní smyčky)

Pro situaci na obrázku platí rovnice:

 $y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n + by$

Elementární úpravou dostaneme

$$y = (a_1x_1 + \dots + a_nx_n)/(1 - b) = x_1a_1/(1 - b) + \dots + x_na_n/(1 - b)$$

Tato úprava zdůvodňuje pravidlo a ekvivalenci obou grafů znázorněné na obr. 10.

3.6 Inverze grafu

Jedná se o pomocné pravidlo (a je lépe ji nepoužívat, protože je poměrně náročná - snadno může dojít k omylu). Někdy je potřeba vyjádřit přenos směrem opačným, než je vyjádřeno v grafu. Původní přenos je $x_i \rightarrow y$; požadujeme opačný směr $y \rightarrow x_i$. Znamená to, že musíme "přestavět" celou lineární rovnici, které graf odpovídá. Původní rovnice je

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_ix_i + \dots + a_nx_n = y$$



všechny signály vtékají "do y" – obr. 11 vlevo.

Pokud mají všechny signály vtékat do uzlu x_i, musíme x_i "osamostatnit":

$$-\frac{a_1}{a_i}x_1 - \frac{a_2}{a_i}x_2 - \dots - \frac{a_n}{a_i}x_n + \frac{1}{a_i}y = x_i$$

Konstrukce ekvivalentního invertovaného grafu je nyní jasná - všechny uzly x_k mají orientované větve s přenosem $-a_k/a_i$ do uzlu x_i ; uzel y má přenos $+1/a_i$ do uzlu x_i , k = 1 až n, vyjma k = i – obr. 11 vpravo. Je zřejmé, že opakováním inverze dostaneme opět původní graf.

3.7 Poznámka – "zesložitění" grafu

Dosud byla uváděna základní pravidla pro zjednodušování grafů. Tento postup slouží analýze. Jednoduše lze na základě naprosto stejných úvah definovat i "obrácená" pravidla pro "zesložitění" grafů - lze je použít pro syntézu obvodů – obr. 12 až obr. 15.







Obr. 13 Rozklad kličky (vlastní smyčky; zmnožení)



Obr. 14 Vložení uzlu grafu; $a_{ij} = b_i c_j$; zde: $a_{11} = b_1 c_1$, $a_{21} = b_2 c_1$, $a_{12} = b_1 c_2$, $a_{22} = b_2 c_2$



Obr. 15 Zavedení smyčky (b \neq 1); $y = \frac{ba_1x_1 + ba_2x_2}{1 - (1 - b)} = a_1x_1 + a_2x_2$

4. ZÁKLADNÍ DOPORUČENÍ A POSTUPY

Všechna následující pravidla či příklady jsou přímým důsledkem uvedených pravidel - i když to někdy není zřejmé na první pohled.

4.1 Uzel s jedním vstupem a jedním výstupem (uzly 2. řádu)

Je vhodné *odstranit uzly, které mají pouze jeden vstup a jeden výstup* (uzly 2. řádu - využívá se přímo pravidla 3.1) – obr. 16.



Obr. 16 Odstranění uzlu 2. řádu

4.2 Odstranění paralelních (stejně orientovaných) větví

Je vhodné odstranit všechny paralelní (stejně orientované) větve (pravidlo 3.2) – obr. 17.



Obr. 17 Odstranění paralelních (stejně orientovaných) větví

4.3 Odstranění uzlu s kličkou

Je vhodné odstranit všechny vlastní smyčky (kličky), možný příklad za použití pravidel 3.5 a 3.3 je na obr. 18.



Obr. 18 Odstranění uzlu s vlastní smyčkou

Je zřejmé, že konečnou podobu grafu získáme respektováním všech možných cest přes uzel y, přičemž na všechny vstupující větve "působí" klička *f*. Nejjednodušším případem je uzel s jednou větví vstupující i vystupující a kličkou – obr. 19.



Obr. 19 Nejjednodušší případ při odstranění vlastní smyčky

4.4 Odstranění smyčkového uzlu

Při odstraňování smyčkového uzlu se musí *důsledně zkoumat všechny přímé i vlastní cesty procházející odstraňovaným uzlem*. Řešení problému bude demonstrováno na řadě vzorových příkladů pro úpravu grafu.

Příklad 4.4.1

Jednoduchá situace je na obr. 20. Chceme odstranit uzel $x_2 - zkoumáme všechny cesty přes x_2$.



Obr. 20 Odstranění smyčkového uzlu – příklad 4.4.1

Přímá cesta $x_1 \rightarrow x_3$ má přenos *ab*. Další "přímá cesta" $x_3 \rightarrow x_3$ (přes x_2) má přenos *bc* (tvoří smyčku k x_3). Do nového grafu zaznamenáme všechny existující cesty "přes x_2 ", takže uzel lze vypustit, informace jím nesená je již v zaznamenaných cestách plně obsažena.

Příklad 4.4.2

Poněkud složitější případ představuje odstranění uzlu x_5 na obr. 21. Musíme zkoumat všechny uzly s tímto uzlem propojené. Graf za uzlem x_6 v prvním kroku neměníme. Zkoumáme všechny možné přímé cesty a určujeme jejich přenosy, které pak uvedeme do grafu bez uzlu x_5 , graf za uzlem x_6 zůstává stejný. Všechny možné cesty týkající se uzlů x_1 , x_2 , x_5 a x_6 jsou vyznačeny v tabulce, včetně komentářů, která je součástí obr. 21. Výsledkem prvního kroku je graf umístěný na obr. 22. Ve druhém kroku již není obtížné pokračovat podle čl. 4.3 (obr. 18), výsledek viz. obr. 23.



cesta	přenos	poznámka
$x_1 \rightarrow x_6$	ac	
$x_1 \rightarrow x_2$		není cesta
$x_1 \rightarrow x_1$		není cesta
$x_2 \rightarrow x_6$	bc	
$x_2 \rightarrow x_1$		není cesta
$x_2 \rightarrow x_2$		není cesta
$x_6 \rightarrow x_1$		není cesta
$x_6 \rightarrow x_2$		není cesta
$x_6 \rightarrow x_5 \rightarrow x_6$	cd	smyčka patřící k x ₆

Obr. 21 Odstranění smyčkového uzlu – výchozí stav – příklad 4.4.2



Obr. 22 Odstranění smyčkového uzlu – stav po aplikaci tabulky- příklad 4.4.2



Obr. 23 Odstranění smyčkového uzlu – stav po aplikaci čl. 4.3 – příklad 4.4.2

Příklad 4.4.3

Jestliže jsou smyčky zřetězeny, je vhodné začínat s upravováním od vnějších uzlů – obr. 24.



Obr. 24 Odstranění zřetězených smyček – příklad 4.4.3 – výchozí stav

V našem příkladu jsou současně odstraňovány uzly x_2 a x_5 ; zkoumáme tedy všechny možné cesty mezi x_1 a x_3 a mezi x_4 a x_6 - podle již uvedených postupů – obr. 25.



Obr. 25 Odstranění zřetězených smyček – příklad 4.4.3 – po odstranění uzlů x₂ a x₅

Klička *bc* se musí "promítnout" *do všech vstupujících větví* - viz čl. 3.5. Získáme graf na obr. 26.



Obr.26 Odstranění zřetězených smyček – příklad 4.4.3 – po odstranění kličky *bc*

Nyní je již možné odstranit uzel x_3 – obr. 27a, sečíst kličky uzlu x_4 – obr. 27b a určit celkový přenos – obr. 27c.



Obr. 27 Odstranění zřetězených smyček – příklad 4.4.3; a) – po odstranění uzlu *x*₃; b) po sečtení kliček uzlu *x*₄; c) celkový přenos

Příklad 4.4.4

Příklad odstranění uzlu ze složitější struktury - ze struktury na obrázku chceme odstranit přímo uzel x_3 . "Sousedními" uzly jsou x_1 , x_2 , x_4 - do jiných uzlů žádné větve nevedou.Oblast úpravy je vyznačena přerušovanými čarami.Větve f a h v grafu zůstávají (jsou mimo oblasti úprav) a proto cesty přes ně jdoucí nebereme v potaz - informace, které větve f a h "nesou" totiž zůstávají v grafu zachovány – obr. 28.



Obr.28 Odstranění uzlu *x*₃; příklad 4.4.4 – základní situace

ZÁKLADNÍ PRAVIDLO:

ZKOUMÁME VŠECHNY MOŽNÉ CESTY MEZI SOUSEDNÍMI UZLY VEDOUCÍ PŘES VYPOUŠTĚNÝ UZEL.

Všechny cesty jsou shrnuty v tabulce 1.

cesta	přenos	poznámka
$x_1 \rightarrow x_2$	<i>bc/</i> (1 - <i>e</i>)	
$x_1 \rightarrow x_4$	<i>bg/</i> (1 - <i>e</i>)	
$x_1 \rightarrow x_3 \rightarrow x_1$		není - pozn.1
$x_2 \rightarrow x_1$		není
$x_2 \rightarrow x_4$	dg/(1 - e)	h - zůstává v grafu, nyní se neuvažuje
$x_2 \rightarrow x_3 \rightarrow x_2$	<i>cd/</i> (1 - <i>e</i>)	
$x_4 \rightarrow x_1$		v oblasti úprav není; f - zůstává v grafu, nyní se neuvažuje
$x_4 \rightarrow x_2$		není
$x_4 \rightarrow x_3 \rightarrow x_4$		není

Tabulka 1. Vyznačení cest přes uzel x₃ z obr. 28

Pozn.1: cestu bgf s kličkou e zde neuvažujeme ze dvou důvodů. Jednak je větev f mimo oblast úprav a za druhé - nemůžeme uvažovat cestu přes uzel, který v grafu zůstává - zde x₄.

Jsou-li popsané všechny možné cesty, můžeme graf překreslit – obr. 29.



Obr.29a Odstranění uzlu *x*₃; příklad 4.4.4 – uzel odstraněn

Graf můžeme dále upravovat, například sečíst paralelní stejně orientované větve – obr. 29b.



Obr. 29b Odstranění uzlu *x*₃; příklad 4.4.4 – sečteny paralelní cesty

Příklad 4.4.5

Přenos od zřídla k noře v případě, že *přímá cesta se nedotýká všech smyček*, vede na řetězový zlomek. Jediným rozumným přístupem je začít s upravováním grafu "od konce smyček". Situace je zřejmá z obr. 30.







5. ZÁKLADNÍ PŘIŘAZENÍ GRAFU SYSTÉMU LINEÁRNÍCH ROVNIC

Mějme systém tří rovnic

 $a_{11} x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = y_1b_1$ $a_{21} x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = y_2b_2$ $a_{31} x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = y_3b_3$ x_1, x_2, x_3 - neznámé veličiny (např. uzlová napětí) y_1, y_2, y_3 - budicí veličiny (známé - např. zdroje proudu)

Z každé rovnice lze vyjádřit jednu neznámou veličinu. Správný tok grafu získáme, vyjádřímeli neznámý prvek vždy právě z diagonály matice. Z první rovnice tak určíme, že

$$x_1 = \frac{y_1 b_1}{a_{11}} - \frac{a_{12}}{a_{11}} x_2 - \frac{a_{13}}{a_{11}} x_3$$

K tomu je příslušný graf na obr. 31.



Obr. 31 Graf příslušný první neznámé po úpravě první rovnice:

$$x_1 = \frac{y_1 b_1}{a_{11}} - \frac{a_{12}}{a_{11}} x_2 - \frac{a_{13}}{a_{11}} x_3$$

Ze druhé a třetí rovnice tak dostaneme postupně grafy na obr. 32 a obr. 33.



Obr. 32 Graf příslušný druhé neznámé po úpravě druhé rovnice:

$$x_2 = \frac{y_2 b_2}{a_{22}} - \frac{a_{21}}{a_{22}} x_1 - \frac{a_{23}}{a_{22}} x_3$$



Obr. 33 Graf příslušný třetí neznámé po úpravě třetí rovnice:

$$x_3 = \frac{y_3 b_3}{a_{33}} - \frac{a_{31}}{a_{33}} x_1 - \frac{a_{32}}{a_{33}} x_2$$

Všechny tři lineární rovnice lze sloučit do jednoho grafu, který je pak možné "zkoumat" - tedy řešit – podle dříve stanovených postupů – obr. 34.



Obr. 34 Výsledný graf příslušný systému tří uvedených rovnic

Tento postup je zcela obecný a můžeme jej rozšířit na libovolný systém rovnic (řešitelných).

6. PŘÍKLADY NA URČOVÁNÍ PŘENOSU GRAFU UPRAVOVÁNÍM (řešené a k řešení)

Řešení grafů upravováním je v případě jednodušších grafů velmi produktivní a rychlé, Vyžaduje však jistý cvik a značnou pozornost. Proto bude na tomto místě uvedeno několik typických příkladů. Je nutné si uvědomit, že v některých případech je možné volit i jiný postup, výsledek by, ovšem, měl být stejný. *Řešený příklad* 6.1

Určete přenos signálového grafu na obr. 35.



Obr. 35 Graf pro řešený příklad 6.1

Nejdříve odstraníme uzel x_2 - stačí zkoumat poměry mezi x_1 a x_3 - cesty vedoucí přes x_2 . Stačí tedy upravovat podgraf (f - "zůstává" v grafu, nejde přes x_2 , v této fázi je není nutno uvažovat) na obr. 36.



Obr. 36 Podgraf z grafu na obr. 35

Pro podgraf na obr. 36 platí (vyšetřujeme všechny možné cesty přes x_2):

 $x_1 \rightarrow x_3$: přenos je *be*; $x_3 \rightarrow x_1$: přenos je *cd*; $x_1 \rightarrow x_1$: přenos je *bc*; $x_3 \rightarrow x_3$: přenos je *ed*

Proto můžeme nakreslit ekvivalentní schéma na obr. 37 – upravený podgraf.



Obr. 37 Upravený podgraf z obr. 36

Upravený podgraf se vloží zpět do původního grafu – obr. 38.



Obr. 38 Upravený graf z obr. 35 – po vložení upraveného podgrafu Nyní by bylo možné sečíst větve f + be a potom odstranit uzel x_1 . Začneme však přímo s odstraňováním uzlu x_1 - zkoumáme cesty mezi uzly x_0 a x_3 jdoucí přes uzel x_1 (zde už ani jiné

možnosti nejsou) - kličku *ed* zatím v grafu ponecháme, takže nemá na odstraňování uzlu x_1 vliv; kličku *bc* již uvažujeme:

 $x_0 \rightarrow x_3$: 1-ní cesta má přenos a/(1-bc) * f = af/(1-bc)2-há cesta má přenos a/(1-bc) * (be) = abe/(1-bc)přenosy obou paralelních větví lze sečíst.

$x_3 \rightarrow x_0$:	není cesta	
$x_3 \rightarrow x_3$:	1-ní cesta má přenos (cd)(be)/(1-bc)	
	2-há cesta má přenos (cd)f/(1-bc) - opět lze přenos kliček sečís	st.

Výsledný graf je zřejmý, stejně jako jeho další úpravy, kde se již používají jen dříve uvedená pravidla o sečítání kliček a o přenosu větve s kličkou – obr. 39.



Obr. 39 Upravený graf z obr. 38 - po odstranění uzlu x_1 a další úpravy

Přenos z uzlu x_o do uzlu x₃ lze nyní snadno určit:

$$\frac{x_3}{x_o} = \frac{af + abe}{1 - bc} \cdot \frac{1}{1 - \left(ed + \frac{bcde + cdf}{1 - bc}\right)} = \dots = \frac{abe + af}{1 - bc - de - cdf}$$

Z uvedeného příkladu plyne, že žádný univerzální postup pro smyčkové grafy není k dispozici.

Řešený příklad 6.2

Určete přenos nesmyčkového grafu na obr. 40. Pro nesmyčkové grafy je situace podstatně jednodušší - přenos je dán součtem přenosů všech přímých cest.



Obr. 40 Graf k řešenému příkladu 6.2 – včetně výsledku

Řešený příklad 6.3

Pro smyčkové grafy postupně odstraňujeme uzly, které nás nezajímají při řešení konkrétního přenosu. Znamená to, že graf můžeme řešit několikrát - podle toho, který přenos nás právě zajímá.

V grafu na obr. 41 určete přenos $x_1 \rightarrow x_4$ a rovněž přenos $x_1 \rightarrow x_5$.



Obr. 41 Graf k řešenému příkladu 6.3 – výchozí stav

Zajímá-li nás přenos $x_1 \rightarrow x_4$, nemusíme vůbec uvažovat větev *f* do uzlu x_5 - nijak neovlivní přenos do x_4 . Přenos budeme řešit upravováním grafu - odstraníme uzel x_3 .Cesty jdoucí <u>přes</u> <u>uzel x 3</u> jsou popsány v tabulce 2.

cesta	přenos	poznámky
$x_1 \rightarrow x_2$	ed	cesta $x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_3 \rightarrow x_4$ se nyní neuvažuje, protože uzel x_2 v
$x_1 \rightarrow x_4$	ec	grafu zůstává -větev a "nepatří" k odstraňovanému uzlu x_3
$x_2 \rightarrow x_1$	není	
$x_2 \rightarrow x_4$	bc	
$x_2 \rightarrow x_2$	bd	
$x_4 \rightarrow x_1$	není	
$x_4 \rightarrow x_2$	není	
$x_4 \rightarrow x_4$	není	

Tabulka 2. Vyznačení cest přes uzel x_3 z obr. 41

Nyní již můžeme překreslit graf (všechny zjištěné cesty) do následující podoby a postupně jej upravovat tak, jak je to zachyceno na obr. 42. Snadno tak určíme, že požadovaný přenos je

$$\frac{x_4}{x_1} = \frac{a+ed}{1-bd} \cdot bc + ec = \frac{abc+ec}{1-bd}$$



Obr. 42 Graf k řešenému příkladu 6.3 – úpravy pro určení přenosu x_4/x_1

Určujeme-li přenos do uzlu x_5 nemusíme vůbec uvažovat větev c do x_4 - nemá vliv. Opět budeme přenos řešit upravováním grafu - odstraníme uzel x_2 ; všechny cesty <u>jdoucí přes uzel</u> <u> x_2 </u> jsou opět shrnuty v tabulce 3.

cesta	přeno	poznámky
$x_1 \rightarrow x_5$	af	cesta <i>edf</i> se nyní neuvažuje - uzel x ₃ zůstává ;
$x_1 \rightarrow x_3$	ab	"representuje se sám"- větev e zůstává zakreslena
$x_1 {\rightarrow} x_1$	není	
$x_3 \rightarrow x_1$	není	
$x_3 \rightarrow x_5$	df	
$x_3 \rightarrow x_3$	bd	
$x_5 \rightarrow x_1$	není	
$x_5 \rightarrow x_3$	není	
$x_5 \rightarrow x_5$	není	

Tabulka 3. Vyznačení cest přes uzel x_2 z obr. 41

Opět můžeme nakreslit ekvivalentní graf z údajů v tabulce – obr. 43 – a tento graf dále upravovat a tak určit konečný přenos:

$$\frac{x_5}{x_1} = af + \frac{ab+e}{1-bd} \cdot df = \frac{af+edf}{1-bd}.$$



Obr. 43 Graf k řešenému příkladu 6.3 – úpravy pro určení přenosu x_5/x_1

Řešený příklad 6.4

Určete přenos $x_1 \rightarrow x_4$ grafu na obr. 44.



Obr. 44 Graf k řešenému příkladu 6.4 – výchozí stav

Nejdříve odstraníme uzel x_2 (zkoumáme všechny cesty procházející uzlem x_2) – obr. 45.



Obr. 45 Graf k řešenému příkladu 6.4 – stav po odstranění uzlu *x*₂

V dalším kroku budeme odstraňovat kličku cd a uzel x_3 – obr. 46. Víme, že klička má vliv vždy pouze na vstupující větev.



Obr. 46 Graf k řešenému příkladu 6.4 - stav po odstranění kličky *cd* a uzlu x_3

Kličky uzlu x_1 se vůbec neuplatní, výsledný přenos je

$$\frac{x_4}{x_1} = \frac{ade}{1 - cd}$$

Z tohoto upravovacího mechanismu plyne velmi důležité praktické pravidlo:

Určujeme-li přenos z uzlu x_i (zde to byl x₁), můžeme všechny větve do něj vstupující rozpojit a přenos se nemění (x_i totiž nyní representuje referenční – tedy známý - signál, který není možné nijak ovlivnit \rightarrow můžeme přerušit všechny vstupy).

Upravme nyní výchozí graf podle právě uvedeného pravidla – obr. 47.



Obr. 47 Graf k řešenému příkladu 6.4 – stav po rozpojení větve *b* vstupující do uzlu

Nyní můžeme přímo určit, že opět platí $\frac{x_4}{x_1} = \frac{ade}{1-cd}$.

Příklad k samostatnému řešení 6.1

Dokažte, že přenos x_4/x_1 grafu na obr. 48je

$$\frac{x_4}{x_1} = \frac{a(e+bd/(1-c))}{1-f(e+bd/(1-c))} = \frac{ae(1-c)+abd}{1-(c+ef+bdf)+ecf}$$



Obr. 48 Graf k příkladu pro samostatné řešení 6.1

Příklad k samostatnému řešení 6.2

Dokažte, že přenos x_4/x_2 grafu na obr. 49 je $x_4/x_2 = ed$.



Obr. 49 Graf k příkladu pro samostatné řešení 6.2

Příklad k samostatnému řešení 6.3

Dokažte, že přenos x_3/x_5 grafu na obr. 50 je $x_3/x_5 = ce$.



Obr. 50 Graf k příkladu pro samostatné řešení 6.3

Příklad k samostatnému řešení 6.4

Dokažte, že přenos x_1/x_3 grafu na obr. 49 je $x_1/x_3 = bc/(1-ab)$.

Příklad k samostatnému řešení 6.5

Dokažte, že přenos x_4/x_5 grafu na obr. 50 je $x_4/x_5 = cf$.

Příklad k samostatnému řešení 6.6

Dokažte, že přenos x_3/x_1 grafu na obr. 51 je $x_3/x_1 = ac/(1-d-bc)$.



Obr. 51 Graf k příkladu pro samostatné řešení 6.6

7. MASONOVO PRAVIDLO

Postupné zjednodušování grafů signálových toků je někdy velmi pracné. Existuje přímý postup pro určení přenosu ze zdroje (zřídla) do libovolného uzlu grafu - je to Masonovo pravidlo (věta). Důkazy platnosti této věty jsou uvedeny v literatuře, např. [1], a jsou poměrně náročné. Praktické použití je však poměrně jednoduché a pohodlné.

ALGORITMUS

1. V orientovaném grafu G najdeme všechny existující průchozí (přímé) cesty a všechny existující smyčky. Přenos i-té cesty označíme P_i.

- 2. Zavedeme determinant Δ grafu G:
- $\Delta = 1$ [součet přenosů *všech* v grafu existujících smyček] + [součet *součinů přenosů* všech možných kombinací dvojic smyček, které spolu nesouvisí] - [součet součinů přenosů všech možných kombinací trojic smyček, které spolu nesouvisí] + + [... <u>čtveřic</u> ...] – atd.
- 3. Určíme podgraf (subgraf) G_i, který vznikne z grafu G vyjmutím cesty P_i (tedy větví i <u>uzlů</u> cesty P_i).
- 4. Determinant Δ_i (minor) podgrafu G_i určíme aplikací bodu 2 na podgraf G_i (cesta nebo smyčka, které je vyjmut některý uzel již není považována za cestu nebo smyčku – viz i úvahy při upravování grafů).
- 5. Přenos od zdroje signálu do i-tého uzlu je dán vztahem



 $i = 1, 2, \ldots, n$ $K_{i} = \frac{x_{i}}{x_{0}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_{i}\Delta_{i}}{\Delta}$ kde *n* je počet přímých cest x₀ je zdrojový uzel grafu (zřídlo) (7.1)

Řešený příklad 7.1

Určete přenos grafu $K_4 = x_4 / x_1$ na obr. 52.



Obr. 52 Graf k řešenému příkladu 7.1

Základní analýza grafu:

Smyčky obvodu jsou: *c*; *ef*; *bdf* Spolu nesouvisí: *c* a *ef* Spolu souvisí: *c* a *bdf* v uzlu *x*₃ *ef* a *bdf* větví *f* a uzly *x*₂ a *x*₄

Více možností graf "neposkytuje" a proto můžeme určit jeho determinant:

$$\Delta = 1 - [c + bdf + ef] + [c \cdot ef]$$

$$v \check{s} echny$$

$$smy \check{c} ky$$

$$dvojice$$

$$nesouvisejících$$

První přímá cesta (v obr. 53 přerušovaně, uzly cesty plně) $P_1 = ae$ rozpojí smyčku *bdf* i smyčku *ef*, nerozpojena zůstává pouze smyčka *c*. Determinant podgrafu G₁ je proto velmi jednoduchý: $\Delta_1 = 1 - [c]$.



Obr. 53 Vyznačení první přímé cesty v grafu z obr. 52

Druhá přímá cesta (v obr. 54 přerušovaně, uzly cesty plně) $P_2 = abd$ rozpojí všechny smyčky, proto determinant podgrafu G_2 je $\Delta_2 = 1 - [0] = 1$. Ze smyčky *ef* jsou totiž přímou cestou vyjmuty dva uzly x_2 a x_4 ; z kličky *c* je přímou cestou vyjmut uzel x_3 .



Obr. 54 Vyznačení druhé přímé cesty v grafu z obr. 52

Nyní již pomocí Masonova pravidla můžeme určit, že

$$K_4 = \frac{P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2}{\Delta} = \frac{ae \cdot (1 - c) + abd \cdot 1}{1 - (c + ef + bdf) + ecf}$$

Srovnej s řešením pomocí upravování grafu – obr. 48.

----- konec příkladu 7.1 -----

Masonovo pravidlo ve své základní podobě platí vzhledem ke vstupnímu uzlu, který musí být zřídlem. Pokud je nutné vyjádřit přenos mezi uzlem x_i a x_j , musí se přenos řešit "oklikou". Přenos do x_i (z x_0) je:

$$K_i = \frac{x_i}{x_0} = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_i \Delta_i}{\Delta}$$

n - počet přímých cest mezi x_0 a x_i ; cesty označíme P_i a jim příslušné minory Δ_i

т

Přenos do x_j (z x_0) je:

$$K_{j} = \frac{x_{j}}{x_{0}} = \frac{\sum_{i} P_{j} \Delta_{j}}{\Delta}$$

m - počet přímých cest mezi x_0 a x_j ; cesty označíme P_j a jim příslušné minory Δ_j

Nyní již není problém určit přenos z uzlu x_i do uzlu x_j:

$$K_{ji} = \frac{x_j}{x_i} = \frac{x_j}{x_0} \cdot \frac{x_0}{x_i} = \frac{\sum_{i=1}^{m} P_j \Delta_j}{\sum_{i=1}^{n} P_i \Delta_i}$$
(7.2)

kam odkud

Je zřejmé, že determinant celého grafu nyní nemá na přenos vliv. Lze dokázat, že můžeme použít základní vztah pro přenos mezi kterýmikoliv dvěma uzly poté, co vynecháme všechny větve vstupující do uzlu, ze kterého počítáme přenos - prostě z tohoto uzlu uděláme zřídlo (viz i úvahy při upravování grafů, opravdu se ukázalo, že vstupující větve do uzlu, ze kterého počítáme přenos nemají vliv, vstupní veličina již nemůže být ničím ovlivněna – to odpovídá přímo odpojení vstupů do uzlu).

Potom lze napsat vztah pro přenos v nejobecnější podobě

$$K_{ji} = \frac{x_j}{x_i} = \frac{\sum_{k=1}^{k=m} P_{ji(k)} \Delta_{ji(k)}}{\Delta_i}$$
kam odkud (7.3)

- Δ_i je determinant grafu po vypuštění všech větví vstupujících do uzlu x_i . Stačí vlastně uvažovat jen graf mezi x_i a x_j . (z fyzikálního hlediska je to logické; přiřadíme-li uzlu platnost známé nezávislé veličiny například napětí nemůže ji žádný signál ovlivnit). Pokud se jedná pouze o zřídlo, není "co vypouštět" situace se nemění.
- $\Delta_{ji(k)}$ jsou determinanty k subgrafům přímých cest $P_{ji(k)}$ mezi uzly i a j (zde nemají smyčky vstupující do x_i vliv nikdy, vstupní uzel je totiž stejně každou přímou cestou vyjmut tedy rozpojí je)
- m je počet přímých cest z uzlu x_i do uzlu x_j .

Řešený příklad 7.2

Určete přenosy x_4/x_1 ; x_2/x_1 a x_4/x_2 grafu na obr. 55.



Obr. 55 Graf k řešenému příkladu 7.2

<u>Určení přenosu x_4/x_1 :</u>

Lze přímo použít vztah (7.1), aplikace vztahu (7.3) vede ke zcela stejnému výsledku, zde i = 1, je to zřídlo, nic není třeba rozpojit.

- cesta $P_1 = abe$; $\Delta_1 = 1 0$ (všechny smyčky přerušeny) - cesta $P_2 = af$; $\Delta_2 = 1 - 0$ (všechny smyčky přerušeny)
- determinant grafu (všechny smyčky se navzájem "dotýkají") je $\Delta = 1 (bc + ed + cdf)$

Přenos grafu z uzlu 1 do uzlu 4 tedy je podle Masonova pravidla (7.1) i (7.3)

$$K_4 = \frac{af + abe}{1 - (bc + ed + cdf)}$$

<u>Určení přenosu x_2/x_1 :</u>

- přímá cesta $(x_1 \rightarrow x_2)$ je nyní pouze jedna - $P_1 = a$; k ní příslušný subgraf má subdeterminant $\Delta_1 = 1$ - *ed* (smyčky *b.c* a *cdf* jsou rozpojeny po vyjmutí uzlu x_2 přímé cesty P_1).

Determinant grafu je stejný jako v případě a), lze tedy určit přenos

$$K_2 = \frac{a(1-ed)}{1-(bc+ed+cdf)}$$

Nyní lze již vyřešit i poslední úkol – a to pomocí vztahu (7.2):

$$K_{42} = \frac{x_4}{x_2} = \frac{x_4}{x_1} \cdot \frac{x_1}{x_2} = \frac{K_4}{K_2} = \frac{a(f+be)}{a(1-ed)} = \frac{f+be}{1-ed}$$

Je vidět, že společná část přenosu (*a*) se vykrátila.

Řešme nyní stejný problém *použitím vztahu* (7.3). Zde i = 2; j = 4; stačí uvažovat graf mezi uzly 2 a 4 a vyloučit větve vstupující do x_2 - tedy větve *a*, *c*, viz obr. 56. Nyní by již stačilo formálně využít vztah (7.1), vztah (7.3) jen zobecňuje zápis.



Obr. 56 Graf k řešení přenosu x_4/x_2 na obr. 55

- přímé cesty: $P_{42(1)} = f$; $\Delta_{42(1)} = 1 - 0$ (všechny smyčky rozpojeny)

 $P_{42(2)} = be; \Delta_{42(2)} = 1 - 0$ (všechny smyčky rozpojeny)

- determinant grafu mezi uzly 2 a 4

$$\Delta_i = \Delta_2 = 1 - ed$$
; protože větev *c* vstupující do x_2 byla rozpojena a tím jsou rozpojeny i smyčky *bc* a *cdf*.

Nyní lze určit přenos

$$K_{42} = \frac{f(1\!-\!0) + be(1\!-\!0)}{1\!-\!ed} = \frac{f + be}{1\!-\!ed}$$

což je stejný výsledek, jako jsme získali předchozím (základním) postupem.

Příklad k samostatnému řešení 7.1

Potvrďte, že přenos grafu z uzlu 1 do uzlu 4 na obr. 57 je $x_4/x_1 = (abc)/(1-bd)$.



Obr. 57 Graf k příkladu pro samostatné řešení 7.1

Příklad k samostatnému řešení 7.2

Potvrď te, že přenos grafu z uzlu 1 do uzlu 4 na obr. 58 je $\frac{x_4}{x_1} = \frac{abc + ec}{1 - bd}$.



Obr. 58 Graf k příkladu pro samostatné řešení 7.2

Příklad k samostatnému řešení 7.3

Potvrďte, že přenos grafu z uzlu 1 do uzlu 6 na obr. 59 je



Obr. 59 Graf k příkladu pro samostatné řešení 7.3

Příklad k samostatnému řešení 7.4

Potvrďte, že přenos grafu z uzlu 1 do uzlu 4 na obr. 60 je $\frac{x_4}{x_1} = \frac{ade}{1-cd}$.



Obr. 60 Graf k příkladu pro samostatné řešení 7.4

Příklad k samostatnému řešení 7.5

Potvrďte, že přenos grafu z uzlu 2 do uzlu 4 na obr. 60 je $K_{42} = ed$.

Příklad k samostatnému řešení 7.6

Potvrďte, že přenos grafu z uzlu 3 do uzlu 1 na obr. 60 je $K_{13} = bc/(1-ab)$.

8. SHRNUTÍ

V této části byly popsány základní problémy při řešení systému lineárních rovnic metodou orientovaných grafů – grafy signálových toků, byly zavedeny potřebné odborné pojmy. Rutinní zvládnutí upravování grafů nebo aplikace Masonova pravidla umožňuje soubor řešených i neřešených příkladů, které jsou součástí textu.

Získané poznatky budou v dalších částech práce aplikovány na řešení lineárních elektronických obvodů, jejichž admitanční modely známe (nebo je umíme sestavit) – povedou k vytvoření algoritmů pro přímé řešení lineárních elektronických obvodů bez sestavování výchozího souboru rovnic.

9. ZÁVĚREČNÝ TEST

1. Přenos grafu z uzlu x_1 do uzlu x_4 na obr. 61 je



2. Přenos grafu z uzlu x_1 do uzlu x_3 na obr. 62 je



Obr. 62 Graf k otázce 2 a 3

3. Grafu na obr. 62 odpovídá rovnice

a) $x_2 = bx_2 + cx_3 + ax_1$ b) $x_3 = bx_2 + cx_3 + ax_1$ c) $x_1 = bx_2 + cx_3 + ax_1$ d) $x_2 = bx_2 - cx_3 - ax_1$

4. Přenos grafu z uzlu x_1 do uzlu x_3 na obr. 63 je



Obr. 63 Graf k otázce 4, 5 a 6

5. Přenos grafu z uzlu x_1 do uzlu x_2 na obr. 63 je

a) *ac/*(1 - *c*) b) *ac/*(1 - *b*) c) *a/*(1 - *c*) d) *a* + *b* + *c*

6. Přenos grafu z uzlu x_2 do uzlu x_3 na obr. 63 je

a) *a*/(1 - *c*) b) *ac*/(1 - *b*) c) *a*/(1 - *c*) d) *b*
7. Přenos grafu z uzlu x_1 do uzlu x_3 na obr. 64 je



8. Přenos grafu z uzlu x_1 do uzlu x_2 na obr. 64 je

a) *ab/*(1 - *bc*) b) *a/*(1 - *bc*) c) *bc/*(1 - *ac*) d) *abc/*(1 - *bc*)

9. Determinant grafu na obr. 65 je



Obr. 65 Graf k otázce 9 a 10

10. Přenos grafu z uzlu x_1 do uzlu x_2 na obr. 65 je

a) *ab/*(1 - *be*) b) *ab/*(1 - *bd*) c) *a/*(1 - *bd*) d) *ab/*(1 - *ed*)

10. OTÁZKY K PROBLEMATICE

- 1. Objasněte pojem orientovaná větev.
- 2. Objasněte pojem přímá cesta.
- 3. Objasněte pojem smyčka.
- 4. Co se rozumí přenosem přímé cesty?
- 5. Co představuje uzel (bod) grafu?
- 6. Jak přiřazujeme k dané rovnici graf?
- 7. Objasněte smysl věty aditivní.
- 8. Objasněte smysl věty přenosové.
- 9. Jak odstraníte vlastní smyčku (kličku) uzlu grafu?
- 10. Čemu je roven přenos stejně orientovaných paralelně řazených větví grafu?
- 11. Přísluší-li uzlu více kliček, jak je lze nahradit?
- 12. Objasněte metodiku při odstraňování uzlu grafu.
- 13. Jak přiřazujeme graf k systému lineárních rovnic?
- 14. Objasněte princip určování přenosu grafu upravováním.
- 15. Objasněte aplikaci Masonova pravidla.

Literatura

- [1] Mason J. S., Zimmermann J. H.: Electronic Circuits, Signals, and Systems. John Wiley & Sons, Inc., 1960
- [2] Čajka J., Kvasil J.: Teorie lineárních obvodů. SNTL/ALFA, Praha 1979
- [3] Punčochář J.: Řešení obvodů grafy signálových toků I (základní úvahy, upravování grafů). Katedra teoretické elektrotechniky, říjen 1995



ŘEŠENÍ OBVODŮ GRAFY SIGNÁLOVÝCH TOKŮ II

Josef Punčochář Jitka Mohylová Petr Orság

I.	ÚVOD E	O TEORIE GRAFŮ	6
II.	GRAFY INTUIT	SIGNÁLOVÝCH TOKŮ V METODĚ UZLOVÝCH NAPĚTÍ - IVNĚ STANOVENÉ MODELY AKTIVNÍCH PRVKŮ	39
	1. ZOI	BECNĚNÁ METODA UZLOVÝCH NAPĚTÍ	41
	1.1	Admitanční popis n – pólu	41
	1.2	Úplná matice, zkrácená matice	43
	1.3	Paralelní propojení n – pólů	44
	1.4	Admitanční modely zesilovacích struktur	47
		1.4.1 Admitanční model diferenčního operačního zesilovače (OZ)	47
		1.4.2 Admitanční model zesilovače s jedním vstupem	48
		1.4.3 Admitanční model transkonduktančního zesilovače	48
		1.4.4 Admitanční model Nortonova zesilovače	49
		1.4.5 Admitanční model konvejorů II. generace	49
		1.4.6 Admitanční model zesilovače s proudovou vazbou(CFA) - transimpedanční	51
	1.5	Algoritmus zobecněné metody uzlových napětí	51
	2. GRA	AFY SIGNÁLOVÝCH TOKŮ V METODĚ UZLOVÝCH NAPĚTÍ	53
	2.1	Základní algoritmus pro sestavení grafu signálových toků	54
	2.2	Algoritmus pro přímé sestavení grafu pasívní části obvodu (způsob úpravy A)	57
	2.3	Algoritmus pro přímé sestavení grafu obvodu se zdrojem napětí řízeným napětím (OZ)	59

		2.4 Signálové modely aktivních prvků – zdrojů napětí řízených napětím	59
		2.5 Příklady na aplikaci algoritmu	61
		2.6 Nepřesnost modelů z článku 2.4 pro $Y_0 \neq \infty$	67
		2.7 Určení vstupní a výstupní impedance	71
		2.8 Algoritmus pro přímé sestavení grafu obvodu se zdrojem proudu řízeným napětím (OTA - transkonduktanční zesilovač)	74
		2.9 Příklady s OTA a sledovačem napětí, příklady k samostatnému řešení	76
		2.10 Příklady k samostatnému řešení	81
	3. SHF	SHRNUTÍ	87
	4.	ZÁVĚREČNÝ TEST	87
	5.	OTÁZKY K PROBLEMATICE	91
		LITERATURA	92
III.		MODELY AKTIVNÍCH PRVKŮ NA ZÁKLADĚ MODELŮ ADMITANČNÍCH	93
IV.		VZTAH MEZI GRAFEM MB A GRAFEM MC (Mason – Coatesův graf)	149
		ZÁVĚR	164
		REJSTŘÍK	165

II. GRAFY SIGNÁLOVÝCH TOKŮ V METODĚ UZLOVÝCH NAPĚTÍ - INTUITIVNĚ STANOVENÉ MODELY AKTIVNÍCH PRVKŮ

Nejdříve stručně shrneme základní znalosti z řešení lineárních (linearizovaných) obvodů zobecněnou metodou uzlových napětí. Na základě získaných poznatků potom přistoupíme k analýze lineárních elektronických obvodů metodou grafů signálových toků.

1. ZOBECNĚNÁ METODA UZLOVÝCH NAPĚTÍ

Velmi podrobně je zobecněná metoda uzlových napětí popsána v [9] a stručněji v [10]. Podstatou je získání admitančního modelu pasívní části obvodu a aktivní části obvodu (elektronického prvku obvodu) a jejich paralelní propojení. Výsledkem je admitanční model elektronického obvodu, ve kterém umíme určit všechna uzlová napětí a tím i všechny obvodové veličiny.

1.1 Admitanční popis n – pólu

Předpokládejme, že máme lineární (n+1)-pól, který je buzen n+1 zdroji (obecně fázory nebo Laplaceovými obrazy) vnějších proudů I₁, I₂, ..., I_n, I_{n+1}. Společným uzlem je externí (vnější) uzel - obr.1. Potom existuje právě n+1 napětí U₁, U₂, ..., U_n, U_{n+1} (fázorů, Laplaceových obrazů), která jsou funkcí vnějších proudů. Ta může být popsána následující maticovou formou (z = n+1):

Y ₁₁	Y ₁₂	•	Y _{1r}	Y _{1s}	Y _{1t}	•	Y _{1n}	Y _{1z}		U ₁		I ₁	
Y ₂₁	Y ₂₂	•	Y _{2r}	Y_{2s}	Y _{2t}	•	Y _{2n}	Y_{2z}		U_2		I ₂	
•	•	•	•	•	•	•	•	•		•		•	
Y _{r1}	•	•	Y _{rr}	Y _{rs}	Y _{rt}	•	Y _{rn}	Y _{rz}		Ur		Ir	
Y _{s1}	•	•	Y _{sr}	Y _{ss}	Y _{st}	•	Y _{sn}	Y _{sz}	X	Us	=	Is	
Y _{t1}	•	•	Y _{tr}	Y _{ts}	Y _{tt}	•	Y _{tn}	Y _{tz}		Ut		It	
•	•	•	•	•	•	•	•	•		•		•	
Y _{n1}	•	•	Ynr	Y _{ns}	Y _{nt}	•	Y _{nn}	Y _{nz}		Un		In	
Y _{z1}	•		Yzr	Yzs	Y _{zt}	•	Y _{zn}	Yzz		Uz		I _z	
									•				

(1)



Obr. 1 Obecný (n+1) pól

Prvky Y_{sk} matice jsou admitančními prvky. Jejich význam plyne ze základní rovnice (1)

$$Y_{sk} = I_s / U_k \tag{2}$$

kde Y_{sk} je prvek v s - tém řádku a k - tém sloupci; I_S je vnější budicí proud s - tého uzlu (pólu), přičemž všechny uzly, vyjma k - tého, jsou připojeny k uzlu referenčnímu (nastaveny na nulovou hodnotu - stav nakrátko); U_k je napětí k - tého uzlu (pólu) proti referenčnímu bodu.

Uvažujeme nyní obvod (n-pól), který se skládá pouze z pasívních dvojpólů. Napěťový zdroj nechť je nejdříve připojen k uzlu s, všechny ostatní uzly jsou připojeny k uzlu referenčnímu (zkratovány) - obr.2a. Nyní můžeme s využitím Ohmova zákona a 1. Kirchhoffova zákona snadno určit, že

$$I_s = U_s Y_1 + ... + U_s Y_k + ... + U_s Y_n$$

Ve shodě se vstupními úvahami je potom diagonální prvek admitanční matice právě

$$Y_{ss} = I_s / U_s = Y_1 + \dots + Y_k + \dots + Y_n$$
(3)

roven sumě všech admitancí připojených do uzlu s.

Nechť je nyní nenulové pouze napětí U_k - obr.2b. Proudy protékají pouze admitancemi $Y_{\alpha}, Y_{\beta}, Y_{\gamma}$. Na všech ostatních admitancích je napětí nulové a proudy jimi proto neprotékají. Zřejmě platí

$$I_s = -I_k = -U_k(Y_{\alpha}+Y_{\beta}+Y_{\gamma})$$

tudíž prvky matice mimo hlavní diagonálu

$$Y_{sk} = I_s / U_k = -I_k / U_k = -(Y_\alpha + Y_\beta + Y_\gamma)$$
(4)

jsou součtem všech admitancí připojených mezi uzly (póly) k a s - se záporným znaménkem.



Obr.2 Struktury pro určování parametrů matice

Tímto elementárním způsobem jsme schopni sestavit matici libovolného n+1 - pólu složeného z dvojpólů. Musíme ovšem zdůraznit, že referenční uzel je externí, není součástí zkoumaného obvodu. Takto vzniklou matici nazýváme **úplnou** (**rozšířenou**) **maticí**.

Šipkovou konvenci z obr. 1 budeme považovat za základní konvenci, která platí v rámci celého textu, i když není právě vyznačena.

1.2 Úplná matice, zkrácená matice

Každý dvojpól je v úplné matici právě čtyřikrát. Je-li mezi uzly k a s připojena admitance Y_{α} , objeví se znaménkem kladným v prvcích Y_{ss} a Y_{kk} a se znaménkem záporným v prvcích $Y_{sk} = Y_{ks}$ matice (1).

Úplná matice se ovšem vyznačuje i dalšími důležitými vlastnostmi. Považujeme-li n+1 - pól za zobecnělý uzel (celý jej obklopíme Jordanovou křivkou), musí platit podle 1. Kirchhoffova zákona, že součet všech proudů je nulový, tedy ze systému rovnic (1); z=n+1:

$$\begin{split} I_1 + I_2 + & \dots + I_n + I_z = (Y_{11} + Y_{21} + & \dots + Y_{n1} + Y_{z1})U_1 + & \dots \\ & \dots + (Y_{12} + Y_{22} + & \dots + Y_{n2} + Y_{z2})U_2 + & \dots \\ & \dots + (Y_{1n} + Y_{2n} + & \dots + Y_{nn} + Y_{zn})U_n + & \dots \\ & \dots + (Y_{1z} + Y_{2z} + & \dots + Y_{nz} + Y_{zz})U_z = 0 \end{split}$$

Protože rovnice (5) musí být splněna pro libovolná napětí $U_1, U_2, ..., U_n, U_z$, je možné jediné řešení. Součet admitancí v kterémkoliv sloupci úplné matice musí být nulový, tedy

$$(Y_{1s}+Y_{2s}+...+Y_{ns}+Y_{zs}) = 0 (6)$$

pro s = 1, 2,, n, z.

Předpokládejme nyní druhý mezní stav - všechna uzlová napětí jsou stejná

$$U_1 = U_2 = \dots = U_n = U_z = U$$

V n+1-pólu neexistuje rozdíl potenciálů, tedy nemohou protékat proudy. V systému rovnic (1) proto musí platit

$$I_{1} = I_{2} = \dots = I_{n} = I_{z} = (Y_{11} + Y_{12} + \dots + Y_{1n} + Y_{1z})U = (Y_{21} + Y_{22} + \dots + Y_{2n} + Y_{2z})U = \dots$$
$$\dots = (Y_{n1} + Y_{n2} + \dots + Y_{nn} + Y_{nz})U = (Y_{z1} + Y_{z2} + \dots + Y_{zn} + Y_{zz})U = 0$$
(7)

To může být pro libovolné napětí U splněno pouze tehdy, je-li součet admitancí v každém řádku úplné matice roven nule:

$$(Y_{k1} + Y_{k2} + ... + Y_{kn} + Y_{kz}) = 0$$
(8)

pro k = 1, 2,, n, z.

Úplná (někdy se nazývá rozšířená) admitanční matice má lineárně závislé některé řádky a sloupce, její determinant nabývá nulové hodnoty (je singulární). Pokud libovolný pól **k** spojíme s externím **referenčním uzlem**, situace se mění. Takto vzniklý vztažný pól je již

součástí n+1 - pólu. Jeho proud I_k odpovídá součtu všech zbývajících proudů (se záporným znaménkem) - je tedy jejich lineární kombinací, **k -tá rovnice** proto nemá význam, můžeme ji **vypustit**. Současně nabývá nulové hodnoty i napětí U_k - smysl proto nemá ani **k -tý sloupec** matice, lze jej **škrtnout**. Dostáváme **zkrácenou matici**, která má již nenulový determinant (je regulární). Systém rovnic je nyní lineárně nezávislý a je řešitelný. Propojování dalších pólů s referenčním uzlem vede ke stejnému výsledku. Odsud plyne:

Spojíme - li libovolný uzel n-pólu s referenčním uzlem, škrtá se příslušný sloupec a řádek matice (ať už rozšířené, či zkrácené).

"Nová matice" popisuje obvod, který má některé uzly "zkratovány".

Z vlastností úplné matice plyne velmi užitečný postup pro získání úplného popisu obvodu ze známého popisu maticí zkrácenou. Aktivní prvky jsou často popisovány jako trojpóly - obr.3.



Měření parametrů je většinou udáváno s jedním pólem uzemněným. Máme tedy k dispozici pouze zkrácenou matici. Týž aktivní prvek však nemusí mít v jiném zapojení uzemněnu právě "vhodnou" svorku. Jak získáme parametry pro jinou vztažnou svorku?

Stačí získat úplnou matici. Potom potřebný pól volíme za referenční a vždy škrtáme odpovídající řádek a sloupec matice rozšířené - získáváme tak popis aktivního prvku se správným (požadovaným) společným (referenčním) bodem. A jak získáme úplnou matici?

Ke **zkrácené matici** jednoduše přidáme jeden řádek a jeden sloupec. K doplnění prvků matice rozšířené použijeme vlastností popsaných vztahy (6) a (8) - "políčka" doplníme tak, aby součet v každém řádku a v každém sloupci byl roven nule - obr.3. Stejným způsobem můžeme samozřejmě postupovat i u obvodů (prvků) s více póly.

1.3 Paralelní propojení n - pólů

Propojme nyní dva n - póly, "rozsáhlejší" a méně "rozsáhlý" - obr.4. Situace na obrázku definuje všechny možné situace - nijak nezmenšuje obecnost úvah. Obecně je vhodné pracovat s úplnými maticemi. Pokud mají oba n - póly společný referenční bod, lze pracovat přímo s příslušnými maticemi zkrácenými.



Obr.4 Paralelní propojení a - pólů

"Rozsáhlejší systém" nechť je popsán vztahem (1), "menší systém" vztahem (9)

Základní skutečností je to, že zřejmě platí rovnost napětí (znak paralelnosti):

 $U_r = U_a ; \qquad U_s = U_b ; \qquad U_t = U_c$

Současně musí platit 1. Kirchhoffův zákon pro nové uzly obvodu r', s', t'. Proto

$$I'_{r} = I_{r} + I_{a} = (Y_{r1}U_{1} + Y_{r2}U_{2} + ... + Y_{rr}U_{r} + Y_{rs}U_{s} + Y_{rt}U_{t} + ... + Y_{rn}U_{n} + Y_{r,n+1}U_{n+1}) + ... + (Y_{aa}U_{r} + Y_{ab}U_{s} + Y_{ac}U_{t})$$

Po úpravě proto dostáváme

$$I'_{r} = I_{r} + I_{a} = Y_{r1}U_{1} + Y_{r2}U_{2} + \dots + (Y_{rr} + Y_{aa})U_{r} + (Y_{rs} + Y_{ab})U_{s} + (Y_{rt} + Y_{ac})U_{t} + \dots \\ \dots + Y_{rn}U_{n} + Y_{r,n+1}U_{n+1}$$

Stejným postupem získáme i rovnice

$$\begin{split} I_{s}' &= I_{s} + I_{b} = Y_{s1}U_{1} + Y_{s2}U_{2} + ... + (Y_{sr} + Y_{ba})U_{r} + (Y_{ss} + Y_{bb})U_{s} + (Y_{st} + Y_{bc})U_{t} + ... \\ & ... + Y_{sn}U_{n} + Y_{s,n+1}U_{n+1} \end{split}$$

$$I'_t = I_t + I_c = Y_{t1}U_1 + Y_{t2}U_2 + \dots + (Y_{tr} + Y_{ca})U_r + (Y_{ts} + Y_{cb})U_s + (Y_{tt} + Y_{tc})U_t + \dots$$

$$\dots + Y_{tn}U_n + Y_{t,n+1}U_{n+1}$$

Z tohoto zápisu již jednoznačně plyne běžně uváděné **"koincidenční pravidlo"** (algoritmus) pro transformaci "malé" matice na matici "větší":

1. Za základ bereme (sestavíme) matici n-pólu s větším počtem pólů. Řádkům a sloupcům matice přiřadíme odpovídající čísla pólů (uzlů).

2. Zjistíme propojení uzlů obou n-pólů a vyznačíme je do základní matice (zde "vyneseme" uzly a, b, c do "velké" matice).

3. V polích, kde dochází ke koincidenci prvků "malé" matice, přičítáme odpovídající admitanci z této matice - prvky odpovídající "průsečíkům" indexů (zde tedy půjde o admitance Y_{aa} až Y_{cc}).

V našem případě bereme za základ admitanční matici z (1) a "malou matici" z (9); (z = n+1):

	1	2	•	r (a)	s (b)	t (c)	•	n	Z	
1	Y ₁₁	Y ₁₂	•	Y _{1r}	Y _{1s}	Y _{1t}	•	Y _{1n}	Y _{1z}	
2	Y ₂₁	Y ₂₂	•	•	•	•		Y _{2n}	Y _{2z}	
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
r(a)	Y _{r1}		•	Y _{rr} +(Y _{aa})	Y _{rs} +(Y _{ab})	Y _{rt} +(Y _{ac})		Y _{rn}	Y _{rz}	
s(b)	Y _{s1}	•	•	$Y_{sr}+(Y_{ba})$	$Y_{ss}+(Y_{bb})$	Y _{st} +(Y _{bc})	•	Y _{sn}	Y _{sz}	(10)
t(c)	Y _{t1}	•	•	$Y_{tr}+(Y_{ca})$	Y _{ts} +(Y _{cb})	Y _{tt} +(Y _{cc})		Y _{tn}	Y _{tz}	
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
n	Y _{n1}		•	Y _{nr}	Y _{ns}	Y _{nt}		Y _{nn}	Y _{nz}	
Z	Y _{z1}	•	•	Y _{zr}	Y _{zs}	Y _{zt}	•	Y _{zn}	Yzz	

Vyznačení některých pólů (r, s, t) a proudů (I_r, I_s, I_t) již není nutné. Zůstává označení "bez čárek", které popisuje novou situaci - paralelní propojení trojpólu a, b, c k "velkému" obvodu v uzlech (pólech) $r \equiv a, s \equiv b, t \equiv c$.

Pokud umíme získat **lineární** (**linearizovaný**) admitanční popis elektronických prvků, nebrání nic tomu, abychom analyzovali pomocí uvedených postupů jakýkoliv lineární elektronický obvod - tedy všechny **zesilující struktury** a všechny struktury, které upravují spektrum signálu - tedy **filtry**.

Z admitančního systému rovnic (matematického modelu skutečnosti) umíme určit všechna uzlová napětí a následně i všechny větvové proudy. Umíme tedy analyzovat daný lineární obvod.

"Velkou matici" stačí sestavovat zkrácenou, vždy existuje vlastní referenční uzel. Matice aktivních prvků je výhodné mít úplné. Ale stačí i zkrácené, vůči referenčnímu uzlu, který je společný oběma n-pólům (je-li takový).

1.4 Admitanční modely zesilovacích struktur [9, 10]

Admitanční modely potřebujeme při použití zobecněné metody uzlových napětí. Vždy uvažujeme, že proudy vstupují DO externích svorek (pólů, uzlů), všechna uzlová napětí jsou orientována "šipkou k referenčnímu uzlu (zemi)". Vyjádříme-li externí proudy jako lineární kombinaci (funkci) externích uzlových napětí, získáváme admitanční popis (model) zkoumaného obvodu. Samozřejmě zde předpokládáme, že se jedná o parametry lineární (linearizované). Každý ideální zdroj napětí musí být povinně doplněn o výstupní odpor R_0 (obecně o výstupní impedanci). Ostatní impedance (vstupních svorek), lze zahrnout do vnější operační sítě.

1.4.1 Admitanční model diferenčního operačního zesilovače (OZ)

Základní model OZ doplněný o výstupní odpor Ro je na obr.5.



Obr.5 Model diferenčního napěťového zesilovače pro určení admitanční matice (idealizovány proudy $I_{+,-}$; $U_d=U_+-U_-$)

Zřejmě platí

$$\begin{split} I_+ &= 0.U_+ + 0.U_- + 0.U_o \\ I_- &= 0.U_+ + 0.U_- + 0.U_o \\ I_o &= (U_o\text{-}AU_d)/R_o = \text{-}A\ G_o\ U_+ + A\ G_o\ U_- + G_oU_o \end{split}$$

Tomu odpovídá maticový popis (model) operačního zesilovače

Matice (3, 3) je admitanční maticí operačního zesilovače, napětí $U_{+,-,o}$ jsou uzlová napětí, proudy I_{+,-,o} jsou proudy "do" pólů OZ.

1.4.2 Admitanční model zesilovače s jedním vstupem

<u>Model zesilovače s jedním vstupem</u> (a) a výstupem (b) získáme tak, že na obr.5 předpokládáme např. $U_{-} \rightarrow 0$, potom při přeznačení $U_{+} \rightarrow U_{a}$ a $U_{o} \rightarrow U_{b}$ platí



Pro A > 0 se jedná o model neinvertujícího zesilovače. Pro A < 0 je popisován zesilovač invertující.

1.4.3 Admitanční model transkonduktančního zesilovače

Východiskem pro určení <u>admitančního modelu transkonduktančního zesilovače</u> je obr.6. Orientace řízeného zdroje proudu G_mU_d na obr.6 je volena tak, aby tento proud na externí zátěži vyvolal kladně orientované napětí při "kladném" buzení vstupu (+). Potřebnou konvenci zavedeme jednoduše pomocí externího proudu I_o , který již vtéká "do" obvodu:



Obr.6 Model diferenčního transkonduktančního zesilovače (OTA) vhodný pro určení maticového modelu, vstupní proudy jsou idealizovány

Pro $I_{+} = I_{-} = 0$ můžeme jistě psát

 $I_{+} = 0.U_{+} + 0.U_{-} + 0.U_{o}$

 $I_{\text{-}} = 0.U_{+} + 0.U_{\text{-}} + 0.U_{o}$

 $I_o = -G_m U_d + G_o U_o = -G_m (U_+ - U_-) + G_o U_o = -G_m U_+ + G_m U_- + G_o U_o$

a <u>admitanční model OTA</u> je zřejmý:

Za povšimnutí stojí, že popis OTA se po formální stránce shoduje s popisem OZ, stačí udělat substituci $G_m \rightarrow AG_o$. Podstatný rozdíl je ovšem v G_o , u napěťového zesilovače jde ideálně k nekonečné hodnotě, u proudového výstupu jde ideálně k nulové hodnotě. Pro ideální OTA tedy budou všechny diagonální prvky rovny nule.

1.4.4 Admitanční model Nortonova zesilovače

Vhodný model Nortonova zesilovače je na obr.7; $g_d = 1/r_d$ je diferenční vodivost diody (která tvoří proudový neinvertující vstup zesilovače), R_o je výstupní odpor invertujícího napěťového zesilovače se vstupním odporem R_{in} a zesílením - A. Platí

$$I_{+} = U_{+}/r_{d} = g_{d} U_{+} + 0.U_{-} + 0.U_{o}$$

$$I_{-} = I_{+} + I_{B} = g_{d} U_{+} + U_{-}/R_{in} = g_{d} U_{+} + G_{in}.U_{-} + 0.U_{o}$$

$$I_{o} = [U_{o} - (-A U_{-})]/R_{o} = 0.U_{+} + AG_{o}.U_{-} + G_{o}.U_{o}$$

Tímto elementárním upravovacím formalismem získáváme opět <u>admitanční popis</u> - nyní <u>Nortonova zesilovače</u>



Obr.7 Vhodný model Nortonova zesilovače

1.4.5 Admitanční model konvejorů II. generace

Vhodný model proudových konvejorů II. generace je na obr.8; možné typy jsou shrnuty v Tabulce 1.

А	Κ	NÁZEV KONVEJORU	ZKRATKA
1	1	KONVENČNÍ POZITIVNÍ	CCII+
1	-1	KONVENČNÍ NEGATIVNÍ	CCII-
-1	1	INVERTUJÍCÍ POZITIVNÍ	ICCII+
-1	-1	INVERTUJÍCÍ NEGATIVNÍ	ICCII-

Tabulka 1 Možné typy proudových konvejorů II. generace



Obr.8 Vhodný model proudových konvejorů II. generace; **Y** – napěťový (vysokoimpedanční) vstup; **X** – proudový (nízkoimpedanční) vstup; **Z** – proudový (vysokoimpedanční) výstup

Platí

$$\begin{split} &I_X = (U_X - AU_Y)/R_{o1} = G_{o1}U_X - AG_{o1}U_Y + 0.U_Z \\ &I_Y = 0.U_X + 0.U_Y + 0.U_Z \\ &I_Z = KI_X + G_{o2}U_Z = KG_{o1}U_X - KAG_{o1}U_Y + G_{o2}U_Z \end{split}$$

a admitanční model konvejorů II. generace je



1.4.6 Admitanční model zesilovače s proudovou vazbou (CFA) - transimpedanční

Modifikované schéma CFA vhodné pro určení admitanční matice je na obr. 9.



Obr. 9 Modifikované schéma CFA vhodné pro určení admitanční matice;

- (+) vysokoimpedanční (neinvertující) napěťový vstup sledovače napětí;
- (-) nízko
impedanční proudový vstup (invertující); Z transimpedance;
- (o) napěťový výstup (nízkoimpedanční)

Platí jednoduchý soubor vztahů

$$\begin{split} I_{+} &= 0.U_{+} + 0.U_{-} + 0.U_{o} \\ I_{-} &= (U_{-} - U_{+})/R_{o1} = -G_{o1}U_{+} + G_{o1}U_{-} + 0.U_{o} \\ I_{o} &= (U_{o} + ZL)/R_{o2} = -G_{o1}G_{o2}ZU_{+} + -G_{o1}G_{o2}ZU_{-} + G_{o2}U_{o} \end{split}$$

Tomu odpovídá admitanční model CFA

	(+)	(-)	(0)				
(+)	0	0	0	\mathbf{U}_{+}		I+	
(-)	-G ₀₁	$+G_{o1}$	0	U.	=	I.	(15)
(0)	$-G_{o1}G_{o2}Z$	$G_{01}G_{02}Z$	G ₀₂	Uo		Io	

1.5 Algoritmus zobecněné metody uzlových napětí [9, 10]

Algoritmus můžeme zjistit v citované literatuře. Stručně:

1) Sestavíme admitanční matici pasívní části obvodu, sloupcům a řádkům matice přiřadíme odpovídající čísla uzlů.

2) Zjistíme propojení uzlů (pólů) aktivního obvodu (zesilovací struktury) s pasívní částí a vyznačíme je do sloupců a řádků "pasívní matice".

3) V polích, kde dochází ke koincidenci indexů "aktivní matice" přičítáme prvky odpovídající "průsečíkům indexů aktivní matice".

Tím je při dodržení uvedené šipkové konvence správně popsána "paralelnost" řazení dvou útvarů definovaných admitančními maticemi (modely), které známe. Postup je zcela obecný. Oba útvary tedy mohou být i pasívní, stejně tak mohou být oba i aktivní.

Pro příklad analyzujme zapojení na obr. 10, kde jsou již vyznačeny uzly (1, 2, 3) i šipková konvence pro zobecněnou metodu uzlových napětí. Proud I₁ je jediný budicí (signálový) proud a vtéká "do uzlu (1)" - proto znaménko +. Ostatní budicí proudy jsou v našem případě rovny nule.



Obr. 10 Zapojení invertujícího zesilovače

Admitanční matice [Y]_{OZ} je obsažena ve vztahu (11)

	(+)	(-)	(0)
(+)	0	0	0
(-)	0	0	0
(0)	-A G _o	A G _o	Go

Pokračujme podle algoritmu ("doplňky" do pasívní matice jsou uvedeny v závorkách):

	1	2; (o)	3;(-)			
1	G ₁	0	-G ₁	U ₁		\mathbf{I}_1
2; (o)	0	$G_2+(G_0)$	$-\mathbf{G}_2 + (\mathbf{A} \mathbf{G}_0)$	$\mathbf{U_2}$	=	0
3;(-)	-G ₁	-G ₂ +(0)	$G_1 + G_2 + (0)$	U ₃		0

Vstup (+) operačního zesilovače je připojen k referenčnímu uzlu (zemi) a proto se "příslušný" řádek a sloupec vůbec "neuplatní".

Pomocí Cramerova pravidla snadno určíme, že přenos zapojení na obr.9 je

$$U_{2}/U_{1} = \frac{-AG_{o}G_{1} + G_{1}G_{2}}{G_{o}(AG_{2} + G_{1} + G_{2}) + G_{1}G_{2}} = -\frac{R_{2}}{R_{1}} \cdot \frac{1 - R_{o}/(AR_{2})}{1 + \frac{1 + (R_{2} + R_{o})/R_{1}}{A}}$$

Tento vztah je vhodné z praktického hlediska přepsat do podoby

$$U_{2}/U_{1} = -\frac{R_{2}}{R_{1}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1 + (R_{2} + R_{o})/R_{1}}{A}} + \frac{R_{o}/(AR_{1})}{1 + \frac{1 + (R_{2} + R_{o})/R_{1}}{A}}$$

První člen definuje přenos "přes zesilovač". Druhý člen definuje dopředný přenos přes pasívní část operační struktury (a obvykle ani není v literatuře uváděn). Pro $R_o = 0$ je přenos dán obvykle uváděným vztahem:

$$U_2/U_1 = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1 + R_2/R_1}{A}}$$

Pro absolutní ideál A $\rightarrow \infty$ je

$$U_2/U_1 = -\frac{R_2}{R_1}$$

bez ohledu na velikost výstupního odporu R_o. Přenos struktury určují pouze zpětnovazební prvky, nikoli zesilovač.

S modely ostatních struktur se pracuje stejně. Admitanční modely jsou vhodné pro určení vlivu reálných vlastností lineárních zesilovacích struktur. Je-li zapojeno více struktur, musíme dbát na to, aby do "pasívní matice" byly vepsány vždy pouze incidence patřící "ke stejné struktuře". Jednotlivé "struktury" můžeme také "připojovat" postupně, tak nemůže dojít k omylu - vepsání nesprávné incidence od "indexů, které nepatří k sobě - ke stejnému prvku".

2. GRAFY SIGNÁLOVÝCH TOKŮ V METODĚ UZLOVÝCH NAPĚTÍ

V tomto okamžiku předpokládejme rutinní znalost řešení lineárních (linearizovaných) obvodů zobecněnou metodou uzlových napětí. Umíme sestavit admitanční matici pasívní části obvodu, známe admitanční modely používaných elektronických prvků.

Bez újmy na obecnosti stačí vyšetřovat základní modelovou situaci na obr. 11. Při zobrazené konvenci platí *v pasívní (reciproké) části obvodu* (znaménka mínus nyní již mimo diagonálu vyznačena), že

 $Y_{klp} = Y_{lkp}$ – je suma admitancí mezi uzly *k* a *l* (meziuzlová admitance)

 Y_{kkp} - je suma admitancí připojených do uzlu k (uzlová admitance).

Matice pro konkrétní prvky musí být určena – pro uvedenou šipkovou konvenci (ale je možné připojit i další pasívní část obvodu).

Paralelnost je dána (pro náš příklad) rovnicemi: $U_2 = U_a$; $U_3 = U_b$. **Incidence** jsou dále určeny i rovnicemi: $I_1 = I'_1$; $I_2 = I'_2 + I_a$; $I_3 = I'_3 + I_b$.



Obr. 11 Paralelní propojení pasívního čtyřpólu a aktivního trojpólu (se společným referenčním uzlem).

Známým způsobem můžeme sestavit celkový admitanční model obvodu z obr.11:

	1	2,(a)	3,(b)				
1	<i>Y</i> _{11p}	- <i>Y</i> _{12p}	- <i>Y</i> _{13p}	U_1		I_1	
2,(a)	- <i>Y</i> _{12p}	Y _{22p} +Y _{aa}	$-Y_{23p} + Y_{ab}$	U_2	=	I_2	(16)
3,(b)	- <i>Y</i> _{13p}	$-Y_{23p} + Y_{ba}$	<i>Y</i> _{33p} + <i>Y</i> _{bb}	U_3		I_3	

2.1 Základní algoritmus pro sestavení grafu signálových toků

Srovnání s postupem uvedeným v kapitole 5, část I, je velmi snadné. Upravíme-li systém rovnic

$$a_{11} x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = y_1b_1$$

$$a_{21} x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = y_2b_2$$

$$a_{31} x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = y_3b_3$$
(16)

do podoby (*způsob úpravy A*):

$$x_{1} = \frac{y_{1}b_{1}}{a_{11}} - \frac{a_{12}}{a_{11}}x_{2} - \frac{a_{13}}{a_{11}}x_{3}; \qquad x_{2} = \frac{y_{2}b_{2}}{a_{22}} - \frac{a_{21}}{a_{22}}x_{1} - \frac{a_{23}}{a_{22}}x_{3}; \qquad x_{3} = \frac{y_{3}b_{3}}{a_{33}} - \frac{a_{31}}{a_{33}}x_{1} - \frac{a_{32}}{a_{33}}x_{2}$$

získáme graf na obr.12a.



Obr. 12a Graf signálových toků příslušný systému rovnic (16) – po úpravě systému rovnic *způsobem A*.

Zřejmě platí (pro celkový model struktury z obr. 11):

$$x_{1} = U_{1} ; x_{2} = U_{2} ; x_{3} = U_{3}$$

$$a_{11} = Y_{11p} ; a_{12} = -Y_{12p} ; a_{13} = -Y_{13p} ; y_{1} = I_{1} ; b_{1} = 1$$

$$a_{21} = -Y_{12p} ; a_{22} = Y_{22p} + Y_{aa}; a_{23} = -Y_{23p} + Y_{ab} ; y_{2} = I_{2} ; b_{2} = 1$$

$$a_{31} = -Y_{13p} ; a_{32} = -Y_{23p} + Y_{ba} ; a_{33} = Y_{33p} + Y_{bb} ; y_{3} = I_{3} ; b_{3} = 1$$

Graf z obr.12a po respektování uvedených identit je na obr.12b.

Je zřejmé, že určit nějaký přímý algoritmus pro sestavení grafu na základě uvedeného postupu není vůbec jednoduché. Sestavme si graf zvlášť pro pasívní část obvodu:

	1	2	3					
1	<i>Y</i> _{11p}	- <i>Y</i> _{12p}	- <i>Y</i> _{13p}		U_1		I'_1	
2	- <i>Y</i> _{12p}	<i>Y</i> _{22p}	- <i>Y</i> _{23p}	X	U_2	=	I'_2	
3	- <i>Y</i> _{13p}	- <i>Y</i> _{23p}	Y _{33p}		U_3		I'_3	

Z tohoto systému rovnic snadno určíme postupem A, že

$$U_{1} = \frac{I_{1}'}{Y_{11P}} + \frac{Y_{12P}}{Y_{11P}}U_{2} + \frac{Y_{13P}}{Y_{11P}}U_{3}; \quad U_{2} = \frac{I_{2}'}{Y_{22P}} + \frac{Y_{12P}}{Y_{22P}}U_{1} + \frac{Y_{23P}}{Y_{22P}}U_{3}; \quad U_{3} = \frac{I_{3}'}{Y_{33P}} + \frac{Y_{13P}}{Y_{33P}}U_{1} + \frac{Y_{23P}}{Y_{33P}}U_{2}$$

Tomu odpovídá graf pasívní části obvodu na obr.13.



Obr. 12b Graf signálových toků příslušný systému rovnic (16) – po úpravě systému rovnic *způsobem A*.



Obr. 13 Graf signálových toků příslušný pasívní části obvodu – po úpravě systému rovnic *způsobem A*.

2.2 Algoritmus pro přímé sestavení grafu pasívní části obvodu (způsob úpravy A)

Na základě předchozích úvah lze sestavit jednoduše algoritmus pro přímé sestavení (sestrojení) grafu pasívní části obvodu (vycházející ze způsobu úpravy A rovnic):

1) Vyznačíme uzlová napětí (je zde jediná možná orientace).

- 2) Každému topologickému uzlu a zdroji proudu přiřadíme uzel grafu.
- 3) Určíme přenos a_{ik} do každého uzlu i ze všech ostatních uzlů k:



4) Zdroj proudu I_i vstupující do uzlu <u>i</u> má přenos +1/ Y_{ii} . Přenos z jakéhokoliv uzlu do zdroje neexistuje (ideální zdroj není ničím ovlivnitelný).

Stejným způsobem bychom mohli konstruovat i signálový model z matice příslušné *aktivní* části obvodu. Již teď je však zřejmé, že získání správného výsledku podle obr.12 vede ke značnému doplňování (ve jmenovatelích přenosů) po propojení grafů – *vede ke složité algebře po (pro) propojení grafů*.

(17)

Tento postup (algoritmus) bude vhodný jenom tam, kde se jedná o zdroj napětí řízený napětím – ten má nulový výstupní odpor, to znamená nekonečnou výstupní admitanci. Ve smyslu předchozích úvah je zřejmé, že *uzel s nekonečnou výstupní admitancí* – např. $Y_{bb} \rightarrow \infty$ - automaticky "*vynuluje" všechny přenosy pasívní sítě vstupující do tohoto uzlu, lze rozpojit vstupující větve pasívní sítě* – viz obr.14 – "tečkovaně"; ale poměr Y_{ba}/Y_{bb} může být i v tomto případě nenulový – viz výrazy A.G_o, -A.G_o v admitančních modelech napěťových zesilovačů. Podíly typu ± A.G_o/G_o dávají výsledek ± A, jedná se zcela správně o bezrozměrný napěťový přenos mezi napěťovými uzly obvodu.

Pokud *budíme uzel* U_k *obvodu z ideálního zdroje napětí*, platí analogicky (nekonečná výstupní admitance G₀ ideálního zdroje napětí), že všechny *větve vstupující do uzlu buzeného ideálním zdrojem napětí rozpojíme* (uzlová admitance je nekonečně velká, přenosy do uzlu jsou proto nulové). To odpovídá fyzikální skutečnosti, že ideální zdroj napětí nelze žádným přenosem skutečně ovlivnit.

Pokud *budíme uzel obvodu reálným zdrojem napětí*, přepočítáme tento zdroj napětí na ekvivalentní zdroj proudu (Nortonův teorém) nebo modelujeme reálný zdroj pomocí ideálního zdroje napětí a odporu (obecně impedance) – obr.15.



Obr. 14 Graf signálových toků příslušný systému rovnic (16) – po úpravě systému rovnic *způsobem* A – pro $Y_{bb} \rightarrow \infty$; poměr Y_{ba}/Y_{bb} může být i v tomto případě nenulový



Obr. 15 Aplikace vztahu (17) při buzení uzlu U_k z reálného zdroje napětí. Po přepočtu pomocí Nortonova teorému i bez přepočtu obdržíme stejný vztah mezi U_0 a U_k

2.3 Algoritmus pro přímé sestavení grafu obvodu se zdrojem napětí řízeným napětím (OZ)

Na základě předchozích úvah lze sestavit algoritmus pro řešení obvodů s aktivními prvky vycházející ze způsobu úpravy A. V tomto případě se používají vlastně intuitivně stanovené signálové modely aktivních prvků - modeluje se napěťový přenos mezi uzly a intuitivně vstupní a výstupní admitance modelu. Ukáže se, že tento postup je opravdu vyhovující pouze pro nekonečně velkou výstupní admitanci (nulovou výstupní impedanci) aktivního prvku.

1) Vyznačíme do schématu obvodu vstupní a výstupní admitance aktivního prvku – dále je považujeme za součást pasívní části obvodu.

2) Každému topologickému uzlu, zdroji proudu a zdroji napětí přiřadíme uzel grafu.

3) Určíme pro pasívní část obvodu přenos a_{ik} <u>do každého uzlu i ze všech ostatních uzlů</u> <u>k</u> – podle již uvedeného vztahu (17):



Na základě předchozích úvah je zřejmé, že *přenosy do uzlů*, které representují ideální *zdroj napětí* jsou nulové (nekonečná uzlové admitance) – tedy *větve* pasívní části obvodu vstupující do takových uzlů prostě *rozpojíme*.

4) Zdroj proudu I_i vstupující do uzlu <u>i</u> (napěťového) má přenos +1/ Y_{ii} (skutečně také platí $U = Z \cdot I = I / Y = I \cdot (1/Y)$ - fyzikální rozměr je tedy dodržen). Přenos z jakéhokoliv uzlu do zdroje neexistuje (ideální zdroj není ničím ovlivnitelný).

5) Mezi odpovídající uzly grafu doplníme větve, které definují napěťové přenosy aktivního prvku (zdrojů napětí řízených napětím).

6) Řešíme požadované přenosy grafu.

2.4 Signálové modely aktivních prvků – zdrojů napětí řízených napětím

(v [2] stanoveny zřejmě intuitivně)

Modely aktivních prvků definující napěťové přenosy mezi vývody prvku jsou na obr. 16 až obr.21 – <u>vstupní a výstupní admitance nejsou v [2]</u> zobrazeny. Ale zaznamenání toho, že výstupní admitance je nekonečná, je při aplikaci modelů vhodné, aby se tato skutečnost nedopatřením neopominula.



Obr. 16 Základní model zesilovače napětí se zesílením K.



Obr. 17 Model invertujícího zesilovače s nekonečným zesílením.



Obr. 18 Model diferenčního zesilovače se zesílením A.



Obr. 19 Model diferenčního zesilovače s nekonečným zesílením.



Obr. 20 Model sumačního zesilovače s různými přenosy $U_k = A_1 \cdot U_1 + \ldots + A_i \cdot U_i + \ldots + A_n \cdot U_n$



Obr. 21 Model derivačního a integračního členu v Laplaceově transformaci.

2.5 Příklady na aplikaci algoritmu

Na praktických příkladech bude demonstrováno použití uvedeného algoritmu s intuitivně stanovenými modely zesilovacích prvků (zdrojů napětí řízených napětím).

Řešený příklad 2.5.1

Na obr.22 je základní struktura s invertujícím operačním zesilovačem, pomocí které můžeme realizovat invertující filtry 2. řádu. Analyzujme tuto strukturu metodou signálových toků (varianta A).



Obr. 22 Základní invertující struktura filtrů s invertujícím OZ s reálným zdrojem signálu U_i/R_i (a možný přepočet na ekvivalentní zdroj proudu – Nortonův teorém); Y_{IN} , Y_O – vstupní a výstupní admitance zesilovače.

Základní kroky konstrukce grafu signálových toků podle uvedeného algoritmu jsou zřejmé z obr.23. Postupně jsou demonstrovány přenosy do jednotlivých uzlů grafu signálových toků. Na obr.23a je znázorněna konstrukce přenosu do uzlu U_1 , přičemž jsou uvedeny obě možné varianty representace zdroje signálu U_i a je naznačena shodnost obou postupů. Na obr.23b až 23d jsou znázorněny "pasivní" přenosy do uzlů U_2 až U_4 ; na obr.23e je vyznačen přenos ideálního invertujícího zesilovače s nekonečným zesílením. Jeho vstupní admitanci Y_{IN} a výstupní admitanci Y_0 je **nutné zahrnout do pasívní části obvodu** [2].



Obr. 23 a) Přenos do uzlu U₁ pro dvě možné reprezentace zdroje signálu;
b) přenosy do uzlu U₂; c) přenosy do uzlu U₃; d) "pasívní" přenosy do uzlu U₄; e) "aktivní" (napěťový) přenos do uzlu U₄ (přenosy z referenčního a do referenčního uzlu "nejsou").

Budeme-li uvažovat $Y_{IN} = 0$ (nekonečný vstupní odpor zesilovače) a $Y_{O} = \infty$ (nulový výstupní odpor zesilovače), zmizí člen Y_{IN} v přenosech do uzlu U_3 a "pasívní" přenosy do uzlu U_4 jsou nulové - zůstanou pouze přenosy definované modelem zesilovače. Výsledný graf pro obvod na obr.22 za těchto podmínek je uveden na obr.24.



Obr. 24 Výsledný graf signálových toků pro obvod na obr.22 – ideální zesilovač

Zbývá jen určit přenos $U_1 \rightarrow U_4$, nejlépe pomocí Masonova pravidla. Protože nyní považujeme za vstupní uzel U_1 , neuvažujeme ve smyslu zobecněného pravidla větve, které do uzlu U_1 vstupují (budeme - li určovat přenos z uzlu U_i/R_i - budou se tyto větve samozřejmě uvažovat) – stačí řešit přenos grafu podle obr.25.



Obr. 25 Výsledný graf signálových toků pro obvod na obr.22 – pro výpočet přenosu z uzlu U_1 (můžeme si zcela oprávněně představit, že do tohoto uzlu připojíme ideální zdroj napětí velikosti $U_1 \rightarrow$ všechny vstupy do tohoto uzlu se "ruší").

Na obr.25 je nutno respektovat čtyři smyčky:

$$\frac{Y_2}{Y_2 + Y_5} \cdot \frac{Y_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4} ; \quad (-1) \cdot \frac{Y_5}{Y_2 + Y_5} ; \quad (1) \quad - \text{vlastn}i; \quad \frac{Y_2}{Y_2 + Y_5} \cdot (-1) \cdot \frac{Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4}$$

Pouze jedna dvojice smyček se navzájem "nedotýká" (neinciduje) – odsud jejich součin:

$$\left(\frac{Y_2}{Y_2+Y_5}\cdot\frac{Y_2}{Y_1+Y_2+Y_3+Y_4}\right)\cdot(1)$$

Dalším krokem je proto určení determinantu grafu:

$$\Delta = 1 - \left[\frac{Y_2}{Y_2 + Y_5} \cdot \frac{Y_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4} - \frac{Y_5}{Y_2 + Y_5} + 1 - \frac{Y_2}{Y_2 + Y_5} \cdot \frac{Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4}\right] + \dots + \left[\left(\frac{Y_2}{Y_2 + Y_5} \cdot \frac{Y_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4}\right)\right] = \frac{Y_5}{Y_2 + Y_5} + \frac{Y_2}{Y_2 + Y_5} \cdot \frac{Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4}$$

Přímá cesta do uzlu U_4 z uzlu U_1 je pouze jedna:

$$P_{41} = \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4} \cdot \frac{Y_2}{Y_2 + Y_5} \cdot (-1)$$

a přeruší všechny smyčky, její subdeterminant (determinant podgrafu) je tedy roven jedné. Přenos grafu proto je

$$\frac{U_4}{U_1} = \frac{-\frac{Y_1}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4} \cdot \frac{Y_2}{Y_2 + Y_5}}{\frac{Y_5}{Y_2 + Y_5} + \frac{Y_2}{Y_2 + Y_5} \cdot \frac{Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4}}$$

$$\frac{U_4}{U_1} = \frac{-Y_1Y_2}{Y_2Y_3 + Y_5(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)}$$

Vhodnou volbou admitancí Y_1 až Y_5 získáme požadované přenosové funkce – invertující filtry 2. řádu.

Poznámka: Admitance, které jsou druhým vývodem připojeny k referenčnímu uzlu, se "projeví" pouze v uzlové admitanci (ve jmenovateli přenosu). Přenos z referenčního uzlu je totiž nulový (reference \equiv nulový signál) a přenos do referenčního uzlu prostě "není", protože uzlová admitance referenčního uzlu je nekonečná (referenční uzel má přece nulovou impedanci).

Řešený příklad 2.5.2

Na obr.26 je operační síť, která je schopna realizovat neinvertující dolní a horní propusti 2. řádu - filtry **Sallen - Key**. Neinvertující zesilovač se zesílením K je nejčastěji realizován neinvertujícím zapojením operačního zesilovače - obr.26b.

Stanovení poměru odporů R_b a R_a při požadovaném K je triviální záležitostí. Pro stanovení konkrétních hodnot těchto odporů musíme jednu hodnotu zvolit a druhou dopočítat tak, aby byl poměr zachován. Například pro požadované K = 2,5 je zřejmé, že musí platit $R_b/R_a = K - 1 = 2,5 - 1 = 1,5$. Volíme - li nyní $R_a = 10$ k Ω , dostaneme:



$$R_{\rm b} = R_{\rm a}(K-1) = 15 \ \mathrm{k}\Omega$$

Obr. 26 Struktura filtrů Sallen- Key - a); realizace neinvertujícího zesilovače – b).

Analýzu zapojení na obr.26 děláme naprosto stejným postupem jako analýzu obvodu na obr.22. Nesmíme opomenout [2] zejména výstupní admitanci zesilovače – Y_0 , abychom nedospěli k nesprávným výsledkům. Výsledný graf signálových toků je uveden na obr.27 - pro obecnou vstupní a výstupní admitanci zesilovače. Napěťový zdroj signálu není přepočítán na zdroj proudu. Přenosy do jednotlivých uzlů grafu jsou graficky rozlišeny tak, aby byl zřejmý "výtvarný zákon" grafu.

Diskuse ke grafu na obr. 27

- Pro $R_i = 0$ je $G_i \rightarrow \infty$ a přenos $G_i/(G_i + Y_1) = 1$, tedy $U_i = U_1$, což je za daného předpokladu v pořádku. Současně automaticky dostaneme $Y_1/(G_i + Y_1) = 0$, což je rovněž správné, protože přenos do ideálního zdroje (nyní $R_i = 0$) je vždy nulový.



Obr. 27 Graf signálových toků pro obvod na obr.26 – se zahrnutím vlivu vstupní (Y_{IN}) a výstupní (Y_0) impedance zesilovače K

- Pro nulový výstupní odpor zesilovače platí, že $Y_0 \rightarrow \infty$. "Vynuluje" se proto "pasívní" přenos do výstupu zesilovače - $Y_3/(Y_3 + Y_z + Y_0) = 0$ - přenos do **ideálního napěťového** výstupu je pouze přes zesilovač *K*, nikoliv přes vnější síť zesilovače.

- Pro nekonečně velký vstupní odpor zesilovače platí, že $Y_{IN} = 0$. Člen $Y_2/(Y_2 + Y_4 + Y_{IN})$ se zjednoduší na výraz $Y_2/(Y_2 + Y_4)$.

Za předpokladů uvedených v diskusi můžeme nakreslit zjednodušený graf signálových toků, který je znázorněn na obr.28 (ideální zesilovač napětí K – to je nulový výstupní a nekonečně velký vstupní odpor, struktura buzena z ideálního zdroje napětí $U_i = U_1$).





Vyřešit přenos grafu pomocí Masonova pravidla je relativně snadné. Determinant grafu je

$$\Delta = 1 - \left[\frac{Y_2}{Y_2 + Y_4} \cdot \frac{Y_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3} + \frac{Y_2}{Y_2 + Y_4} \cdot \left(K \right) \cdot \frac{Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3} \right]$$

Přímá cesta je pouze jedna a rozpojí všechny smyčky, takže k ní příslušný subdeterminant je roven jedné:

$$P_{41} = (1) \cdot \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2 + Y_3} \cdot \frac{Y_2}{Y_2 + Y_4} \cdot (K)$$

Nyní je možné určit přenos grafu do uzlu U₄ z uzlu U₁:

$$\frac{U_4}{U_1} = \frac{KY_1Y_2/[(Y_1+Y_2+Y_3)(Y_2+Y_4)]}{1-\frac{Y_2^2+KY_2Y_3}{(Y_1+Y_2+Y_3)(Y_2+Y_4)}} = \frac{KY_1Y_2}{(Y_1+Y_2+Y_3)(Y_2+Y_4)-Y_2^2-KY_2Y_3}$$
$$\frac{U_4}{U_1} = \frac{KY_1Y_2}{Y_1Y_2+Y_1Y_4+Y_2Y_4+Y_3Y_4+Y_2Y_3(1-K)}$$

Vhodnou volbou admitancí získáme požadované přenosové funkce – neinvertující filtry 2. řádu – filtry Sallen – Key.

2.6 Nepřesnost modelů z článku 2.4 pro $Y_0 \neq \infty$

Předveď me na konkrétním příkladu nepřesnost, kterou vnášejí intuitivně definované modely pro konečnou výstupní impedanci $Y_0 \neq \infty$. Na obr.29 je běžná invertující struktura s operačním zesilovačem - výstupní admitance $Y_0 = G_0$ je opět přiřazena *podle metodiky uvedené v literatuře* [2].



Obr. 29 Invertující struktura s OZ; v modelu uvažujeme zesílení *A* operačního zesilovače, výstupní odpor $R_{\rm O} = 1/Y_{\rm O} = 1/G_{\rm O}$ a vstupní diferenční odpor $R_{\rm d} = 1/Y_{\rm IN} = 1/G_{\rm d}$

Po očíslování uzlů (viz obrázek) určíme pomocí známého algoritmu odpovídající graf – obr.30a. Určujeme-li přenos z uzlu (1), neuvažujeme větve do uzlu (1) vstupující (nekonečná "admitance zdroje signálu").



Obr. 30 a) Graf obvodu z obr.29 pro určení přenosu U₃/U₁;
b) Graf obvodu z obr.29 pro G₀ → ∞, U₁ zdroj napětí (signálu);
c) upravený graf pro G₀ ≠ ∞

<u>Budeme-li uvažovat $Y_0 = G_0 \rightarrow \infty$ </u>, stačí přerušit větve reprezentující přenosy pasívní části obvodu do uzlu (3), platí totiž, že $G_2/(G_2 + G_0) \rightarrow 0$, viz obr.30b. Snadno nyní určíme (Masonovo pravidlo, upravováním), že

$$\frac{U_3}{U_1} = \frac{G_1}{G_1 + G_2 + G_d} \cdot (-A) \cdot \frac{1}{1 - \left(-\frac{AG_2}{G_1 + G_2 + G_d}\right)} = \dots = -\frac{G_1}{G_2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{G_1 + G_2 + G_d}{AG_2}}$$

nebo rovněž

$$\frac{U_3}{U_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1 + R_2 / R_1 + R_2 / R_d}{A}}$$

<u>Pokud budeme obecně uvažovat, že $G_0 \neq \infty$, můžeme sečítat na obr.30a paralelní větve</u>

$$-A + \frac{G_2}{G_2 + G_0} = \frac{-AG_2 - AG_0 + G_2}{G_2 + G_0}$$

situace je znázorněna na obr.30c.

Na obr.29 byla konečná výstupní admitance $Y_0 = G_0$ přiřazena podle metodiky uvedené v literatuře [2] - nyní použijme *fyzikálnější model OZ* – obr.31. K ideálnímu napěťovému zesilovači s $Y_0 \rightarrow \infty$ doplňme korektně výstupní odpor $R_0 = 1/G_0$. Ve struktuře (modelu) se navíc objeví uzel (4) (v praxi pochopitelně nedostupný – definuje funkci zesilovače naprázdno – Théveninův teorém). Opět předpokládejme buzení ze zdroje napětí v uzlu (1) \rightarrow není třeba určovat přenosy do uzlu (1). Dále není třeba určovat přenosy pasívní části obvodu do uzlu (4), protože $Y_0 \rightarrow \infty$, zůstává pouze přenos –*A* mezi invertujícím vstupem a výstupem zesilovače – uzel (4).



Obr. 31 Reálnější model OZ s výstupním odporem $R_{\rm O}$ - modelováno pomocí zesilovače nyní již s nulovým výstupním odporem (nekonečnou vodivostí $Y_{\rm O}$) a externího odporu $R_{\rm O}$

Pomocí známého algoritmu nyní pro definované podmínky snadno určíme graf signálových toků na obr.32a. Odstraníme uzel U_4 – obr.32b – prochází jím jediná cesta – $A \cdot G_o/(G_2 + G_o)$. Je zřejmé, že admitanční poměry na výstupu OZ se nyní "promítnou" i do zesílení – *A* (a to správně), to se při postupu podle obr. 29 nestalo. Sečtení paralelních cest mezi uzly U_3 a U_2 je již jednoduché – obr.32c.



Obr. 32 a) Graf obvodu z obr.8. 22 pro určení přenosu U_3/U_1 ; b) graf po odstranění uzlu U_4 ; c) graf po sečtení paralelních cest

Graf na obr.32c se liší od grafu na obr.30c – a to ve větvi zahrnující přenos zesilovače. Chyba při použití modelu podle obr.29 – tedy i metodiky z [2] – bude zanedbatelná pouze pro

$G_2 \ll G_0$

Z uvedeného příkladu je zřejmé, že modely obvodů uvedené v článku 2.4 jsou bez výhrad vhodné pouze pro $Y_0 \rightarrow \infty$. Nebo musíme použít postup analogický postupu na obr.31.

Bude proto vhodné hledat algoritmus, který vždy zajistí korektní zahrnutí "celých uzlových admitancí" do přenosů větví vstupujících do uzlu. Není tedy obecně příliš vhodné dělit některými členy rovnic (jednotlivých) tak, jak tomu bylo v článku 2.1 a teprve poté slučovat dílčí grafy.

Příklad k samostatnému řešení 2.6.1

a) Dokažte, že přenos grafu na obr.32c (zesílení struktury na obr.31) je

$$\frac{U_3}{U_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1 - R_o / (AR_2)}{1 + \frac{1 + (R_2 + R_o) / R_1 + (R_2 + R_o) / R_d}{A}}$$

b) Určete zesílení pro $A \rightarrow \infty$.

c) Určete dopředný přenos (člen definovaný "přítomností" R_0) na vysokých frekvencích, kde již platí, že zesílení *A* kleslo k nulové hodnotě pro: $R_d \rightarrow \infty$; $R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$; $R_0 = 10, 50$ nebo 100 Ω (určete limitu přenosu pro $A \rightarrow 0$).

d) Určete přenos (i dopředný, člen definovaný "přítomností" R_0) na nízkých frekvencích, kde platí, že zesílení $A = 100\ 000\ \text{pro:}\ R_d \rightarrow \infty$; $R_1 = R_2 = 10\ \text{k}\Omega$; $R_0 = 10$, 50 nebo 100 Ω .

2.7 Určení vstupní a výstupní impedance

Určeme pro příklad vstupní impedanci invertující struktury na obr.31. Předpokládejme, že $G_0 \rightarrow \infty$. Nyní stačí konstruovat podle uvedeného algoritmu graf signálových toků s tím, že struktura je buzena zdrojem proudu I_1 do uzlu (1) – přenos mezi uzlem I_1 a uzlem U_1 je v prvním kroku definován pouze poměrem (*1/uzlová admitance = 1/G*₁). Výsledný poměr U_1/I_1 (přenos mezi uzlem I_1 a U_1) potom určuje přímo vstupní impedanci struktury. Musíme si uvědomit, že nyní bude existovat i přenos z uzlu (2) do uzlu (1), přenosy do výstupu OZ nemusíme za dané situace vůbec určovat – obr.33a.

Přenos do uzlu (1) můžeme přímo určit pomocí Masonova pravidla:

determinant grafu je

$$\Delta = 1 - \left[\frac{G_1}{G_1 + G_2 + G_d} \cdot 1 + (-A) \cdot \frac{G_2}{G_1 + G_2 + G_d}\right] = \frac{G_2 + G_d + AG_2}{G_1 + G_2 + G_d};$$

přímá cesta je pouze jedna $P_1 = 1/G_1$ - touto cestou zůstává nerozpojená smyčka

$$(-A) \cdot \frac{G_2}{G_1 + G_2 + G_d}$$



Obr. 33 a) Graf obvodu pro určení vstupní impedance obvodu na obr.31;
b), c), d) – postupné úpravy podle pravidel pro upravování grafů

Proto je příslušný subdeterminat

$$\Delta_1 = 1 - \left[(-A) \cdot \frac{G_2}{G_1 + G_2 + G_d} \right] = \frac{G_1 + G_2 + G_d + AG_2}{G_1 + G_2 + G_d}$$

a přenos
$$\frac{U_1}{I_1} = Z_1(vstupni \ impedance) = \frac{P_1 \cdot \Delta_1}{\Delta} = \frac{1}{G_1} \cdot \frac{\frac{G_1 + G_2 + G_d + AG_2}{G_1 + G_2 + G_d}}{\frac{G_2 + G_d + AG_2}{G_1 + G_2 + G_d}} = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2 + G_d + AG_2}$$

Po úpravě získáme vztah

$$Z_1 = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2 + G_d + AG_2} = R_1 + \frac{R_2}{1 + A + R_2 / R_d}$$

Přenos ovšem můžeme snadno řešit i upravováním grafu – viz obr.33b až d - obdržíme stejný výsledek.

V daném případě se můžeme uchýlit i k jinému postupu určení vstupní impedance. Z grafu na obr.30b snadno určíme přenos

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{G_1}{G_1 + G_2 + G_d} \cdot \frac{1}{1 - (-AG_2)/(G_1 + G_2 + G_d)} = \frac{G_1}{G_1 + G_2 + G_d + AG_2}$$

G

Nyní již můžeme snadno určit proud odporem R_1

$$I_{1} = \frac{U_{1} - U_{2}}{R_{1}} = \frac{U_{1} - U_{1} \cdot \frac{U_{1}}{G_{1} + G_{2} + G_{d} + AG_{2}}}{R_{1}}$$

A tedy i vstupní impedanci (stejnou)

$$\frac{U_1}{I_1} = \dots = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2 + G_d + AG_2} = R_1 + \frac{R_2}{1 + A + R_2 / R_d}$$

Pokud by byl uzel (1) propojen s větším počtem uzlů, musel bych vstupní impedanci vyšetřovat ze sumy všech proudů, potom je postup se zdrojem proudu jednoznačně výhodnější.

Stejným způsobem můžeme ovšem určit impedanci kteréhokoliv uzlu obvodu – i výstupního, je-li správně definován model – jako na obr. 31 – prostě stačí "vnucovat" proud do patřičného uzlu "podle stanovených pravidel" – obr. 34 – zde tedy I_3 .



Obr. 34 Graf obvodu z obr.31 pro určení impedance uzlu (3)

Příklad k samostatnému řešení 2.7.1

a) Dokažte, že přenos U_3 / I_3 [= impedance uzlu (3) = výstupní impedance struktury] je pro $G_d = 0$

$$\frac{U_3}{I_3} = \frac{1}{G_2 + G_0} \cdot \frac{1}{1 - \frac{-A \cdot G_0 + G_2}{G_2 + G_0} \cdot \frac{G_2}{G_1 + G_2 + G_d}} = \dots = \left|G_d \to 0\right| = \frac{1}{G_0 + \frac{G_1 G_2 + G_2 A G_0}{G_1 + G_2}}$$

- b) Určete výstupní odpor struktury pro $A \rightarrow \infty$.
- c) Určete výstupní odpor struktury pro $A \rightarrow 0$ (platí na velmi vysokých frekvencích degradace vlastností OZ).

2.8 Algoritmus pro přímé sestavení grafu obvodu se zdrojem proudu řízeným napětím (OTA - transkonduktanční zesilovač)

Úvahy udělané pro zdroj napětí řízené napětím můžeme zopakovat pro zdroj proudu řízený napětím (jeho výstupní admitance G_0 je v ideálním případě rovna nule). Zaměníme – li na obr. 14 nekonečnou admitanci (∞) nulovou admitancí (0), je zřejmé, že výstup OTA nemění uzlovou admitanci uzlu, do kterého je připojen – obr. 35. Přenosy mezi vstupy OTA (napěťovými) a výstupem OTA (proudový) jsou definovány transkonduktancí G_m – viz admitanční matici OTA – vztah (12).

Konkrétní obvodový příklad takové situace je zachycen i na obr. 36. Napětí U_n je vytvořeno všemi proudy vstupujícími do uzlu (n) na celkové admitanci proti referenčnímu uzlu. Snadno proto určíme, že

$$U_{n} = \frac{G_{m} \cdot (U_{+} - U_{-}) + I_{n} + Y_{k} \cdot (U_{k} - U_{n})}{G_{0} + Y_{n}}$$

Základními úpravami tohoto vztahu obdržíme výsledný vztah pro uzlové napětí U_n:

$$U_{n} = \frac{G_{m}}{G_{0} + Y_{n} + Y_{k}} \cdot (U_{+} - U_{-}) + \frac{I_{n}}{G_{0} + Y_{n} + Y_{k}} + \frac{Y_{k} \cdot U_{k}}{G_{0} + Y_{n} + Y_{k}}$$



Obr. 35 Graf signálových toků příslušný systému rovnic (16) – po úpravě systému rovnic způsobem A – pro $Y_{bb} \rightarrow 0$ (OTA)



Obr. 36 Do uzlu (n) je připojen výstup OTA, zdroj proudu (signálu) I_n , admitance Y_k do uzlu (k) a admitance Y_n proti referenčnímu bodu

Uzlová admitance uzlu (n) je pro náš příklad opravdu $G_0 + Y_n + Y_k$; výstupní proud OTA přispívá (ve shodě s principem superpozice platným v lineárních obvodech) k výsledné hodnotě uzlového napětí U_n. Model (graf) OTA, sestavený na základě uvedených skutečností je na obr. 37.



Obr. 37 Model (graf) OTA; Y_{OE} je celková admitance uzlu, do kterého je připojen výstup OTA (včetně jeho vlastní výstupní vodivosti G_o je – li nenulová)

Nyní již můžeme formulovat <u>algoritmus pro přímé sestavení grafu obvodu se zdrojem</u> proudu řízeným napětím (OTA):

1) Vyznačíme do schématu obvodu vstupní a výstupní admitance OTA – dále je považujeme za součást pasívní části obvodu (zde je výstupní admitance opravdu připojena správně vůči referenčnímu uzlu).

2) Každému topologickému uzlu, zdroji proudu a zdroji napětí přiřadíme uzel grafu.

3) Určíme pro pasívní část obvodu přenos a_{ik} <u>do každého uzlu i ze všech ostatních uzlů</u> <u>k</u> – podle již uvedeného vztahu (17):



Na základě předchozích úvah je zřejmé, že *přenosy do uzlů*, ke kterým je připojen výstup ideálního *zdroje proudu* (s nulovou výstupní admitancí), se nemění – tedy *větve* pasívní části obvodu vstupující do takových uzlů prostě *ponecháme*.

4) Zdroj proudu I_i vstupující do uzlu <u>i</u> má přenos +1/ Y_{ii} . Přenos z jakéhokoliv uzlu do zdroje neexistuje (ideální zdroj není ničím ovlivnitelný).

5) Mezi odpovídající uzly grafu doplníme větve s přenosem $\pm G_m$, které definují OTA a tyto přenosové admitance dělíme celkovou admitancí uzlu, do kterého je připojen výstup OTA – viz obr. 37 (výsledný přenos mezi napěťovými uzly je tak bez rozměru, což je fyzikálně v pořádku).

6) Řešíme požadované přenosy grafu – všemi dříve popsanými postupy.

2.9 Příklady s OTA a sledovačem napětí, příklady k samostatnému řešení

Aplikaci uvedeného algoritmu předvedeme na vybraných příkladech.

Řešený příklad 2.9.1

Na obr. 38 je zapojení dolní propusti s OTA a sledovačem napětí. Vstupem je uzel 1, výstupem uzel 5. Předpokládáme nulové vstupní i výstupní admitance u OTA. Sledovač napětí má napěťový přenos A = 1, nulovou vstupní admitanci a nekonečnou výstupní admitanci (ideální stav). Sestrojme graf obvodu při napěťovém buzení do uzlu 1.



Obr. 38 Dolní propust 1. řádu s OTA a napěťovým sledovačem – uzlová napětí jsou již přiřazena (čísla uzlů) ve shodě se zavedenou konvencí

Na obr. 39 jsou vyznačeny uzly grafu – fázory uzlových napětí – odpovídající obvodu na obr. 38.

1; <i>U</i> ₁	2;U ₂	3; <i>U</i> ₃	4; <i>U</i> ₄	5; U ₅
0	0	0	0	0

Obr. 39 Uzly grafu obvodu z obr. 38

Na obr. 40 jsou vyznačeny přenosy pasívní části obvodu z obr. 38, uvažujeme buzení ze zdroje napětí U₁, proto se přenosy do uzlu 1 "ruší" – není nutné je vyznačovat. Ze stejného důvodu nebudeme vyznačovat přenosy pasívní části obvodu do uzlu 5, protože sem je připojen výstup sledovače s napěťovým přenosem A = 1 a nekonečnou výstupní admitancí. Odpory R₂ do uzlů 2 a 3 se "projeví" pouze v uzlové admitanci uzlů 2 a 3 (zde shodně G₁+G₂), druhým vývodem jsou totiž připojeny k referenčnímu uzlu. Přenos z referenčního uzlu je totiž nulový (reference \equiv nulový signál) a přenos do referenčního uzlu prostě "není", protože uzlová admitance referenčního uzlu je nekonečná (referenční uzel má přece nulovou impedanci). Ze stejného důvodu se "projeví" i kapacita C pouze jako uzlová admitance uzlu 4 – pro jistotu vyznačena na obr. 40 admitance p.C v hranaté závorce (p = j ω – ustálený harmonický stav).



Obr. 40 Přenosy pasívní části obvodu z obr. 38

Nyní můžeme doplnit admitance (transadmitance) $\pm G_m$ aktivního prvku (OTA) z uzlů 2 a 3 do uzlu 4 a dělit je admitancí tohoto uzlu (sem je připojen výstup OTA) – tedy admitancí

p.C (výsledný přenos mezi uzly reprezentujícími napětí je tak bez rozměru, což je fyzikálně v pořádku). Dále doplníme napěťový přenos A = 1 z uzlu 4 do uzlu 5 – obr. 41.



Obr. 41 Graf (model) obvodu z obr. 38

Graf z obr. 41 je překreslen do vhodnější podoby – obr. 42.



Obr. 42 Překreslený graf z obr. 41

Příklad k samostatnému řešení 2.9.1

Dokažte, že přenos z uzlu 1 do uzlu 5 je určen vztahem

$$\frac{U_{5}}{U_{1}} = \frac{\frac{G_{m}G_{1}}{G_{1}+G_{2}} \cdot \frac{1}{C}}{p + \frac{G_{m}G_{1}}{G_{1}+G_{2}} \cdot \frac{1}{C}}$$

Výsledek z příkladu k samostatnému řešení 2.9.1 si zaslouží diskusi. Transkonduktanci G_m průmyslově vyráběných OTA lze obvykle řídit stejnosměrným proudem (napětím). Přenos definuje dolní propust 1. řádu

$$\frac{U_5}{U_1} = \frac{\omega_0}{p + \omega_0}$$

s charakteristickou frekvencí

$$\omega_0 = \frac{G_m G_1}{G_1 + G_2} \cdot \frac{1}{C}$$

kterou lze řídit proudem (napětím).

Řešený příklad 2.9.2

Na obr. 43 je zapojení horní propusti s OTA a sledovačem napětí [11, str. 444 - 445]. Vstupem je uzel 1, výstupem uzel 3. Předpokládáme nulové vstupní i výstupní admitance u OTA. Sledovač napětí má napěťový přenos A = 1, nulovou vstupní admitanci a nekonečnou výstupní admitanci (ideální stav). Sestrojme graf obvodu při proudovém buzení do uzlu 1.



Obr. 43 Horní propust 1. řádu s OTA a napěťovým sledovačem – uzlová napětí jsou již přiřazena (čísla uzlů) ve shodě se zavedenou konvencí

Na obr. 44 jsou vyznačeny uzly grafu – fázor zdroje proudu a fázory uzlových napětí – odpovídající obvodu na obr. 43.



Obr. 44 Uzly grafu obvodu z obr. 43

Na obr. 45 jsou vyznačeny přenosy pasívní části obvodu z obr. 43. Uvažujeme buzení ze zdroje proudu I_1 – přenos ze zdroje proudu do uzlu 2 je určen uzlovou admitancí uzlu 2, která je v ideálním případě určena pouze admitancí kapacitoru; přenos tedy je 1/(*pC*). Nebudeme vyznačovat přenosy pasívní části obvodu do uzlu 3, protože sem je připojen výstup sledovače s napěťovým přenosem A = 1 a nekonečnou výstupní admitancí. Odpor R₂ do uzlu 4 se "projeví" pouze v uzlové admitanci uzlu 4 (zde G₁+G₂), druhým vývodem je totiž připojen k referenčnímu uzlu. Přenos z referenčního uzlu je totiž nulový (reference = nulový signál) a přenos do referenčního uzlu prostě "není", protože uzlová admitance referenčního uzlu je nekonečná (referenční uzel má přece nulovou impedanci). Ze stejného důvodu se neuplatní vůbec neinvertující vstup OTA.



Obr. 45 Přenosy pasívní části obvodu z obr. 43

Nyní můžeme doplnit admitanci (transadmitanci) $-G_m$ aktivního prvku (OTA) z uzlu 4 do uzlu 2 a dělit ji admitancí tohoto uzlu (sem je připojen výstup OTA) – tedy admitancí p.C (výsledný přenos mezi uzly reprezentujícími napětí je tak bez rozměru, což je fyzikálně v pořádku). Dále doplníme napěťový přenos A = 1 z uzlu 2 do uzlu 3 – obr. 46.



Obr. 46 Model obvodu z obr. 43 při buzení ze zdroje proudu

Příklad k samostatnému řešení 2.9.2

a) Dokažte, že přenos z uzlu I_1 do uzlu U_1 (tedy vstupní impedance U_1/I_1) je určen vztahem

$$U_1 = I_1 \cdot \left(\frac{1}{pC} + \frac{1}{G_m} \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)\right)$$

b) Dokažte, že přenos z uzlu U_1 do uzlu U_3 je určen vztahem

$$\frac{U_3}{U_1} = \frac{p}{p + \frac{1}{\frac{C \cdot (1 + R_1/R_2)}{G}}}$$

Výsledky z příkladu k samostatnému řešení 2.9.2 si rovněž zaslouží diskusi. Transkonduktanci G_m průmyslově vyráběných OTA lze obvykle řídit stejnosměrným proudem (napětím). Přenos U_3/U_1 definuje nyní horní propust 1. řádu

$$\frac{U_3}{U_1} = \frac{p}{p + \omega_0}$$

s charakteristickou frekvencí

$$\omega_{0} = \frac{1}{\frac{C \cdot (1 + R_{1}/R_{2})}{G_{m}}} = \frac{G_{m}G_{1}}{G_{1} + G_{2}} \cdot \frac{1}{C}$$

kterou lze řídit proudem (napětím).

Vstupní impedance

$$\frac{U_1}{I_1} = \frac{1}{pC} + \frac{1}{G_m} \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$$

je evidentně tvořena sériovým řazením impedance 1/(pC) samotného kapacitoru *C* a ekvivalentní impedancí uzlu 2 (proti referenčnímu uzlu) $(1+R_1/R_2)/G_m$. Pro kmitočty $\omega \rangle \omega_0$ lze uzel 2 považovat za řízený odpor (změnou G_m) o velikosti $(1+R_1/R_2)/G_m$ [11, str. 443]. Fyzikální princip je jednoduchý. Proud I_1 je určen pouze výstupním proudem OTA a ten je zde generován pouze napětím U_4 . Konkrétní hodnotě proudu tak odpovídá konkrétní hodnota napětí U_4 . Zvětšujeme-li při konstantní hodnotě proudu I_1 velikost rezistoru R_1 , musí pro dosažení potřebné hodnoty napětí U_4 vzrůst napětí $U_2 = U_3$, poměr U_2/I_1 (tedy ekvivalentní impedance uzlu 2) narůstá. To je ve shodě s uvedeným vztahem.

2.10 Příklady k samostatnému řešení

V tomto článku jsou nabídnuty k samostatnému řešení další obvodové struktury, které mají praktické využití při konstrukci elektronických obvodů.

Příklad k samostatnému řešení 2.10.1

a) Dokažte, že napěťový přenos struktury na obr. 47 z uzlu 1 do uzlu 3 je pro $R_0 = 0$ definován vztahem

$$\frac{U_3}{U_1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{1}{1 + \frac{1 + R_2 / R_1}{A}}$$

b) Dokažte, že napěťový přenos struktury na obr. 43 z uzlu 1 do uzlu 3 je pro nenulový výstupní odpor R_0 definován vztahem

$$\frac{U_3}{U_1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{1}{1 + \frac{1 + (R_2 + R_o)/R_1}{A}}$$

(řiď te se metodikou z čl. 2.6, obr. 31).

c) Jaký vliv na přenos má výstupní odpor R_0 ideálního OZ (A nabývá nekonečné hodnoty)?



Obr. 47 Neinvertující struktura s OZ; v modelu uvažujeme zesílení *A* operačního zesilovače, výstupní odpor $R_0 = 1/Y_0 = 1/G_0$; vstupní diferenční odpor je nekonečný (idealizace)

Příklad k samostatnému řešení 2.10.2

Dokažte, že napěťový přenos struktury filtru Sallen-Key na obr. 48 z uzlu 1 do uzlu 4 je definován níže uvedeným vztahem. Předpokládejte, že napěťový zesilovač K má nekonečnou vstupní impedanci a nulovou výstupní impedanci. Předpokládejte buzení uzlu 1 ze zdroje napětí.



Obr. 48 Struktura filtrů Sallen- Key – dolní propust 2. řádu

$$\frac{U_4}{U_1} = K \cdot \frac{\omega_0^2}{p^2 + p \cdot \omega_0 / Q + \omega_0^2}; \quad Q = \frac{1}{3 - K}; \quad \omega_0^2 = \frac{1}{(RC)^2}$$

Příklad k samostatnému řešení 2.10.3

Dokažte, že napěťový přenos struktury na obr. 49 z uzlu 1 do uzlu 4 je definován níže uvedeným vztahem. Předpokládejte, že napěťový zesilovač K má nekonečnou vstupní impedanci a nulovou výstupní impedanci. Předpokládejte buzení uzlu 1 ze zdroje napětí.



Obr. 49 Struktura filtrů Sallen- Key – horní propust 2. řádu

$$\frac{U_4}{U_1} = K \cdot \frac{p^2}{p^2 + p \cdot \omega_0 / Q + \omega_0^2}; \quad Q = \frac{1}{3 - K}; \quad \omega_0^2 = \frac{1}{(RC)^2}$$

Příklad k samostatnému řešení 2.10.4

a) Dokažte, že výstupní napětí struktury na obr. 50 je určeno vztahem

$$U_5 = (U_1 - U_2) \cdot \frac{G_a}{G_a + G_b} \cdot \frac{G_m}{G_z + G_o}$$

b) Dokažte, že výstupní odpor je určen vztahem $1/(G_o + G_z)$.

Uvědomte si, že výstupní vodivost G_o struktury OTA se řadí paralelně k zatěžovacímu odporu (viz i obr. 36) a přenosy do výstupního uzlu se sečítají.



Obr. 50 Diferenční struktura s OTA – reálný výstupní odpor (vodivost)

Příklad k samostatnému řešení 2.10.5

Dokažte, že vstupní impedance struktury s ideálními OZ na obr. 51 je určena vztahem $U_1/I_1 = pR_2R_3C$, tedy že se jedná o syntetický induktor $L = R_2R_3C$. Pro model ideálního OZ použijte obr. 19.



Obr. 51 Syntetický induktor se dvěma OZ [11, str. 270]

Příklad k samostatnému řešení 2.10.6

a) Dokažte, že přenos struktury se zesilovačem napětí s konečným zesílením *K* na obr. 52 je určen vztahem ($p = j\omega$)

$$\frac{U_4}{U_1} = \frac{p \cdot K / (RC)}{p^2 + p \cdot (4 - K) / (RC) + 2 / (RC)^2}$$

Předpokládejte, že napěťový zesilovač *K* má nekonečnou vstupní impedanci a nulovou výstupní impedanci. Předpokládejte buzení uzlu 1 ze zdroje napětí.

b) Určete přenos struktury pro $\omega \rightarrow \infty$ a pro $\omega \rightarrow 0$.

c) Určete přenos struktury pro $\omega = \omega_0 = \sqrt{2}/(CR)$

d) Na základě zjištěných skutečností identifikujte typ filtru.



Obr. 52 Filtr realizovaný se zesilovačem s konečným zesílením [11, str. 372]

Příklad k samostatnému řešení 2.10.7

a) Dokažte, že přenos struktury s ideálním OZ na obr. 53 je určen vztahem ($p = j\omega$)

$$\frac{U_4}{U_1} = \frac{-p/(R_1C)}{p^2 + p \cdot 2/(R_5C) + 1/(R_1R_5C^2)}$$

Pro model ideálního OZ použijte obr. 19. Předpokládejte napěťové buzení struktury.

b) Určete přenos struktury pro $\omega \rightarrow \infty$ a pro $\omega \rightarrow 0$.

c) Určete přenos struktury pro $\omega = \omega_0 = 1/(C \cdot \sqrt{R_1 R_5})$

d) Na základě zjištěných skutečností identifikujte typ filtru.



Obr. 53 Filtr realizovaný s ideálním OZ [11, str. 373]

Příklad k samostatnému řešení 2.10.8

a) Dokažte, že přenos struktury s ideálním OZ na obr. 54 je určen vztahem ($p = j\omega$)

$$\frac{U_2}{U_1} = |C_1 = C_2| = \frac{1/(R_0 R_1 C^2)}{p^2 + p \cdot 2/(R_1 C) + 1/(R_0 R_1 C^2)}$$

b) Určete přenos struktury pro $\omega \rightarrow \infty$ a pro $\omega \rightarrow 0$.

c) Určete modul přenosu struktury pro $\omega = \omega_0 = 1/(C \cdot \sqrt{R_0 R_1})$

d) Na základě zjištěných skutečností identifikujte typ filtru.

e) Dokažte, že výstupní impedance struktury (uzel 2) při uzemněném uzlu 1 (to odpovídá napěťovému buzení) je určena vztahem

Obr. 54 Filtr realizovaný s ideálním OZ [12]

Příklad k samostatnému řešení 2.10.9

a) Dokažte, že přenos struktury s ideálními OTA na obr. 55 je určen vztahem ($p = j\omega$; z uzlu 3 do uzlu 3 je také přenos $-G_{m2}$, ten je nutné dělit uzlovou admitancí uzlu 3)

$$\frac{U_3}{U_1} = \frac{p^2 + G_{m1}G_{m2}/(C_1C_2)}{p^2 + pG_{m2}/C_2 + G_{m1}G_{m2}/(C_1C_2)}$$

b) Určete přenos struktury pro $\omega \rightarrow \infty$ a pro $\omega \rightarrow 0$.

c) Určete modul přenosu struktury pro $\omega = \omega_0 = \sqrt{G_{m1}G_{m2}/(C_1C_2)}$

d) Na základě zjištěných skutečností identifikujte typ filtru.



Obr. 55 Filtr realizovaný se dvěma OTA [13, str. 55]

Příklad k samostatnému řešení 2.10.10

a) Dokažte, že přenos struktury s ideálními OTA na obr. 56 je určen vztahem ($p = j\omega$; z uzlu 3 do uzlu 3 je také přenos $-G_{m2}$, ten je nutné dělit uzlovou admitancí uzlu 3)

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{+G_{m1}G_{m2}/(C_1C_2)}{p^2 + pG_{m2}/C_2 + G_{m1}G_{m2}/(C_1C_2)}$$

b) Určete přenos struktury pro $\omega \rightarrow \infty$ a pro $\omega \rightarrow 0$.

c) Určete modul přenosu struktury pro $\omega = \omega_0 = \sqrt{G_{m1}G_{m2}/(C_1C_2)}$

d) Na základě zjištěných skutečností identifikujte typ filtru.



Obr. 56 Filtr realizovaný se dvěma OTA [13, str. 56]

3. SHRNUTÍ

Na základě předchozích úvah a příkladů řešených i "k řešení" je zřejmé, že po získání určitých zkušeností lze poměrně snadno sestrojit grafy elektronických obvodů, které obsahují ideální zdroje napětí řízené napětím (ideální operační zesilovače, OZ) a rovněž grafy obvodů, které obsahují ideální zdroje proudu řízené napětím (transkonduktanční zesilovače, OTA).

Rovněž je však zřejmé, že popsané algoritmy mohou vést k omylům, zahrneme-li do modelů i další (reálné) vlastnosti zesilovacích struktur. Bude proto výhodné hledat algoritmus, který se s tímto problém vypořádá, algoritmus, který umožní zjistit grafy všech zesilovacích struktur – a to jednotným způsobem. To bude náplní další kapitoly. Shora popsané algoritmy se potom ukáží být pouze limitními případy algoritmu dále popsaného.

4. ZÁVĚREČNÝ TEST

1. Pro úplnou admitanční matici platí

a) suma admitancí v každém řádku je rovna nule a suma admitancí v některém sloupci není rovna nule

b) suma admitancí v každém řádku je rovna nule a suma admitancí v každém sloupci je rovna nule

c) suma admitancí v některém řádku není rovna nule a suma admitancí v každém sloupci je rovna nule

d) suma admitancí v některém řádku není rovna nule a suma admitancí v některém sloupci není rovna nule

2. Při dodržení šipkové konvence na obr. 57 platí (pro lineární strukturu)



Obr. 57 Obecný (n+1) pól

a) diagonální prvky admitanční matice jsou sumou příslušných uzlových admitancí se znaménkem kladným a ostatní prvky jsou sumou příslušných meziuzlových admitancí se znaménkem záporným

b) diagonální prvky admitanční matice jsou sumou příslušných uzlových admitancí se znaménkem záporným a ostatní prvky jsou sumou příslušných meziuzlových admitancí se znaménkem záporným

c) diagonální prvky admitanční matice jsou sumou příslušných uzlových admitancí se znaménkem kladným a ostatní prvky jsou sumou příslušných meziuzlových admitancí se znaménkem kladným

d) diagonální prvky admitanční matice jsou sumou příslušných uzlových admitancí se znaménkem záporným a ostatní prvky jsou sumou příslušných meziuzlových admitancí se znaménkem kladným

3. Pokud libovolný pól k na obr. 57 spojíme s externím referenčním uzlem, v admitanční matici se

a) nic nemění

- b) "škrtá" pouze odpovídající sloupec
- c) "škrtá" pouze odpovídající řádek
- d) "škrtá" odpovídající řádek i sloupec

4. Přenos z napěťového uzlu 1 do napěťového uzlu 2 v grafu pasívního obvodu je

a) (admitance mezi uzly 1 a 2)/(uzlová admitance uzlu 2)

b) (admitance mezi uzly 1 a 2)/(uzlová admitance uzlu 1)

c) (uzlová admitance uzlu 2)/(admitance mezi uzly 1 a 2)

d) (admitance mezi uzly 1 a 2) - (uzlová admitance uzlu 2)

5. Ideální zdroj napětí řízený napětím má

a) nulovou výstupní admitanci a nulovou vstupní admitanci

b) nulovou výstupní admitanci a nekonečnou vstupní admitanci

c) nekonečnou výstupní admitanci a nulovou vstupní admitanci

d) nekonečnou výstupní admitanci a nekonečnou vstupní admitanci

6. Ideální zdroj proudu řízený napětím má

a) nulovou výstupní admitanci a nulovou vstupní admitanci

b) nulovou výstupní admitanci a nekonečnou vstupní admitanci

c) nekonečnou výstupní admitanci a nulovou vstupní admitanci

d) nekonečnou výstupní admitanci a nekonečnou vstupní admitanci

7. V signálovém grafu na obr. 58 je přenos z uzlu (+) do uzlu (o)

- a) + ∞
- p) ∞
- c) + 1
- d) 1



Obr. 58 Otázka 7

8. Signálový model na obr. 59 je modelem (grafem)

a) ideálního OTA
b) ideálního OZ
c) zdroje proudu řízeného proudem
d) neplatí žádné z předchozích tvrzení



Obr. 59 Otázka 8

9. Uzlová admitance uzlu b pro zapojení na obr. 60 je (blok K je ideální zesilovač napětí) R_a
R_b



10. Uzlová admitance uzlu (3) pro zapojení na obr. 61 je (blok K je ideální zesilovač napětí)

a) G_1 b) G_2 c) $G_1 + G_2$ d) ∞ R_1 R_2 R_2 (1) (2) K K

Obr. 61 Otázka 10

11. Uzlová admitance uzlu (2) pro zapojení na obr. 62 je (ideální OTA)



12. Uzlová admitance uzlu c pro zapojení na obr. 63 je (ideální OTA)



5. OTÁZKY K PROBLEMATICE

- 1. Objasněte metodiku získání admitančního modelu lineárního elektronického obvodu.
- 2. Objasněte vztah mezi úplnou a zkrácenou admitanční maticí.
- 3. Objasněte souvislost admitančního modelu s grafem signálových toků.
- 4. Objasněte pojem uzlová admitance.
- 5. Jaká je uzlová admitance uzlu, do kterého je připojen ideální zdroj napětí?
- 6. Jaká je uzlová admitance uzlu, do kterého je připojen ideální zdroj proudu?
- **7.** Jaké jsou přenosy "pasívní části obvodu" do uzlu, do kterého je připojen výstup ideálního operačního zesilovače (zdroje napětí řízeného napětím)?
- **8.** Jaké jsou přenosy "pasívní části obvodu" do uzlu, do kterého je připojen výstup ideálního OTA (zdroje proudu řízeného napětím)?
- **9.** Objasněte podstatu algoritmu pro přímé sestavení grafu obvodu se zdrojem napětí řízeným napětím (s operačním zesilovačem).
- **10.** Objasněte podstatu algoritmu pro přímé sestavení grafu obvodu se zdrojem proudu řízeným napětím (s OTA).
- 11. Objasněte podstatu určování vstupní a výstupní impedance.
- 12. Jaký je přenos z uzlu proudu do uzlu grafu ("napěťového")?
- 13. Jaký problém vzniká u neideálního zdroje napětí (s konečnou výstupní admitancí)?
- 14. Určujeme přenos z uzlu k do uzlu n grafu. Jak naložíme s větvemi grafu, které do uzlu k vstupují?
- 15. Čím se liší algoritmus pro sestavení grafu s OZ a OTA, co je společné?

Literatura

[1] Mason J. S., Zimmermann J. H.: Electronic Circuits, Signals, and Systems. John Wiley & Sons, Inc., 1960

[2] Ostapenko G. S.: Analogovyje poluprovodnikovyje integralnyje mikroschemy. "Radijo i Svjaz", Moskva 1981

- [3] Čajka J., Kvasil J.: Teorie lineárních obvodů. SNTL/ALFA, Praha 1979
- [4] Klabačková H.: Řešení elektronických obvodů grafy signálových toků. Slaboproudý obzor 31 (1970), č. 8., P25 až P32
- [5] Mikula J.: Analýza obvodov metódou grafov signálových tokov. Slaboproudý obzor 33 (1972), č. 3., P9 až P14
- [6] Punčochář J.: Řešení obvodů grafy signálových toků I (základní úvahy, upravování grafů). Katedra teoretické elektrotechniky, říjen 1995
- [7] Punčochář J.: Řešení obvodů grafy signálových toků II (Masonovo pravidlo). Katedra teoretické elektrotechniky, listopad 1995
- [8] Punčochář J.: Řešení obvodů grafy signálových toků III (konstrukce grafů obvodů). Katedra teoretické elektrotechniky, listopad 1995
- [9] Punčochář, J.: Lineární obvody s elektronickými prvky. VŠB TU Ostrava, Ostrava 2002, ISBN 80-248-0040-3
- [10] Punčochář, J.: Operační zesilovače historie a současnost. BEN – Technická literatura, Praha 2002, ISBN 80-7300-047-4

[11] Punčochář, J.: Operační zesilovače v elektronice (5. vydání). BEN – Technická literatura, Praha 2002, ISBN 80-7300-059-8

- [12] Tobola, P. Vrba, K.: Návrh aktivní dolní propusti pro měřicí účely. Sdělovací technika č. 2, 1989, str. 49 – 54
- [13] Biolek, D.: Řešíme elektronické obvody. BEN Technická literatura, Praha 2004, ISBN 80-7300-125-X



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ŘEŠENÍ OBVODŮ GRAFY SIGNÁLOVÝCH TOKŮ III

Josef Punčochář Jitka Mohylová Petr Orság

I.	ÚV	OD DO TEORIE GRAFŮ	6
II.	GR IN	AFY SIGNÁLOVÝCH TOKŮ V METODĚ UZLOVÝCH NAPĚTÍ - FUITIVNĚ STANOVENÉ MODELY AKTIVNÍCH PRVKŮ	39
III.	M(AD	DDELY AKTIVNÍCH PRVKŮ NA ZÁKLADĚ MODELŮ MITANČNÍCH	93
		ÚVOD	95
	1.	PŘIŘAZENÍ GRAFU VÝSLEDNÉMU SYSTÉMU LINEÁRNÍCH ROVNIC (způsob úpravy B; MB grafy)	95
	2.	PŘIŘAZENÍ GRAFU SYSTÉMU ROVNIC "POČÁSTECH"	98
	3.	ALGORITMUS PRO PŘÍMÉ SESTROJENÍ GRAFU (vycházející ze způsobu úpravy B) OBVODU S AKTIVNÍM PRVKEM	103
	4.	GRAFY NĚKTERÝCH INTEGROVANÝCH ELEKTRONICKÝCH n–PÓLŮ	106
		4.1 Operační zesilovač (OZ; VFA)	106
		4.2 Proudový konvejor ((I)CCII+,-)	117
		4.3 Zesilovač s proudovou zpětnou vazbou (CFA) – transimedanční)	120
		4.4 Zesilovač transadmitanční (OTA)	124
		4.5 Nortonův zesilovač (NZ)	126

	5. GRAFY ZÁKLADNÍCH AKTIVNÍCH DISKRÉTNÍCH 3 – PÓLŮ	129
	5.1 Uzel s jedním vstupem a jedním výstupem (uzly 2. řádu)	130
	5.2 Odstranění paralelních (stejně orientovaných) větví	137
	5.3 Odstranění uzlu s kličkou	139
	6. SHRNUTÍ	140
	7. ZÁVĚREČNÝ TEST	142
	8. OTÁZKY K PROBLEMATICE	147
	LITERATURA	148
IV.	VZTAH MEZI GRAFEM MB A GRAFEM MC (Mason – Coatesův graf)	149
	ZÁVĚR	164
	REJSTŘÍK	165

III. MODELY AKTIVNÍCH PRVKŮ NA ZÁKLADĚ MODELŮ ADMITANČNÍCH

ÚVOD

Algoritmus uvedený v části II není příliš vhodný pro zesilovací struktury s reálným výstupním odporem. Bude proto vhodné hledat **algoritmus**, který vždy zajistí korektní zahrnutí "celých uzlových admitancí" do přenosů větví vstupujících do uzlu – postup, kdy *není nutné dělit* některými členy rovnic (jednotlivých) *před sloučením dílčích grafů* (grafů dílčích částí obvodu).

1. PŘIŘAZENÍ GRAFU VÝSLEDNÉMU SYSTÉMU LINEÁRNÍCH ROVNIC

(způsob úpravy B; MB grafy)

Zobecněná metoda uzlových napětí je dostatečně popsána v části II. Podstatou je získání admitančního modelu pasívní části obvodu a aktivní části obvodu (elektronického prvku obvodu) a jejich paralelní propojení. Výsledkem je admitanční model elektronického obvodu, ve kterém umíme určit všechna uzlová napětí a tím i všechny obvodové veličiny.



Obr. 1 Paralelní propojení pasívního čtyřpólu a aktivního trojpólu (se společným referenčním uzlem).

I zde vyjdeme ze základních úvah učiněných v části II. Struktuře (lineární) na obr. 1 lze definovaným způsobem přiřadit admitanční model

	1	2,(a)	3,(b)				
1	<i>Y</i> _{11p}	- <i>Y</i> _{12p}	- <i>Y</i> _{13p}	U_1		I_1	
2,(a)	- <i>Y</i> _{12p}	Y _{22p} +Y _{aa}	$-Y_{23p} + Y_{ab}$	U_2	=	I_2	(1)
3,(b)	- <i>Y</i> _{13p}	$-Y_{23p} + Y_{ba}$	<i>Y</i> _{33p} + <i>Y</i> _{bb}	U_3		I_3	

a graf na obr.2 – způsob úpravy A, použito dělení diagonálními členy matice



Obr. 2 Graf signálových toků příslušný systému rovnic (1) – po úpravě systému rovnic *způsobem A*.

Přepišme opět systém rovnic (1) do primární podoby

$$U_{1}Y_{11p} - U_{2}Y_{12p} - U_{3}Y_{13p} = I_{1}$$

- $U_{1}Y_{12p} + U_{2}(Y_{22p} + Y_{aa}) - U_{3}(Y_{23p} - Y_{ab}) = I_{2}$
- $U_{1}Y_{13p} - U_{2}(Y_{23p} - Y_{ba}) + U_{3}(Y_{33p} + Y_{ab}) = I_{3}$ (2)

Z každé rovnice i nyní potřebujeme osamostatnit "diagonální" neznámou – ale bez dělení. To lze učinit následovně – "vhodným doplněním nuly" do rovnic (ekvivalentní úprava rovnic, způsob úpravy B):

$$\begin{split} U_1 &- U_1 + U_1 Y_{11p} - U_2 Y_{12p} - U_3 Y_{13p} = I_1 \\ U_2 &- U_2 - U_1 Y_{12p} + U_2 (Y_{22p} + Y_{aa}) - U_3 (Y_{23p} - Y_{ab}) = I_2 \\ U_3 &- U_3 - U_1 Y_{13p} - U_2 (Y_{23p} - Y_{ba}) + U_3 (Y_{33p} + Y_{ab}) = I_3 \end{split}$$

Nyní lze již (*bez dělení*) určit, že platí identický systém rovnic:

$$U_{1} = I_{1} + (1 - Y_{11p}) \cdot U_{1} + Y_{12p} \cdot U_{2} + Y_{13p} \cdot U_{3}$$

$$U_{2} = I_{2} + Y_{12p} \cdot U_{1} + (1 - Y_{22p} - Y_{aa}) \cdot U_{2} + (Y_{23p} - Y_{ab}) \cdot U_{3}$$

$$U_{3} = I_{3} + Y_{13p} \cdot U_{1} + (Y_{23p} - Y_{ba}) \cdot U_{2} + (1 - Y_{33p} - Y_{ab}) \cdot U_{3}$$
(3)

Tomuto systému můžeme přiřadit podle běžných pravidel graf na obr.3. *Přenos ze zdroje proudu do uzlu je vždy roven 1.*



Obr. 3 Graf signálových toků příslušný systému rovnic (1) – po úpravě systému rovnic *způsobem B*.

Každý uzel nyní obsahuje vlastní smyčku (kličku) – *smyčku uzlové admitance* – vyznačena přerušovaně, která nese informaci o celkové admitanci uzlu. Číslo 1 v tomto případě reprezentuje jakýsi "vlastní přenos uzlu", který je důsledkem úpravy výchozích rovnic způsobem B. Ze způsobu úpravy výchozích rovnic je zřejmé, že se může vyskytnout u každého uzlu pouze jedenkrát – to bude mít zcela přesný důsledek pro algoritmus přímého sestavení grafu obvodu. Pokud všechny přenosy větví <u>do uzlu i vstupujících</u> dělíme členem (viz úpravy v [1])

[1 - přenos smyčky uzlové admitance]_i

obdržíme stejný graf jako na obr.2, protože pro uzel 1 platí

[1 - přenos smyčky uzlové admitance]₁ =
$$1 - [1 - Y_{11p}] = Y_{11p}$$

pro uzel 2 platí

[1 - přenos smyčky uzlové admitance]₂ =
$$1 - [1 - Y_{22p} - Y_{aa}] = Y_{22p} + Y_{aa}$$

pro uzel 3 platí

[1 - přenos smyčky uzlové admitance]₃ =
$$1 - \left[1 - Y_{33p} - Y_{bb}\right] = Y_{33p} + Y_{bb}$$

Tím je potvrzena identičnost obou postupů, vedou ke stejnému výslednému grafu. Při způsobu úpravy B ovšem dělíme až ve výsledném grafu, což se ukáže být výhodným.

2. PŘIŘAZENÍ GRAFU SYSTÉMU ROVNIC "PO ČÁSTECH"

Zkoumejme nyní postup (algoritmus) pro sestavení výsledného grafu signálových toků v případě, že známe grafy dílčích systémů lineárních rovnic na obr.1. Pokud takový postup existuje, můžeme definovat algoritmus pro přímé sestavení grafu signálových toků se všemi elektronickými prvky, jejichž admitanční modely známe.

Pasívní část obvodu je popsána admitančním modelem

	1	2	3					
1	<i>Y</i> _{11p}	- <i>Y</i> _{12p}	- <i>Y</i> _{13p}		U_1		I'_1	
2	- <i>Y</i> _{12p}	<i>Y</i> _{22p}	- <i>Y</i> _{23p}	x	U_2	=	I'_2	
3	- <i>Y</i> _{13p}	- <i>Y</i> _{23p}	Y _{33p}	_	<i>U</i> ₃		<i>I</i> ' ₃	

tedy souborem rovnic

$$U_{1}Y_{11p} - U_{2}Y_{12p} - U_{3}Y_{13p} = I'_{1}$$

- $U_{1}Y_{12p} + U_{2}Y_{22p} - U_{3}Y_{23p} = I'_{2}$
- $U_{1}Y_{13p} - U_{2}Y_{23p} + U_{3}Y_{33p} = I'_{3}$ (5)

Způsobem úpravy B dostaneme ze systému rovnic (5) identický systém rovnic:

$$U_{1} = I'_{1} + (1 - Y_{11p}) \cdot U_{1} + Y_{12p} \cdot U_{2} + Y_{13p} \cdot U_{3}$$

$$U_{2} = I'_{2} + Y_{12p} \cdot U_{1} + (1 - Y_{22p}) \cdot U_{2} + Y_{23p} \cdot U_{3}$$

$$U_{3} = I'_{3} + Y_{13p} \cdot U_{1} + Y_{23p} \cdot U_{2} + (1 - Y_{33p}) \cdot U_{3}$$
(6)

Nyní je možné určit graf pasívní části obvodu - obr.4:



Obr. 4 Graf signálových toků příslušný systému rovnic (5) – po úpravě systému rovnic *způsobem B* – graf pasívní části obvodu

Aktivní (druhá) část obvodu je definována admitančním modelem



tedy souborem rovnic

$$U_a Y_{aa} + U_b Y_{ab} = I_a$$

$$U_a Y_{ba} + U_b Y_{bb} = I_b$$
(8)

Způsobem úpravy B dostaneme ze systému rovnic (8) identický systém rovnic:

$$U_a - U_a + U_a Y_{aa} + U_b Y_{ab} = I_a$$
$$U_b - U_b + U_a Y_{ba} + U_b Y_{bb} = I_b$$

odsud

$$U_{a} = I_{a} + (1 - Y_{aa})U_{a} - Y_{ab} \cdot U_{b}$$

$$U_{b} = I_{b} - Y_{ba}U_{a} + (1 - Y_{bb}) \cdot U_{b}$$
(9)

Nyní je možné určit graf aktivní (druhé) části obvodu - obr.5:



Obr. 5 Graf signálových toků příslušný systému rovnic (9) – po úpravě systému rovnic *způsobem B* – graf aktivní části obvodu

Nyní propojme uzly obou grafů tak, jak jsou propojeny na obr.1 – viz obr.6; $U_2 \equiv U_a$; $U_3 \equiv U_b$. Elementárními pravidly – sečítání přenosů do uzlů, sečítání přenosů paralelních větví – získáme graf na obr. 7.

Pokud máme nyní získat stejný výsledek jako na obr.3 – což je "korektně" získaný graf z výsledného systému rovnic, musíme *definovat algebru pro součet přenosů smyček uzlové admitance* (viz i text pod obr.3):

Výsledný přenos smyčky uzlové admitance = sumě přenosů všech smyček uzlových admitancí do uzlu připojených, ovšem platí, že

$$[1 - Y_a] + [1 - Y_b] + \dots + [1 - Y_m] = [1 - Y_a - Y_b - \dots - Y_m].$$

Právě suma $(Y_a + Y_b + \dots + Y_m) = Y_u$ nyní definuje korektní výslednou uzlovou admitanci.

Pro náš příklad tak platí, že přenos smyčky uzlové admitance uzlu (1) se nemění, v uzlu (2), který je ztotožněn (propojen) s uzlem (a) je

přenos smyčky uzlové admitance uzlu (2) = $\left[1 - Y_{22p}\right] + \left[1 - Y_{aa}\right] = \left[1 - Y_{22p} - Y_{aa}\right]$

a v uzlu (3), který je ztotožněn (propojen) s uzlem (b) je

přenos smyčky uzlové admitance uzlu (3) = $\left[1 - Y_{33p}\right] + \left[1 - Y_{bb}\right] = \left[1 - Y_{33p} - Y_{bb}\right]$.

Při dodržení takto definované algebry pro sečítání přenosů smyček uzlové admitance získáme graf signálových toků na obr.8, který je totožný s grafem na obr.3.

Na základě provedených úvah lze nyní stanovit algoritmus pro přímé sestavení grafu signálových toků pro paralelně řazené části obvodu, jejichž admitanční modely známe a tím známe i jejich grafy (dílčí, získané způsobem úpravy B).



Obr. 6 Graf signálových toků příslušný systému rovnic po propojení grafů



Obr. 7 Graf po sečtení přenosů paralelních větví a přenosů (proudů)



Obr. 8 Graf po sečtení přenosů smyček uzlové admitance; (,,1+1+...+1 = 1)

3. ALGORITMUS PRO PŘÍMÉ SESTROJENÍ GRAFU OBVODU S AKTIVNÍM PRVKEM (vycházející ze způsobu úpravy B)

Dříve než přistoupíme ke konečné formulaci algoritmu, definujme graf signálových toků pro obecný dvojpól s admitancí Y = 1/Z, který odpovídá jeho úplné admitanční matici – obr.9.



Obr. 9 Zapojení impedance Z mezi uzly (a), (b) – popis vůči externímu uzlu vede na úplnou admitanční matici

Jistě platí, že

$$I_{a} = (U_{a} - U_{b})/Z = U_{a}Y - U_{b}Y$$

$$I_{b} = (U_{b} - U_{a})/Z = -U_{a}Y + U_{b}Y$$
(10)

Odsud určíme (způsob úpravy B), že platí identický model

$$U_a = I_a + (1 - Y) \cdot U_a + U_b Y$$

$$U_b = I_b + Y \cdot U_a + U_b (1 - Y)$$
(11)

Tomu odpovídá graf na obr.10:





Pokud je jeden *vývod připojen k referenčnímu uzlu* (odpovídá nulovému uzlovému napětí – obecně nulovému signálu), potom "přenosy do nuly" i "přenosy z nuly" nemají na poměry v grafu vliv, příslušný uzel se "škrtá", stejně tak jako přenosy do tohoto i "z tohoto" uzlu. Ostatně připojíme-li na obr.9 vývod (b) k referenčnímu uzlu, platí

$$I_{a} = (U_{a} - 0)/Z = U_{a}Y \implies$$

$$U_{a} = I_{a} + (1 - Y) \cdot U_{a}$$
(12)

Tomu odpovídá graf na obr.11, který je v souladu s předchozím tvrzením pro jeden vývod připojený k referenčnímu uzlu.



Obr. 11 Graf signálových toků příslušný systému rovnic (12) – příslušný lineárnímu dvojpólu s jedním vývodem uzemněným



Obr. 12 Graf signálových toků příslušný ideálnímu zdroji napětí – proti zemi do uzlu (k)

Pokud akceptujeme algebru pro součet přenosů smyček uzlové admitance, nemusíme vůbec pracovat s prvky výsledné admitanční matice pasívní části obvodu. Můžeme *přímo používat grafy obecných dvojpólů na obr.10* (dvojpól zapojený mezi dva uzly) nebo na obr.11 (dvojpól zapojený jedním pólem k referenčnímu uzlu). Tím se "sestaví" všechny prvky

 Y_{klp} i Y_{kkp} automaticky. Pokud neuvažujeme vstupní proudy právě v uzlech (a) a (b), nemusíme ani kreslit jim odpovídající uzly v grafu.

Ideálnímu zdroji napětí odpovídá graf signálových toků na obr. $12 - protože jeho vnitřní admitance je nekonečná. Tím budou opět přerušeny všechny přenosy do uzlu (k) vstupující, přenosy do jiných uzlů z uzlu (k) budou zachovány. Na základě již stanovených pravidel je zřejmé, jak získáme graf reálného zdroje napětí s výstupní impedancí <math>Z_i$ – obr.13.

Ostatně stejný výsledek získáme i z rovnice pro určení výstupního proudu na obr.13:

$$I_{k} = (U_{k} - U_{0})/Z_{i} = Y_{i} \cdot U_{k} - Y_{i} \cdot U_{0} \implies U_{k} - U_{k} + Y_{i} \cdot U_{k} - Y_{i} \cdot U_{0} = I_{k}$$

$$\Rightarrow U_{k} = I_{k} + (1 - Y_{i}) \cdot U_{k} + Y_{i} \cdot U_{0}$$



Obr. 13 Model reálného zdroje napětí U₀ (naprázdno) s výstupní impedancí Z_i a jeho graf – žádný přenos do interního uzlu již není možný

Na základě udělaných úvah je možné stanovit následující algoritmus:

ALGORITMUS PRO PŘÍMÉ SESTROJENÍ GRAFU (vycházející ze způsobu úpravy B)

- 1) Každému topologickému uzlu, zdroji proudu a zdroji napětí přiřadíme uzel grafu.
- 2) Zdroj proudu I_i vstupující do uzlu (i) má přenos +1. Přenos z jakéhokoliv uzlu do

zdroje neexistuje (ideální zdroj není ničím ovlivnitelný).

- 3) Ideálnímu zdroji napětí U_k připojenému do uzlu (k) přiřadíme graf podle obr.12 (to má jediný důsledek ani zde žádný přenos do zdroje neexistuje).
- 4) Každému dvojpólu (R, L, C) přiřadíme graf podle obr.10 nebo obr.11 (bez proudových uzlů, pokud není do uzlu právě připojen zdroj proudu signál).
- 5) Zbývající trojpóly a vícepóly nahradíme mezi odpovídajícími uzly jejich grafy získanými z jejich admitančních modelů způsobem úpravy B.
- 6) Po zakreslení grafů všech prvků obvodu sečteme pro každý uzel všechny smyčky uzlové admitance s tím, že

Výsledný přenos smyčky uzlové admitance = sumě přenosů všech smyček uzlových admitancí do uzlu připojených, ovšem platí, že $[1 - Y_a] + [1 - Y_b] + \dots + [1 - Y_m] = [1 - Y_a - Y_b - \dots - Y_m] = [1 - Y_u]$

7) Nyní je možné graf řešit všemi způsoby uvedenými v [1] – jedná se o "plnohodnotný" graf podle pana Masona. Vhodné je odstranit smyčky uzlové admitance, tedy podělit všechny přenosy větví do uzlu vstupujících členem (ve shodě s pravidly pro úpravu grafu) 1–[1-Y_u]=Y_u - tedy opět admitancí uzlu, teď ovšem definovanou naprosto exaktně.

4. GRAFY NĚKTERÝCH INTEGROVANÝCH ELEKTRONICKÝCH n-PÓLŮ

Pro použití uvedeného algoritmu potřebujeme získat grafy běžně používaných elektronických prvků obvodů. Pokud jsou známy jejich admitanční modely, není obtížné získat jejich grafy signálových toků – úpravou odpovídajícího systému rovnic způsobem B. V této kapitole se budeme zabývat moderními elektronickými prvky vyráběnými jako integrované obvody.

4.1 Operační zesilovač (OZ; VFA)

Admitanční model OZ je definován v části II:

$$I_{+} = 0.U_{+} + 0.U_{-} + 0.U_{0}$$

$$I_{-} = 0.U_{+} + 0.U_{-} + 0.U_{0}$$

$$I_{0} = -A.G_{0.}U_{+} + A.G_{0.}U_{-} + G_{0.}U_{0}$$
(13a)

Ze souboru rovnic (13a) získáme způsobem úpravy B soubor identických vlastností:

 $U_{+} = I_{+} + [1-0].U_{+} + 0.U_{-} + 0.U_{0}$ $U_{-} = I_{-} + 0.U_{+} + [1-0].U_{-} + 0.U_{0}$ $U_{0} = I_{0} + A.G_{0}.U_{+} - A.G_{0}.U_{-} + [1-G_{0}].U_{0}$ (13b)

Význam jednotlivých uzlů a přiřazení grafu signálových toků k systému rovnic (13b) je již zřejmé – obr.14:



Obr. 14 MB graf idealizovaného OZ – definováno pouze A a G_0 – proudové vstupy již nejsou zakreslovány

Z grafu na obr. 14 snadno získáme i <u>graf pro zesilovač s jedním vstupem</u> – stačí propojit uzel U_{-} s uzlem referenčním (nulový signál U_{-}). Potom zůstává pouze "horní cesta" grafu – graf modeluje zesilovač s nekonečným vstupním odporem, zesílením A a reálným výstupním odporem $R_0 = 1/G_0$ (obecně impedancí $Z_0 = 1/Y_0$).

Pokud chceme zahrnout do grafu i vstupní <u>diferenční odpor OZ</u>, nemusíme již sestavovat rovnice, stačí aplikovat uvedený algoritmus pro diferenční odpor R_d připojený mezi neinvertující (+) a invertující (-) vstup – obr.15, pro R_d použijeme graf z obr.10. Jednodušší ovšem je zahrnutí vstupních impedancí zesilovací struktury přímo do pasívní části obvodu – konečný výsledek, pochopitelně, musí být stejný.



Obr. 15 Model OZ – definováno A, G_0 a R_d - proudové vstupy nejsou zakreslovány

Pokud chceme zahrnout i <u>souhlasné odpory R_{CM} </u>, které jsou zapojeny z obou vstupů OZ proti referenčnímu uzlu (zemi), aplikujeme obdobně dvakrát graf z obr.11 – smyčky uzlové admitance pro oba vstupy se pouze rozšíří o příslušnou vodivost: **[1 - G_d - G_{CM}]** – viz obr.16.



Obr. 16 Model OZ – definováno A, G_0 , R_d a R_{CM} (proudové vstupy nezakreslovány)

Pokud potřebujeme zahrnout i <u>frekvenční vlastnosti parazitních impedancí</u>, uděláme prostě vždy patřičnou substituci $G \rightarrow Y$.

Graf není možné dále upravovat před zařazením do celkové struktury – je nutné zachovat smyčky uzlových admitancí. Vznikly by tak naprosto stejné problémy jako při metodice používané v části II – problémy se správným určením vlivu celkových admitancí uzlů na přenosy do uzlů grafu. Toto tvrzení platí i pro všechny další modely n – pólů.

Řešený příklad 4.1.1

Určete vlastnosti invertujícího zapojení OZ na obr.17, uvažujte idealizované (nulové) vstupní proudy.



Obr. 17 Invertující struktura s OZ; v modelu uvažujeme zesílení *A* operačního zesilovače, výstupní odpor $R_0 = 1/Y_0 = 1/G_0$; neuvažujeme vstupní proudy; proud I_1 obecně modeluje zdroj signálu (zde pouze jeden zdroj signálu)

Postupujeme podle stanoveného algoritmu:

ad1) až 4) Na obr.18a jsou uzly grafu a modely prvků R_1 a R_2 – vyznačen přenos ze zdroje proudu I_1 .


Obr.18 a) Graf pasívní části obvodu; b) doplněn graf operačního zesilovače (zatím nejsou stanoveny výsledné uzlové admitance); c) výsledný graf obvodu z obr.17 – před odstraněním smyček uzlových admitancí

ad5) Doplníme do obr.18a model OZ z obr.14 – neinvertující vstup je připojen k referenčnímu uzlu – přenáší tedy nulový signál (což právě referenčnímu uzlu odpovídá) – tedy přenos z neinvertujícího vstupu do výstupu OZ je nyní roven nule – tuto větev grafu není vůbec nutné vyznačovat – obr.18b.

ad6) V každém uzlu sečteme všechny smyčky uzlových admitancí – obr.18c – s využitím "uzlové algebry" $[1 - Y_a] + [1 - Y_b] + \dots + [1 - Y_m] = [1 - Y_a - Y_b - \dots - Y_m] = [1 - Y_u].$

ad7) V souhlasu se základními pravidly pro upravování grafů lze nyní každý přenos do uzlu vstupující dělit členem $1 - [1 - Y_u] = Y_u - obr.19 - a$ smyčky uzlové admitance tak odstranit.



Obr.19 Výsledný graf obvodu z obr.17 - odstraněny smyčky uzlové admitance

<u>**Ř**ešme</u> graf na obr.19 <u>upravováním</u> pro <u>přenos mezi uzly</u> U_1 a U_3 . Zdroj (signál) napětí připojený do uzlu U_1 "rozpojí" všechny vstupující větve (to odpovídá tomu, že smyčka uzlové impedance pro uzel U_1 na obr. 18 by nabyla tvaru $[1 - G_1 - \infty]$) – obr. 20a.



Obr.20 a)Výsledný graf obvodu z obr.17 - pro přenos z uzlu U_1 ; b) sečtení přenosů paralelních větví; c) vypuštění uzlu U_2 podle pravidel pro zjednodušování grafu

Nyní můžeme sečíst přenosy paralelně řazených větví – obr.20b. Přenos přímé cesty (vypuštění uzlu U_2) z U_1 do U_3 je $\frac{G_1}{G_1+G_2} \cdot \frac{G_2 - AG_o}{G_2 + G_o}$; přes uzel U_2 prochází rovněž smyčka $\frac{G_2}{G_1+G_2} \cdot \frac{G_2 - AG_o}{G_2 + G_o}$ z uzlu U_3 . Výsledný graf je na obr.20c. Nyní již jen podělíme přenos vstupující větve do uzlu U_3 členem $[1 - p \check{r}enos kličky]$ a máme přenos

$$\frac{U_{3}}{U_{1}} = \frac{G_{1}}{G_{1} + G_{2}} \cdot \frac{G_{2} - AG_{o}}{G_{2} + G_{o}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{G_{2}}{G_{1} + G_{2}}} \cdot \frac{G_{2} - AG_{o}}{G_{2} + G_{o}}} = \dots =$$

$$\dots = \frac{G_{1} \cdot (G_{2} - A \cdot G_{o})}{G_{1}G_{2} + G_{o}(G_{1} + G_{2} + G_{2} \cdot A)} = \dots$$
(14a)

Po řadě formálních úprav obdržíme výsledek ve tvaru

$$\frac{U_3}{U_1} = -\frac{G_1}{G_2} \cdot \frac{1 - G_2 / (A \cdot G_0)}{1 + \frac{1 + G_1 / G_2 + G_1 / G_0}{A}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1 - R_0 / (A \cdot R_2)}{1 + \frac{1 + R_2 / R_1 + R_0 / R_1}{A}}$$
(14b)

<u>Ideální přenos</u> (s ideálním OZ, kdy $A \rightarrow \infty$) je dán pouze poměrem $-R_2/R_1$. <u>Chybový člen</u> $E(j .\omega)$ je dán druhým součinitelem vztahu (14b) a zaslouží si další diskusi pro frekvenčně závislý model přenosu operačního zesilovače $A(j.\omega)$; definuje i <u>dopředný přenos</u> "do R_0 ", který pro $R_0 = 0$ zaniká (neexistuje).

Ke stejnému výsledku musíme dospět i při <u>řešení přenosu</u> grafu <u>z obr.20b</u> přímo <u>Masonovým pravidlem</u>. Přímá cesta s přenosem $P_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} \cdot \frac{G_2 - AG_0}{G_2 + G_0}$ rozpojí všechny smyčky, k ní náležející subdeterminant má tedy hodnotu $\Delta_1 = 1$. Determinant celého grafu je $\Delta = 1 - \frac{G_2}{G_1 + G_2} \cdot \frac{G_2 - AG_0}{G_2 + G_0}$. Přenos mezi uzly U_1 a U_3 je nyní určen vztahem

$$\frac{U_{3}}{U_{1}} = \frac{P \cdot \Delta_{1}}{\Delta} = \frac{G_{1}}{G_{1} + G_{2}} \cdot \frac{G_{2} - AG_{o}}{G_{2} + G_{o}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{G_{2}}{G_{1} + G_{2}}} \cdot \frac{G_{2} - AG_{o}}{G_{2} + G_{o}}$$

Který se shoduje se vztahem (14a), další diskuse je tedy stejná.

Ke stejnému výsledku musíme dospět dokonce i při <u>řešení přenosu</u> grafu <u>z obr.18c</u> přímo *Masonovým pravidlem*. Počítáme-li přenos mezi uzly U_1 a U_3 , počítáme přenos grafu bez větví vstupujících do uzlu U_1 (viz předchozí úvahy) – obr.21. Přímá cesta $P_1 = G_1 \cdot (G_2 - A \cdot G_0)$ rozpojí všechny smyčky grafu, její subdeterminant je tedy $\Delta_1 = 1$.



Obr.21 Výsledný graf obvodu z obr.18c - před odstraněním smyček uzlové admitance – odstraněny větve vstupující do uzlu U_1 ; sečteny paralelní přenosy $G_2 + (-A.G_0)$

Determinant celého grafu určíme z toho, že graf v této podobě obsahuje tři smyčky:

 $[1 - G_1 - G_2]$, $[1 - G_2 - G_0]$ a G_2 . $(G_2 - A.G_0)$.

Pouze dvě smyčky spolu nesouvisejí:

 $[1 - G_1 - G_2]$ a $[1 - G_2 - G_0]$.

Proto platí pro determinant grafu

$$\begin{split} &\Delta = 1 - \left\{ \left[1 - G_1 - G_2 \right] + \left[1 - G_2 - G_0 \right] + G_2 \cdot (G_2 - A \cdot G_0) \right\} + \left\{ \left[1 - G_1 - G_2 \right] \cdot \left[1 - G_2 - G_0 \right] \right\} = \\ &= 1 - 1 + G_1 + G_2 - 1 + G_2 + G_0 - G_2^2 + G_2 \cdot A \cdot G_0 + \dots \\ &\dots + 1 - G_2 - G_0 - G_1 + G_1 G_2 + G_1 G_0 - G_2 + G_2^2 + G_2 G_0 = G_1 G_2 + G_0 \left(G_1 + G_2 + G_2 \cdot A \right) \\ \end{split}$$

Nyní můžeme určit přenos

$$\frac{U_{3}}{U_{1}} = \frac{P_{1} \cdot \Delta_{1}}{\Delta} = \frac{G_{1} \cdot (G_{2} - A \cdot G_{0})}{G_{1}G_{2} + G_{0}(G_{1} + G_{2} + G_{2} \cdot A)}$$

což je výsledek shodný se vztahem (14a).

Řešme otázku <u>vstupní impedance struktury</u>. Je proto nutné určit závislost U_1 na proudu I_1 (přenos ze zdroje proudu do uzlu U_1) – proto se vrátíme ke grafu na obr. 19, postupné úpravy jsou shrnuty na obr. 22 – řešení problému <u>upravováním grafu</u>.



Obr.22 Postupné upravování grafu pro určení vstupní impedance

Z přenosu mezi uzly I_1 a U_1 nyní snadno určíme, že

$$\frac{U_1}{I_1} = \frac{1}{G_1} \cdot \frac{1}{1 - \frac{G_1}{G_1 + G_2}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{G_2}{G_1 + G_2}} = \dots$$
$$\dots = \frac{1}{G_1} + \frac{G_2 + G_0}{G_2 G_0 + AG_2 G_0} = \dots$$
$$\frac{U_1}{I_1} = R_1 + \frac{R_2 + R_0}{1 + A}$$

<u>*Pomocí Masonova pravidla*</u> obdržíme pro vstupní impedanci stejný výsledek. Vyjdeme z grafu na obr. 22 ("sečtení paralelních cest"). Determinant grafu je (pouze dvě dotýkající se smyčky):

(15)

$$\Delta = 1 - \left(1 \cdot \frac{G_1}{G_1 + G_2} + \frac{G_2}{G_1 + G_2} \cdot \frac{G_2 - A \cdot G_0}{G_2 + G_0}\right)$$

Přímá cesta mezi uzly I_1 a U_1 je pouze jedna $(1/G_1)$ a nerozpojí pouze smyčku $\frac{G_2}{G_1 + G_2} \cdot \frac{G_2 - A \cdot G_o}{G_2 + G_o}$, takže subdeterminant k této cestě je $\Delta_1 = 1 - \frac{G_2}{G_1 + G_2} \cdot \frac{G_2 - A \cdot G_o}{G_2 + G_o}$. Nyní již můžeme určit, že

$$\frac{U_1}{I_1} = \frac{\frac{1}{G_1} \cdot \left(1 - \frac{G_2}{G_1 + G_2} \cdot \frac{G_2 - A \cdot G_0}{G_2 + G_0}\right)}{1 - \left(\frac{G_1}{G_1 + G_2} + \frac{G_2}{G_1 + G_2} \cdot \frac{G_2 - A \cdot G_0}{G_2 + G_0}\right)} = \dots$$
$$\dots = \frac{1}{G_1} + \frac{G_2 + G_0}{G_2 - G_0} = \dots = R_1 + \frac{R_2 + R_0}{1 + A}$$

což se shoduje se vztahem (15).

Řešme nyní i otázku <u>výstupní impedance struktury</u> – impedance uzlu U_3 – při buzení ze zdroje napětí do uzlu U_1 – z hlediska výpočtu výstupní impedance tedy představuje signálový zkrat (cestu přenášející "nulu" lze vypustit). Je nutné určit závislost U_3 na proudu I_M , který budeme nyní "vnucovat" do uzlu U_3 – obr. 23. Při konstrukci grafu vyjděme až z obr. 21, který doplníme a dále upravíme podle známých pravidel.



Obr. 23 Invertující struktura s OZ; v modelu uvažujeme zesílení *A* operačního zesilovače, výstupní odpor $R_0 = 1/Y_0 = 1/G_0$ - situace pro určení výstupního odporu struktury

Základními postupy lze přímo z grafu určit, že

$$\frac{U_3}{I_M} = \frac{1}{G_2 + G_0} \cdot \frac{1}{1 - \frac{G_2}{G_1 + G_2}} \cdot \frac{G_2 - AG_0}{G_2 + G_0} = \dots$$

$$\dots = \frac{1}{\frac{G_1 \cdot G_2}{G_1 + G_2} + G_0 \cdot (1 + A \cdot G_2 / (G_1 + G_2))} = \dots$$

$$\frac{U_3}{I_M} = \frac{1}{\frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_1 / (1 + A / (1 + R_2 / R_1))}}$$
(16)

<u>Výstupní impedance</u> je tedy zřejmě tvořena <u>paralelní kombinací</u> odporů $R_1 + R_2$ a $R_0 / (1 + A / (1 + R_2 / R_1))$.

Je zřejmé, že <u>výstupní odpor R_i reálného zdroje</u> napětí se zcela jednoduše zahrne do odporu R_1 – ve vztahu (16) stačí udělat <u>substituci</u> $R_1 \rightarrow R_1 + R_i$. Stejná poznámka platí i pro přenos z uzlu 1 do uzlu 3 – vztah (14b).

Obdobně lze určit impedanci každého uzlu obvodu.

Příklad k samostatnému řešení 4.1.1

a) Dokažte, že neinvertující struktuře s idealizovaným operačním zesilovačem na obr. 24 odpovídá graf signálových toků na obr. 25 (uvažte model na obr. 11).

b) Přesvědčete se, že přenos struktury na obr. 24 (a modelované grafem na obr. 25) je definován vztahem $\frac{U_o}{U_+} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{1}{1 + \left[1 + (R_2 + R_o) / R_1\right] / A}$.

c) Přesvědčete se, že při buzení výstupu struktury na obr. 24 proudem $I_{\rm M}$ (do $U_{\rm o}$) získáte při $U_{+} = 0$ stejný graf jako na obr. 23d – tedy obě struktury mají stejnou výstupní impedanci.





Obr. 25 Graf odpovídající obr. 26

4.2 Proudový konvejor ((I)CCII+,-)

Admitanční model konvejorů II. generace je definován v části II:

$$G_{o1}U_{X} - A \cdot G_{o1}U_{Y} + 0 \cdot U_{Z} = I_{X}$$

$$0 \cdot U_{X} + 0 \cdot U_{Y} + 0 \cdot U_{Z} = I_{Y}$$

$$K \cdot G_{o1}U_{X} - K \cdot A \cdot G_{o1}U_{Y} + G_{o2} \cdot U_{Z} = I_{Z}$$
(17a)

Úpravou typu B snadno určíme, že platí identický soubor vztahů

$$U_{X} = I_{X} + (1 - G_{o1}) \cdot U_{X} + A \cdot G_{o1}U_{Y} + 0 \cdot U_{Z}$$

$$U_{Y} = I_{Y} + 0 \cdot U_{X} + (1 - 0) \cdot U_{Y} + 0 \cdot U_{Z}$$

$$U_{Z} = I_{Z} - K \cdot G_{o1}U_{X} + K \cdot A \cdot G_{o1}U_{Y} + (1 - G_{o2}) \cdot U_{Z}$$
(17b)

Význam jednotlivých uzlů a přiřazení grafu signálových toků k systému rovnic (17b) je již zřejmé – obr.26:



Obr. 26 Symbolická značka CCII a jeho idealizovaný model – definováno pouze A, K, G_{01} a G_{02} ; zde vyznačeny i proudové uzly modelu

Příklad k samostatnému řešení 4.2.1

Sestavte model proudového konvejoru, kde budete navíc respektovat i vstupní odpor $R_Y = 1/G_Y$ napěťového vstupu Y.

Návod k řešení:

Z uzlu Y si nakreslete proti zemi admitanci G_Y ; výsledek získáte aplikací grafu z obr.11 "na graf" z obr. 26.

Řešený příklad 4.2.1

Určete vstupní impedanci zapojení na obr. 27.



Obr. 27 Obvod umožňující realizaci záporného vstupního odporu (obecně změnit znaménko impedance připojené z uzlu Z proti zemní svorce)

Řešení:

Použijeme model z obr. 26 a model pro R z obr.11. Uvažujeme jediný vstupní proud I_X , ostatní proudové uzly lze tedy v grafu vypustit. Obdržíme tak graf, který modeluje situaci na obr. 27 – viz obr. 28.



Zkrat mezi vývody Y a Z znamená rovnost $U_{\rm Y} = U_{\rm Z}$ – tedy i splynutí odpovídajících uzlů v grafu na obr. 28– všechny smyčky uzlových admitancí (sjednocovaných uzlů) nyní "patří" ke sjednocenému uzlu grafu $U_{\rm YZ}$ – přenos **K.A.G**₀₁ se nyní vrací zpět (díky zkratu) do sjednoceného uzlu $U_{\rm YZ}$ – vytvoří kličku – obr. 29.



Obr. 29 Upravený graf signálových toků z obr. 28

Výsledný přenos uzlové smyčky uzlu U_{YZ} (grafu) tedy je

 $[1 - 0] + K.A.G_{01} + [1 - G_{02}] + [1 - G] = [1 + K.A.G_{01} - G_{02} - G]$

a tomu odpovídající graf je na obr. 30.



Obr. 30 Upravený graf signálových toků z obr. 29

O tom, že je postup správný, se můžeme snadno přesvědčit právě z identity $U_{\rm Y} = U_{\rm Z} = U_{\rm ZY}$ ("vyvolané zkratem"). Ze základního souboru rovnic (17b) snadno určíme, že

$$\begin{split} U_{Z} &= I_{Z} - K \cdot G_{o1} U_{X} + K \cdot A \cdot G_{o1} U_{Y} + (1 - G_{o2}) \cdot U_{Z} \implies \\ U_{ZY} &= I_{Z} - K \cdot G_{o1} U_{X} + K \cdot A \cdot G_{o1} U_{ZY} + (1 - G_{o2}) \cdot U_{ZY} \implies \\ U_{ZY} &= I_{Z} - K \cdot G_{o1} U_{X} + (1 + K \cdot A \cdot G_{o1} - G_{o2}) \cdot U_{Z} \end{split}$$

To zcela odpovídá situaci na obr. 30, uvědomíme-li si, že člen "-G" je přidán prvkem R (=1/G) (externím) zapojeným z vývodu Z proti zemní svorce – obr. 27.

Běžným postupem lze nyní určit, že pro vstupní odpor platí vztah

$$R_{vst} = \frac{U_X}{I_X} = \frac{(G + G_{o2})/G_{o1} - K \cdot A}{G + G_{o2}} = \begin{vmatrix} G_{o2} \to 0 \\ G_{o1} \to \infty \end{vmatrix} = -K \cdot A \cdot R$$
(18)

Pokud zajistíme $K \cdot A = 1$, platí právě $R_{vst} = -R$ - obvod realizuje záporný odpor, což je docela užitečná vlastnost. Pokud místo odporu *R* zapojíme obecnou impedanci Z = (1/Y), obdržíme pro vstupní impedanci (vývod X) prostou substitucí vztah

$$Z_{vst} = \frac{U_X}{I_X} = \frac{(Y + G_{o2})/G_{o1} - K \cdot A}{Y + G_{o2}} = \begin{vmatrix} G_{o2} \rightarrow 0 \\ G_{o1} \rightarrow \infty \end{vmatrix} = -K \cdot A \cdot Z$$

Příklad k samostatnému řešení 4.2.2

Pomocí Masonova pravidla dokažte (z grafu na obr. 30), že

$$R_{vst} = \frac{U_X}{I_X} = \frac{(G + G_{o2})/G_{o1} - K \cdot A}{G + G_{o2}} = \begin{vmatrix} G_{o2} \rightarrow 0 \\ G_{o1} \rightarrow \infty \end{vmatrix} = -K \cdot A \cdot R$$

Příklad k samostatnému řešení 4.2.3

Pomocí upravování dokažte (z grafu na obr. 30), že

$$R_{vst} = \frac{U_X}{I_X} = \frac{(G + G_{o2}) / G_{o1} - K \cdot A}{G + G_{o2}} = \begin{vmatrix} G_{o2} \rightarrow 0 \\ G_{o1} \rightarrow \infty \end{vmatrix} = -K \cdot A \cdot R$$

4.3 Zesilovač s proudovou zpětnou vazbou (CFA) - transimedanční

Admitanční model CFA (obr. 31) je definován v části II (včetně šipkové konvence):

$$I_{+} = 0.U_{+} + 0.U_{-} + 0.U_{0}$$

$$I_{-} = -G_{01}U_{+} + G_{01}U_{-} + 0.U_{0}$$

$$I_{0} = -G_{01}G_{02}ZU_{+} + G_{01}G_{02}ZU_{-} + G_{02}U_{0}$$
(19)



Obr.31 Symbolická značka zesilovače **CFA**; (+) – napěťový vstup (idealizován proud $I_+ = 0$); (-) – proudový vstup – a jeho admitance G_{o1} ; (o) – napěťový výstup a jeho admitance G_{o2} ; Z – transimpedance

Příklad k samostatnému řešení 4.3.1

Na základě vztahů (19) dokažte, že model (graf signálových toků) na obr. 32 popisuje zesilovač CFA (při úpravě typu B).



Obr. 32 MB graf zesilovače **CFA**; G_{o1} – admitance invertujícího vstupu; G_{o2} – admitance výstupu; **Z** - transimpedance

Příklad k samostatnému řešení 4.3.2

Odvoď te za použití grafu signálových toků, že přenos *neinvertující struktury* na obr. 33 je určen vztahem (pro $\mathbf{R}_{o2} = 0$):

$$\frac{U_o}{U_+} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_{o1}(1 + R_2/R_1) + R_2}{Z}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_2(1 + R_{o1}/(R_2//R_1))}{Z}}$$
(20)



Obr. 33 Neinvertující struktura s CFA ; buzení z ideálního zdroje napětí U_+

Návod k řešení:

Uvědomte si, že při buzení ze zdroje napětí se rozpojují v grafu všechny větve vstupující do uzlu (grafu) U_+ . Proudové uzly (grafu, I_+ , I_- , I_0) není třeba vůbec vyznačovat. Pečlivě určujte limity přenosu větví do uzlu U_0 pro $G_{02} \rightarrow \infty$.

Řešený příklad 4.3.1

Určete graf signálových toků pro invertující strukturu s CFA na obr. 34.



Obr. 34 Invertující struktura s CFA ; buzení z reálného zdroje proudu I_i – jeho reálné vlastnosti modeluje rezistor R_i

Řešení:

Vývod U_+ je připojen k referenčnímu uzlu, proto lze v modelu CFA z obr. 32 vypustit všechny větve do uzlu U_+ vstupující i všechny větve z tohoto uzlu vystupující – přenos "z nuly" a "do nuly" nemá význam. Vstupnímu proudu musíme rovněž přidělit uzel. Rezistory operační sítě R_i , R_1 a R_2 modelujeme obvyklým způsobem – obr. 35. Snadno určíme odpovídající graf na obr. 36.



Obr. 35 Model invertujícího zesilovače s CFA z obr. 34



Obr. 36 Graf z obr. 35 – po součtu smyček uzlových admitancí

Na obr. 37 je upravený graf z obr. 36 – jsou odstraněny smyčky uzlových admitancí (dělení vstupujících větví – viz algoritmus).



Obr. 37 Model invertujícího zesilovače s **CFA** z obr. 34; graf z obr. 36 – po odstranění smyček uzlových admitancí

Příklad k samostatnému řešení 4.3.3

Odvoďte, že přenos *invertující struktury* na obr. 34 je určen vztahem (pro $\mathbf{R}_{o2} = 0$):

$$\frac{U_o}{U_i} = \left(-\frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_{o1}(1 + R_2/R_1) + R_2}{Z}} = \left(-\frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_2(1 + R_{o1}/(R_2/R_1))}{Z}}$$
(21)

Návod k řešení:

Uvědomte si, že při buzení ze zdroje napětí se rozpojují v grafu (obr. 37) všechny větve vstupující do uzlu (grafu) U_i . Pečlivě určujte limity přenosu větví do uzlu U_o pro $G_{o2} \rightarrow \infty$.

Příklad k samostatnému řešení 4.3.4

Odvoďte, že vstupní impedance *invertující struktury* na obr. 34 je určen vztahem (pro $\mathbf{R}_{o2} = 0$ a $\mathbf{R}_i \rightarrow \infty$):

$$\frac{U_i}{I_i} = R_1 + \frac{R_2}{1 + (R_2 + Z)/R_{o1}}$$
(22)

Příklad k samostatnému řešení 4.3.5

Jaká bude vstupní impedance struktury na obr. 34, uvažujeme-li konečnou hodnotu R_i ?

Návod k řešení:

Celý problém můžeme řešit znovu – vyjít z grafu na obr. 37. Stačí si však uvědomit, že půjde o paralelní kombinaci \mathbf{R}_i a impedance určené vztahem (22).

Příklad k samostatnému řešení 4.3.6

a) Určete přenos invertující struktury s **CFA** – buzení je z reálného zdroje napětí U_1 s výstupním odporem \mathbf{R}_i – obr. 38; uvažujte, že $\mathbf{G}_{o2} \rightarrow \infty$.

b) Srovnejte získaný výsledek se vztahem (21) – uvědomte si, že stačí zavést ekvivalentní odpor $R_{1E} = R_1 + R_i$.



Obr. 38 Invertující struktura s CFA ; buzení z reálného zdroje napětí U_1 – jeho reálné vlastnosti modeluje rezistor R_i

4.4 Zesilovač transadmitanční (OTA)

Admitanční model OTA (obr. 39) je definován v části II (včetně šipkové konvence):

$$I_{+} = 0.U_{+} + 0.U_{-} + 0.U_{o}$$

$$I_{-} = 0.U_{+} + 0.U_{-} + 0.U_{o}$$

$$I_{o} = -g_{m} U_{+} + g_{m} U_{-} + G_{o} U_{o}$$
(23)



Obr. 39 Symbolická značka **OTA**; (+) – napěťový neinvertující vstup (idealizován proud $I_+ = 0$), (-) – napěťový invertující vstup (idealizován proud $I_- = 0$) – vstupy definovány vůči vyvolané polaritě výstupního napětí; (o) – napěťový výstup; g_m – transkonduktance – obecně transadmitance

Příklad k samostatnému řešení 4.4.1

Na základě vztahů (23) dokažte, že graf signálových toků zesilovače **OTA** na obr. 40 je platný (při úpravě typu B).



Obr. 40 MB graf **OTA**; G_0 – admitance výstupu; g_m - transkonduktance

Příklad k samostatnému řešení 4.4.2

Odvoď te, že přenos struktury na obr. 41 je definován vztahem (oba vstupy jsou napájeny ze zdrojů napětí U_+ , U_-):

$$U_{o} = (U_{+} - U_{-}) \cdot g_{m} \cdot \frac{R_{o}R}{R_{o} + R}$$

$$U_{+} + OTA = OTA$$

Obr. 41 Zapojení diferenčního zesilovače s OTA

Diskuse ke vztahu (24)

Již ze samotné situace na obr. 41 (a vlastností OTA) je zřejmé, že výstupní odpor samotné zesilovací struktury (bez R) je definován právě odporem R_0 – viz příklad k samostatnému řešení 4.4.3. Chceme-li tedy dosahovat velkých hodnot zesílení, vkládá se obvykle za strukturu na obr. 41 impedanční oddělovač (sledovač), který zajišťuje nezávislost napěťového přenosu na impedancích následujících dílů zesilovacího řetězce – viz. obr. 42 – R může modelovat vstupní odpor sledovače.



Obr. 42 Zapojení diferenčního zesilovače s OTA – malý výstupní odpor

Příklad k samostatnému řešení 4.4.3

Určete výstupní impedanci zesilovací struktury na obr. 41.

4.5 Nortonův zesilovač (NZ)

Podrobný popis struktury Nortonova zesilovače je uveden např. v [2, 4]. Jedná se o relativně jednoduchý diferenční zesilovač s napěťovým zesílením asi 60 dB, který je určen hlavně pro méně náročné aplikace s nesymetrickým napájením. Správný pracovní bod je zajištěn zapojením na obr. 43.



Obr. 43 Nastavení stejnosměrné hodnoty výstupního napětí U_{SSo} ≅ U_{CC}/2 (pracovního bodu); (-) – invertující vstup napěťový; (+) – neinvertující vstup proudový; (o) – napěťový výstup; vnitřní konstrukce (proudové zrcadlo mezi *I*₊ a *I*.) zajišťuje (ideálně) shodu I_{SS-} = I_{SS+}; stejnosměrné napětí obou vstupů je asi 0,6 V. Na výstupu zesilovače požadujeme hodnotu U_{SSo} ≅ U_{CC}/2, na obr. a platí I_{SS+} ≅ U_{CC}/(2R₂), I_{SS-} ≅ U_{SSo}/R₂. Podmínka I_{SS-} = I_{SS+} je splněna právě pro U_{SSo} ≅ U_{CC}/2. Na obr. b je vytvořeno pomocným děličem napětí U_{CC}/2, které lze filtrovat pomocí kondenzátoru *C*_f. Pro *R*₂ >> *R*_a bude I_{SS-} = I_{SS+} právě při U_{SSo} ≅ U_{CC}/2.

Admitanční model NZ (obr. 43c) je definován v části II (včetně šipkové konvence):

$$I_{+} = U_{+} / r_{d} = g_{d} . U_{+} + 0.U_{-} + 0.U_{o}$$

$$I_{-} = I_{+} + U_{-} / R_{IN} = g_{d} . U_{+} + G_{IN} . U_{-} + 0.U_{o}$$

$$I_{o} = [U_{o} - (-A.U_{-})] / R_{o} = 0.U_{+} + A . G_{o} . U_{-} + G_{o} . U_{o}$$
(25)



Obr. 43c Možná symbolická značka Nortonova zesilovače; (-) – napěťový vstup invertující, (+) – proudový vstup neinvertující, (o) – napěťový výstup

Příklad k samostatnému řešení 4.5.1

Na základě vztahů (25) dokažte, že graf signálových toků NZ na obr. 43d je platný (při úpravě typu B).



Obr. 43d MB graf Nortonova zesilovače

<u>Neinvertující zesilovač</u> získáme připojením prvků R_1 , C_v do neinvertujícího vývodu (+) struktury – viz obr. 43. Odpovídající malosignálové schéma této neinvertující struktury je na obr. 44.



Obr. 44 Malosignálové schéma neinvertující struktury. Platí $R_+ = 2$. R_2 – napájení dle obr. 43a; $R_+ = R_2$ – napájení dle obr. 43b

Příklad k samostatnému řešení 4.5.2

Dokažte, že situaci na obr. 44 odpovídá graf signálových toků na obr. 45 - vstupní signál U_1 je ideálním zdrojem napětí.



Obr. 45 Graf signálových toků odpovídající situaci na obr. 44

Příklad k samostatnému řešení 4.5.3

Odvoď te, že přenos struktury na obr. 44 je pro $G_o \rightarrow \infty$ a $G_1 + g_d \rangle \rangle G_+$ definován vztahem (vstupní signál U_1 je ideálním zdrojem napětí):

$$\frac{U_o}{U_1} = \frac{R_2}{R_1 + r_d} \cdot \frac{1}{1 + (1 + R_2 / R_{IN}) / A}$$
(26)

Příklad k samostatnému řešení 4.5.4

Odvoď te, že vstupní odpor struktury na obr. 44 je pro $G_o \rightarrow \infty$ určen vztahem

$$R_{vst} = \frac{U_1}{I_1} = R_1 + \frac{R_+ \cdot r_d}{R_+ + r_d}$$
(27)

Návod k řešení:

Stačí například určit U_+ . Potom určíme proud $I_1 = \frac{U_1 - U_+}{R_1} \implies \frac{I_1}{U_1} = \frac{1 - U_+ / U_1}{R_1}$.

<u>Invertující zesilovač</u> získáme připojením prvků R_1 , C_v do invertujícího vývodu (-) struktury – viz i nyní obr. 43. Odpovídající malosignálové schéma invertující struktury je na obr. 46.



Obr. 46 Malosignálové schéma invertující struktury. Platí $R_+ = 2$. R_2 – napájení dle obr. 43a; $R_+ = R_2$ – napájení dle obr. 43b

Příklad k samostatnému řešení 4.5.5

Dokažte, že situaci na obr. 46 odpovídá pro $G_o \rightarrow \infty$ graf signálových toků na obr. 47 - vstupní signál U_1 je ideálním zdrojem napětí.



Obr. 47 Graf signálových toků odpovídající situaci na obr. 46

Návod k řešení:

Uvědomte si, že přenos "z nuly" a "do nuly" přes R_+ se vůbec neuplatňuje. V tomto případě je vstup (+) signálově uzemněn.

Příklad k samostatnému řešení 4.5.6

Odvoď te, že přenos struktury na obr. 46 je pro $G_o \rightarrow \infty$ definován vztahem (vstupní signál U_1 je ideálním zdrojem napětí):

$$\frac{U_o}{U_1} = \frac{-R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + \left(1 + R_2 / R_1 + R_2 / R_{IN}\right) / A}$$
(28)

Návod k řešení: Vyjdeme z modelu na obr. 47.

Příklad k samostatnému řešení 4.5.7

Určete vstupní odpor struktury na obr. 46 pro $G_o \rightarrow \infty$.

5. GRAFY ZÁKLADNÍCH AKTIVNÍCH DISKRÉTNÍCH 3 – PÓLŮ

U integrovaných elektronických obvodů popisovaných v kapitole 4 se otázka nastavení pracovních bodů často zanedbává (neprávem; v technické praxi to nezřídka vede k závažným funkčním problémům). Často se také tvrdí, že zabývat se v dnešní době diskrétními trojpóly je již zbytečné – nemoderní. Faktem ovšem je, že každý integrovaný obvod je tvořen převážně z bipolárních tranzistorů (NPN nebo PNP) nebo z unipolárních tranzistorů (JFET, MOSFET, N – kanál nebo P- kanál, kanál – zabudovaný nebo indukovaný).

U aktivního diskrétního trojpólu je správné nastavení pracovního bodu neopominutelným úkolem. Pracovní bod se zjišťuje (realizuje) z fyzikálních vlastností příslušného trojpólu, které jsou prakticky vždy definovány pomocí nelineárních matematických modelů. Ve stanoveném pracovním bodě se pak stanovují vlastnosti pro malé signálové změny v okolí

pracovního bodu – linearizované (lineární) modely trojpólu. Problém nastavení pracovního bodu je řešen např. v [2, 5, 15], ale i jinde. Nebude náplní této kapitoly. V dalším textu určíme úplné matice některých běžných trojpólů přímo z jejich jednoduchých obvodových modelů. Úplné matice jsou vhodné proto, že v technické praxi není často žádný vývod propojen s uzlem referenčním.

5.1 Bipolární tranzistor (BJT)

Na obr. 48 [12, 2, 11] je orientační signálový model bipolárního tranzistoru (PNP i NPN) v lineárním režimu, známe-li jeho pracovní emitorový proud I_E , proudový zesilovací činitel β a Earlyho napětí U_A (přechod báze emitor musí být otevřen, přechod báze kolektor uzavřen). Mezi bází B a interním emitorem E_i je nulový úbytek napětí, napětí mezi bází a emitorem se přenáší "celé" na emitorový odpor r_e , který je odvozen z fyzikálních vlastností tranzistoru v daném pracovním bodě. Pro danou šipkovou konvenci platí



Obr. 48 Signálový model bipolárních tranzistorů – model pro malé signálové změny v okolí pracovního bodu

Do idealizovaného modelu zahrneme pouze r_e , pokud chceme graf rozšířit i pro r_{ce} či C_{KB} , postupujeme analogicky jako u operačního zesilovače. Snadno určíme, že

$$-i_e = (u_b - u_e) / r_e = u_b \cdot g_e - u_e \cdot g_e$$

$$i_{c} = -i_{e} - i_{b} = -i_{e} - i_{c} / \beta \implies$$

$$i_{c} = -\frac{\beta}{\beta + 1} \cdot i_{e} = u_{b} \cdot g_{e} \cdot \frac{\beta}{\beta + 1} - u_{e} \cdot g_{e} \cdot \frac{\beta}{\beta + 1}$$

$$i_{b} = i_{c} / \beta = u_{b} \cdot \frac{g_{e}}{\beta + 1} - u_{e} \cdot \frac{g_{e}}{\beta + 1}$$

Pro správný tok grafu upravíme admitanční model do obvyklé (uspořádané) podoby

$$i_{b} = \frac{g_{e}}{\beta + 1} \cdot u_{b} + 0 \cdot u_{c} - \frac{g_{e}}{\beta + 1} \cdot u_{e}$$

$$i_{c} = \frac{\beta \cdot g_{e}}{\beta + 1} \cdot u_{b} + 0 \cdot u_{c} - \frac{\beta \cdot g_{e}}{\beta + 1} \cdot u_{e}$$

$$i_{e} = -g_{e} \cdot u_{b} + 0 \cdot u_{c} + g_{e} \cdot u_{e}$$
(30)

Příklad k samostatnému řešení 5.1.1

Na základě vztahů (30) dokažte, že graf signálových toků na obr. 49 je platný (při úpravě typu B).

Obr. 49 MB graf bipolárního tranzistoru (bez r_{ce} a C_{KB})

Návod k řešení:

Postupně do rovnic doplňte nulové členy $u_b - u_b$, $u_c - u_c$, $u_e - u_e$ a udělejte ekvivalentní úpravy.

Řešený příklad 5.1.1

Určete graf signálových toků pro strukturu s křemíkovým tranzistorem NPN na obr. 50.



Obr. 50 Elementární zapojení zesilovače s jedním tranzistorem

Řešení:

Nejdříve musíme stanovit pracovní bod. Pro proudový zesilovací činitel $\beta = 250$ je proud báze zanedbatelný proti proudu děličem R_1 , R_2 . Proto platí pro napětí na odporu R_2

$$U_{R2} \cong U_{CC} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 12 \cdot \frac{22}{150 + 22} = 1,534$$
 V

Úbytek napětí mezi bází a emitorem křemíkového tranzistoru je asi 0,6 V, proto je napětí na odporu $R_{\rm E}$ rovno hodnotě (2. Kirchhoffův zákon) 1,534 – 0,6 = 0,93 V a pracovní proud emitoru je roven přibližně proudu kolektoru tranzistoru $I_E \cong I_K = 0,93/1000 = 0,93$ mA. Nyní již můžeme určit (viz obr. 48), že $r_e = 1/g_e \cong U_T/I_E = 26 \cdot 10^{-3}/0,93 \cdot 10^{-3} = 28$ Ω . Uvažujeme–li nyní, že daný tranzistor má Earlyho napětí $U_{\rm A} = 150$ V, můžeme určit i $r_{ce} = 1/g_{ce} \cong U_A/I_E = 150/0,93 \cdot 10^{-3} = 161$ k Ω . Tím máme k dispozici všechny potřebné údaje pro sestavení grafu (modelu) obvodu.

Malosignálový model je na obr. 51, znázorněn je i odpor r_{ce} , který zahrneme do pasívní části obvodu.



Obr. 51 Malosignálový model struktury z obr.50; ideální zdroj napětí představuje pro signály zkrat; stejné tvrzení musí platit pro vstupní vazební kapacitu

Za poznamenání stojí, že naprosto stejný pracovní bod a malosignálový model platí i pro zapojení na obr. 52 s křemíkovým tranzistorem PNP, pokud vykazuje stejný proudový zesilovací činitel $\beta = 250$.



Obr. 52 Nastavení pracovního bodu pro tranzistor PNP pro záporné hodnoty napájecího napětí a pro kladné hodnoty napájecího napětí a malosignálový model

Graf pasívní části obvodu z obr. 51 je na obr. 53. Pro grafickou přehlednost (stručnost) vyznačíme pouze jednu smyčku uzlové admitance (ke každému uzlu) a k ní postupně připisujeme v hranatých závorkách příslušné přenosy pasívních prvků.

$$I_{I} \bigcirc \underbrace{I}_{1} \bigcirc \underbrace{U_{B}}_{1} \xrightarrow{U_{B}} \underbrace{U_{K}}_{g_{ce}} \xrightarrow{U_{K}} \underbrace{U_{K}}_{g_{ce}} \xrightarrow{U_{E}} g_{ce}$$

$$\begin{bmatrix} 1-G_{1} \\ 1-G_{2} \end{bmatrix} \xrightarrow{[1-G_{E}]} \begin{bmatrix} 1-G_{E} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1-g_{ce} \end{bmatrix}$$

Obr. 53 Model (graf) pasívní části obvodu a *r*_{ce} z obr. 51

Na obr. 54 je již doplněn i model bipolárního tranzistoru – místo dalších uzlových smyček jen dopisujeme jejich přenosy k smyčkám již nakresleným.

Na obr. 55 je graf po součtu přenosů uzlových smyček a sečtení přenosů stejně orientovaných větví g_{ce} a $\beta g_e/(\beta+1)$.



Obr. 54 Model (graf) obvodu z obr. 51 – před sečtením přenosů uzlových smyček



Obr. 55 MB graf obvodu z obr. 51 – po sečtení přenosů uzlových smyček

Příklad k samostatnému řešení 5.1.2

Určete napěťový přenos elektronické struktury na obr. 51 z báze do kolektoru (přenos z uzlu U_B do uzlu U_K grafu na obr. 55).

Příklad k samostatnému řešení 5.1.3

Určete napěťový přenos elektronické struktury na obr. 51 z báze do emitoru (přenos z uzlu U_B do uzlu U_E grafu na obr. 55).

Příklad k samostatnému řešení 5.1.4

Určete vstupní odpor elektronické struktury na obr. 51 (přenos z uzlu I_I do uzlu U_B grafu na obr. 55).

Příklad k samostatnému řešení 5.1.5

Určete výstupní odpor elektronické struktury na obr. 51 v kolektoru K; předpokládejte, že báze je buzena z ideálního zdroje napětí – tedy při určování výstupního odporu je spojena s referenčním bodem (doplňte podle známých pravidel zdroj proudu do kolektoru K, upravte graf na obr. 55; určete přenos z uzlu I_K do uzlu U_K grafu).

Příklad k samostatnému řešení 5.1.6

Určete výstupní odpor elektronické struktury na obr. 51 v emitoru E; předpokládejte, že báze je buzena z ideálního zdroje napětí – tedy při určování výstupního odporu je spojena s referenčním bodem (doplňte podle známých pravidel zdroj proudu do emitoru E, upravte graf na obr. 55; určete přenos z uzlu I_E do uzlu U_E grafu).

Příklad k samostatnému řešení 5.1.7

Na obr. 56 je zapojení se společným emitorem (SE) s křemíkovým tranzistorem NPN. Kondenzátor z emitoru do referenčního bodu zkratuje signálově odpor $R_{\rm E}$. Vlastnosti tranzistoru a pracovní bod jsou stejné jako na obr. 50.

- a) Určete signálové schéma obvodu z obr. 56 (srovnejte s obr. 51).
- b) Určete graf signálových toků pro strukturu na obr. 56.
- c) Určete napěťový přenos z báze do kolektoru.
- d) Určete vstupní odpor struktury.
- e) Určete výstupní odpor struktury při buzení báze z ideálního zdroje napětí.



Obr. 56 Zapojení tranzistoru se společným emitorem (SE)

Příklad k samostatnému řešení 5.1.8

Na obr. 57 je zapojení se společným emitorem (SE) s křemíkovým tranzistorem NPN. Kapacita $C_{\text{KB}} = 3$ pF definuje frekvenční degradaci tranzistoru – musíme ji proto uvažovat. Kondenzátor z emitoru do referenčního bodu zkratuje signálově odpor R_{E} . Vlastnosti tranzistoru a pracovní bod jsou stejné jako na obr. 50.

a) Určete signálové schéma obvodu z obr. 57 (srovnejte s obr. 51).

b) Určete graf signálových toků pro strukturu na obr. 57 (uvědomte si, že stačí doplnit model – graf C_{KB} mezi uzly B a K).

c) Určete napěťový přenos z báze do kolektoru.

d) Určete vstupní impedanci struktury.

e) Určete výstupní impedanci struktury při buzení báze z ideálního zdroje napětí.



Obr. 57 Zapojení tranzistoru se společným emitorem (SE) – s parazitní kapacitou C_{KB}

Příklad k samostatnému řešení 5.1.9

Na obr. 58 je zapojení se společnou bází

(SB) s křemíkovým tranzistorem NPN. Kapacita $C_{\text{KB}} = 3 \text{ pF}$ definuje

frekvenční degradaci tranzistoru – musíme ji proto uvažovat. Kondenzátor z báze do referenčního bodu zkratuje signálově bázi tranzistoru, kondenzátor do emitoru má v oblasti pracovních frekvencí nulovou impedanci (zkrat). Vlastnosti tranzistoru a pracovní bod jsou stejné jako na obr. 50.

- a) Určete signálové schéma obvodu z obr. 58 (srovnejte s obr. 51).
- b) Určete graf signálových toků pro strukturu na obr. 58.
- c) Určete napěťový přenos z emitoru do kolektoru.
- d) Určete vstupní odpor struktury.
- e) Určete výstupní impedanci struktury při buzení emitoru z ideálního zdroje napětí.



Obr. 58 Zapojení tranzistoru se společnou bází (SB) – s parazitní kapacitou C_{KB}

5.2 Tranzistor řízený polem (FET)

Na obr. 59 [12, 2, 11] je orientační signálový model unipolárního tranzistoru (s kanálem typu N i P) v lineárním režimu, známe-li jeho pracovní proud I_D a Earlyho napětí U_A (tranzistor je v saturační oblasti). Mezi hradlem G a interním vývodem S_i je nulový úbytek napětí, napětí mezi G a S se přenáší "celé" na odpor r_m , který je odvozen z fyzikálních vlastností tranzistoru v daném pracovním bodě. Pro danou šipkovou konvenci platí $i_g = 0$ a $i_s = -i_d$.



Obr. 59 Signálový model unipolárních tranzistorů (FET)

Analogicky jako u bipolárního tranzistoru odvodíme (r_{ds} a kapacitu G -D zahrneme v případě potřeby do pasívní části obvodu), že platí soubor rovnic (admitanční)

$$i_{g} = 0 \cdot u_{g} + 0 \cdot u_{d} + 0 \cdot u_{s}$$

$$i_{d} = g_{m} \cdot u_{g} + 0 \cdot u_{d} - g_{m} \cdot u_{s}$$

$$i_{s} = -i_{d} = -g_{m} \cdot u_{g} + 0 \cdot u_{d} + g_{m} \cdot u_{s}$$
(31)

Příklad k samostatnému řešení 5.2.1

Na základě vztahů (31) dokažte, že graf signálových toků na obr. 60 je platný (při úpravě typu B).



Obr. 60 Model (MB graf) unipolárního tranzistoru (bez *r*_{ds} a kapacity G - D)

Návod k řešení:

Postupně do rovnic doplňte nulové členy $u_g - u_g$, $u_d - u_d$, $u_s - u_s$ a udělejte ekvivalentní úpravy.

Příklad k samostatnému řešení 5.2.2

Na obr. 61 je zapojení se společným vývodem S (SS) s tranzistorem JFET – kanál typu N. Kapacita C_{GD} definuje frekvenční degradaci tranzistoru – musíme ji proto uvažovat. Kondenzátor z vývodu S do referenčního bodu zkratuje signálově vývod S tranzistoru, kondenzátor má v oblasti pracovních frekvencí nulovou impedanci (zkrat). Vlastnosti tranzistoru a pracovní bod jsou řešeny například v [12, 2, 11].

a) Určete signálové schéma obvodu z obr. 61.

- b) Určete graf signálových toků pro strukturu na obr. 61.
- c) Určete obecně napěťový přenos z G do D.
- d) Určete obecně vstupní impedanci struktury.
- e) Určete obecně výstupní impedanci struktury při buzení z ideálního zdroje napětí uzel D.



Obr. 61 Zapojení JFETu se společným vývodem S (SS) – s parazitní kapacitou C_{GD}

5.3 Trioda

V [13] je z "historických důvodů" odvozen i MB graf triody. Pracovní bod triody se v podstatě definuje zcela stejným způsobem jako pracovní bod pro JFET s kanálem typu N (pochopitelně až na skutečnou velikost pracovních napětí) [2]. Po zavedení modelové interní katody \mathbf{K}_i můžeme nakreslit ekvivalentní malosignálový model na obr. 62, obdobně jako tomu bylo u bipolárních a unipolárních tranzistorů. Napětí mezi mřížkou G a interní katodou je nulové, celé napětí mezi mřížkou a katodou se tak přenáší na signálový odpor, jehož hodnota je rovna převrácené hodnotě strmosti S. Je zřejmé, že graf signálových toků lze přiřadit každému reálnému linearizovanému zesilovacímu prvku – bez ohledu na jeho výrobní technologii.



Obr. 62 Symbolická značka a malosignálový model triody

Příklad k samostatnému řešení 5.3.1

Postupem obdobným jako v čl. 5.2 dokažte, že na obr. 63 je MB graf triody odpovídající malosignálovému modelu z obr. 62.



Obr. 63 MB graf triody

6. SHRNUTÍ

Určeny jsou MB modely všech běžných moderních zesilovacích struktur i MB modely běžných aktivních trojpólů, včetně triody. Řešení stejných problémů pomocí admitančních matic, které musí vést ke stejným výsledkům (analýza je vždy jednoznačná), lze nalézt například v [2].

Je zřejmé, že metodiky stanovené v části II jsou jen limitními případy metodiky stanovené pro MB grafy – a to pro uzlovou admitanci aktivního prvku jdoucí k nekonečné hodnotě nebo pro uzlovou admitanci aktivního prvku jdoucí k nule. Všechny příklady uvedené v části II lze proto řešit i pomocí grafů MB – srovnej například *Řešený příklad* 4.1.1 s poznatky z článku 2.6 v části II.

Příklad k samostatnému řešení 6.1

a) Sestrojte MB graf obvodu na obr. 64. Předpokládejte, že OTA i sledovač (A = 1) mají nekonečně velkou vstupní impedanci. OTA má výstupní admitanci G_{00} (ideálně nulovou); sledovač má výstupní admitanci G_{0s} (ideálně nekonečnou); uvažujte i admitanci pC.

b) Upravte MB graf (odstraňte smyčky uzlových admitancí) – MB model sledovače lze získat z obr. 14 (viz i poznámka pod tímto obrázkem).

c) Uvažujte, že $G_{00} \rightarrow 0$ a $G_{0s} \rightarrow \infty$; výsledný graf srovnejte s obr. 46 z části II (musí být stejný).



Obr. 64 Horní propust 1. řádu s OTA a napěťovým sledovačem – uzlová napětí jsou již přiřazena (čísla uzlů) ve shodě se zavedenou konvencí

7. ZÁVĚREČNÝ TEST

1. Na obr. 65 platí pro MB grafy



Obr. 65 Otázka 1

2. Na obr. 66 platí pro MB grafy



Obr. 66 Otázka 2

3. Na obr. 67 je MB grafy příslušný



Obr. 67 Otázka 3

4. Na obr. 68 je MB grafy příslušný



5 Na obr. 69 je MB grafy příslušný





6. Na obr. 70 je MB grafy příslušný

- a) rezistoru zapojenému proti zemi
- b) kapacitoru zapojenému proti zemi
- c) induktoru zapojenému proti zemi
- d) ideálnímu zdroji napětí zapojenému proti zemi



Obr. 70 Otázka 6

7 Přenos z uzlu zdroje proudu *I* do napěťového uzlu MB grafu je

- a) +1
- b) 1
- c) 0 d) ∞
- 8 Na obr. 71 representuje blok *K* zesilovač (s jedním vstupem) s nekonečným vstupním odporem, zesílením *K* a výstupní vodivostí *G*₀. Příslušející MB graf je


9. Do uzlu U_k připojíme ideální zdroj napětí U_k proti zemi. Platí

a) rozpojíme všechny větve vystupující z uzlu U_k

- b) graf se nijak nemění
- c) rozpojíme všechny větve vstupující do uzlu U_k
- d) neplatí žádné z předchozích tvrzení

10. Na obr. 72 je zesilovací struktura s OTA s nekonečným vstupním odporem, transkonduktancí (strmostí) G_m a výstupní vodivostí G_0 . Příslušející MB graf je



11. Pro MB graf na obr. 73 platí



12. Pro MB graf na obr. 74 platí





Obr. 74 Otázka 12

8. OTÁZKY K PROBLEMATICE

- 1. Co je východiskem pro grafy MB?
- 2. Jaká je podstata úpravy typu B admitančního systému rovnic?
- 3. Jak se sečítají přenosy smyček uzlových admitancí příslušných stejnému uzlu u grafů MB?
- 4. Objasněte podstatu algoritmu pro přímé sestavení grafu MB.
- 5. Jak získáme grafy MB aktivních prvků (lineárních), šipková konvence?
- 6. Je výhodné upravovat grafy MB samotných aktivních prvků?
- 7. Lze řešit grafy MB přímo Masonovým pravidlem?
- 8. Jak odstraníme smyčky uzlové admitance v grafu MB?
- 9. Jak určíme vstupní a výstupní impedanci (impedanci uzlu) struktury?
- **10.** Lze určit grafy MB pro základní elektronické trojpóly (bipolární a unipolární tranzistor, trioda) metodika určení grafu?
- **11.** Jaký je vztah mezi metodikou pro grafy MB a metodikami stanovenými pro OZ a OTA na základě intuitivních modelů?
- 12. Lze na základě grafu MB rekonstruovat admitanční model obvodu (maticový)?
- 13. Lze po odstranění smyček uzlových admitancí grafu MB použít Masonovo pravidlo?
- 14. Co uděláme s větví grafu, která vychází z referenčního uzlu?
- 15. Co uděláme s větví grafu, která vstupuje do referenčního uzlu?

Literatura

- [1] Punčochář J.: Řešení obvodů grafy signálových toků (intuitivně stanovené modely aktivních prvků). VŠB - TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA, Fakulta elektrotechniky a informatiky, Katedra elektrotechniky, březen 2008 (sylabus), 44 stran
- [2] Punčochář J.: Lineární obvody s elektronickými prvky. VŠB TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA, Ostrava 2002, skriptum, 126 stran, ISBN 80-248-0040-3
- [3] Punčochář J.: Operační zesilovače historie a současnost. BEN technická literatura, Praha 2002, 68 stran, ISBN 80-7300-047-4
- [4] Punčochář J.: Operační zesilovače v elektronice. 5. vydání, BEN technická literatura, Praha 2002, 496 stran, ISBN 80-7300-059-8
- [5] Mohylová J.: Lineární obvody s elektronickými prvky (Sbírka příkladů). VŠB - TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA, Ostrava 2002, skriptum, 106 stran, ISBN 80-248-0098-5
- [6] Mason J. S., Zimmermann J. H.: Electronic Circuits, Signals, and Systems. John Wiley & Sons, Inc., 1960
- [7] Ostapenko G. S.: Analogovyje poluprovodnikovyje integralnyje mikroschemy. "Radijo i Svjaz", Moskva 1981
- [8] Coates C., L.: Flow graph solutions of linear algebraic equations. IRE TRANSACTIONS ON CIRCUIT THEORY, June 1959, pp. 170 až 187
- [9] Čajka J., Kvasil J.: Teorie lineárních obvodů. SNTL/ALFA, Praha 1979
- [10] Biolek, D.: Řešíme elektronické obvody. BEN technická literatura, Praha 2004, 520 stran, ISBN 80-7300-125-X
- [11] Mohylová, J. Punčochář, J.: Elektrické obvody II. VŠB TU Ostrava, Ostrava 2007 (ISBN 978-80-248-1338-7)
- [12] Yunik, M.: Design of modern transistor circuits. Prentice-Hall, Inc., 1973
- [13] Punčochář J.: Přiřazení grafů signálových toků zesilovacím strukturám pomocí admitančních modelů. www.elektrorevue.cz, 2010/61 23. 9. 2010, ISSN 1213 1539, str. 61 1 až 61 16
- [14] Punčochář, J.: Přiřazení grafu signálových toků operačnímu zesilovači pomocí admitanční matice. XXXIX. Sešit katedry elektrotechniky, VŠB – TUO 2008, str. 115 – 120 (ISBN 978-80-248-1786-6)
- [15] Punčochář, J.: Vztah mezi MB grafem a MC grafem. XLIII. Sešit katedry elektrotechniky, VŠB – TUO 20010, str. 132 – 137 (ISBN 978-80-248-2240-2)



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ŘEŠENÍ OBVODŮ GRAFY SIGNÁLOVÝCH TOKŮ IV

Josef Punčochář Jitka Mohylová Petr Orság

I.	ÚVOD DO TEORIE GRAFŮ		6
II.	GRAFY SIGNÁLOVÝCH TOKŮ V METODĚ UZLOVÝCH NAPĚTÍ - INTUITIVNĚ STANOVENÉ MODELY AKTIVNÍCH PRVKŮ		39
III.	MODELY AKTIVNÍCH PRVKŮ NA ZÁKLADĚ MODELŮ ADMITANČNÍCH		95
IV.	VZTAH MEZI GRAFEM MB A GRAFEM MC (Mason – Coatesův graf)		
		ÚVOD	151
	1.	VÝCHODISKA PRO KONSTRUKCI GRAFU MC (způsob úpravy C)	151
	2.	ALGORITMUS PRO PŘÍMÉ SESTROJENÍ GRAFU OBVODU S AKTIVNÍM PRVKEM (vycházející ze způsobu úpravy C)	153
	3.	PŘÍKLADY NA APLIKACI ALGORITMU PRO GRAFY MC	154
	4.	SHRNUTÍ	160
	5.	ZÁVĚREČNÝ TEST	160

6	OTÁZKY K PROBLEMATICE	162
	LITERATURA	163
ZÁ	VĚR	164
RE.	JSTŘÍK	165

IV. VZTAH MEZI GRAFEM MB A GRAFEM MC (Mason – Coatesův graf) [1, 2]

ÚVOD

Při analýze lineárních elektronických obvodů se lze setkat i s grafy MC, např. [1, 2]. Ukážeme si, že východiska pro odvození grafů jsou stále stejná, že mezi grafy MC a MB je jednoznačná souvislost.

1. VÝCHODISKA PRO KONSTRUKCI GRAFU MC (*způsob úpravy C*)

Východiskem pro metodiku MC grafů je i nyní systém rovnic

$$U_{1}Y_{11p} - U_{2}Y_{12p} - U_{3}Y_{13p} = I_{1}$$

- $U_{1}Y_{12p} + U_{2}(Y_{22p} + Y_{aa}) - U_{3}(Y_{23p} - Y_{ab}) = I_{2}$
- $U_{1}Y_{13p} - U_{2}(Y_{23p} - Y_{ba}) + U_{3}(Y_{33p} + Y_{ab}) = I_{3}$ (1)

který popisuje obvodový systém na obr. 1 – viz úvahy v částech II a III.



Obr. 1 Paralelní propojení pasívního čtyřpólu a aktivního trojpólu (se společným referenčním uzlem).

Z každé rovnice i nyní potřebujeme osamostatnit "diagonální" neznámou – ale bez dělení. To lze učinit následovně - úprava do podoby ("způsob úpravy C"):

$$U_{1}Y_{11p} = I_{1} + U_{2}Y_{12p} + U_{3}Y_{13p}$$

$$U_{2}(Y_{22p} + Y_{aa}) = I_{2} + U_{1}Y_{12p} + U_{3}(Y_{23p} - Y_{ab})$$

$$U_{3}(Y_{33p} + Y_{bb}) = I_{3} + U_{1}Y_{13p} + U_{2}(Y_{23p} - Y_{ba})$$
(2)

Důležité je, že nyní uzlovou admitancí nedělíme, ale k uzlu grafu ji "připíšeme pro informaci" k neorientované vlastní smyčce uzlu. Tato neorientovaná smyčka není vlastně přenosem, pouze nám umožní správně sestavit výslednou uzlovou admitanci. "Pravé strany" systému (2) přiřadíme k takto "označeným" uzlům běžným způsobem, jako orientované větve grafu – obr. 2.



Obr. 2 Graf signálových toků příslušný systému rovnic (1) – po úpravě systému rovnic *způsobem C*.

U grafů MB, kde byla provedena jiná ekvivalentní úprava každé rovnice, se táž uzlová admitance objeví se znaménkem záporným – odečtena od čísla 1 – na prvé straně rovnic, tedy jako orientovaná smyčka uzlové admitance $[1-Y_u]$ – a to je opravdu přenos.

Provedeme–li pro toto východisko úvahy srovnatelné s úvahami v části III této práce, je zřejmé, že *graf MC získáme z grafu MB* tak, že u každé orientované smyčky uzlové admitance jednoduše odstraníme orientační šipku a její přenos $[1-Y_u]$ prostě nahradíme údajem Y_u .

Opačným postupem *získáme z grafu MC graf MB* – neorientované vlastní smyčce přiřadíme orientační šipku (libovolně) a uzlovou admitanci Y_u nahradíme přenosem $[1-Y_u]$.

Punčochář, J., Mohylová, J., Orság P.: Řešení obvodů grafy signálových toků IV

2. ALGORITMUS PRO PŘÍMÉ SESTROJENÍ GRAFU OBVODU S AKTIVNÍM PRVKEM (vycházející ze způsobu úpravy C)

Na základě úvah analogických s úvahami v části III platí algoritmus:

- 1) Každému topologickému uzlu, zdroji proudu a zdroji napětí přiřadíme uzel grafu.
- 2) Zdroj proudu I_i vstupující do uzlu (i) má přenos +1. Přenos z jakéhokoliv uzlu do zdroje neexistuje (ideální zdroj není ničím ovlivnitelný).
- 3) Ideálnímu zdroji napětí U_k připojenému do uzlu (k) přiřadíme graf podle obr.3 (to má jediný důsledek ani zde žádný přenos do zdroje neexistuje).
- 4) Každému dvojpólu (R, L, C) přiřadíme graf podle obr.4 nebo obr.5 (bez proudových uzlů, pokud není do uzlu právě připojen zdroj proudu signál).
- 5) Zbývající trojpóly a vícepóly nahradíme mezi odpovídajícími uzly jejich grafy získanými z jejich admitančních modelů způsobem úpravy C.
- 6) Po zakreslení grafů všech prvků obvodu sečteme pro každý uzel všechny neorientované smyčky s tím, že

Výsledná admitance neorientované smyčky uzlu = sumě admitancí všech všech neorientovaných smyček uzlových do uzlu připojených: $Y_a + Y_b + \dots + Y_m = Y_u$

V tomto okamžiku máme MC graf analyzovaného obvodu.

- 7) Pokud nyní chceme získat "plnohodnotný" graf podle pana Masona, odstraníme neorientované smyčky (nesoucí informaci o celkové uzlové admitanci) tak, že všechny přenosy větví do uzlu vstupujících dělíme přímo admitancí Y_u připsanou u neorientované smyčky uzlu (a neorientovanou smyčku odstraníme z grafu). Tím již získáváme graf, kde každá větev skutečně definuje přenos a můžeme jej řešit upravováním nebo klasickým Masonovým vztahem.
- 8) Další možností je řešit přímo získaný graf MC pomocí modifikovaného Masonova pravidla, viz [1, 2]. Modifikace je nutná proto, že neorientované smyčky vlastně nejsou přenosy.











Obr. 5 MB graf (a) a MC graf (b) příslušný lineárnímu dvojpólu

3. PŘÍKLADY NA APLIKACI ALGORITMU PRO GRAFY MC

Analyzujme nyní pro srovnání opět strukturu invertujícího zesilovače pomocí grafů MC, obr. 6 (viz čl. 4.1, část II). Pro lepší grafickou přehlednost budeme i nyní kreslit pouze jednu neorientovanou smyčku uzlové admitance, ke které budeme postupně připisovat členy, které posléze sečteme.



Obr. 6 Invertující struktura s OZ; v modelu uvažujeme zesílení *A* operačního zesilovače, výstupní odpor $R_0 = 1/Y_0 = 1/G_0$; neuvažujeme vstupní proudy; proud I_1 obecně modeluje zdroj signálu (zde pouze jeden zdroj signálu)

Na obr. 7 je MC graf pasívní části obvodu. MC graf operačního zesilovače získáme snadno z MB grafu na obr. 14, část II – obr. 8.



Obr. 7 MC graf pasívní části obvodu z obr. 6.



Obr. 8 MB graf (a) a MC graf (b) idealizovaného OZ – definováno pouze A a G_0 – proudové vstupy již nejsou zakreslovány

Na obr. 9 je výsledný MC graf obvodu z obr. 6, admitance neorientovaných smyček jsou již sečteny – srovnejte s obr. 18, část II. Přenos neinvertujícího vstupu "z nuly" nemá smysl kreslit.



Obr. 9 Výsledný MC graf obvodu z obr. 6.

Podělíme-li nyní větve vstupující do uzlů příslušnou uzlovou admitancí – to jest výrazem u příslušné neorientované smyčky (a tu odstraníme), získáme graf na obr. 10, který je totožný se situací na obr. 19, část II. Je to už "obyčejný" Masonův graf.Tento graf dále řešíme dříve uvedenými konvenčními postupy. A další diskuse bude rovněž stejná.



Obr. 10 Masonův graf obvodu z obr. 6.

Pro přímé řešení grafu z obr. 9 použijeme modifikované Masonovo pravidlo, jeho aplikace je podrobně popsána např. v [1, 2]. My se jí zde nebudeme zabývat, v podstatě již nepřináší nové zásadní informace.

Příklad k samostatnému řešení 3.1

Stanovte MC model proudových konvejorů CCII, znáte – li jejich MB graf – obr. 11.





Příklad k samostatnému řešení 3.2

Stanovte MC model zesilovače CFA, znáte – li jeho MB graf – obr. 12.



Obr. 12 MB graf zesilovače **CFA**; G_{o1} – admitance invertujícího vstupu; G_{o2} – admitance výstupu; **Z** – transimpedance (viz části II a III)

Příklad k samostatnému řešení 3.3

Stanovte MC model zesilovače OTA, znáte – li jeho MB graf – obr. 13.



Obr. 13 MB graf **OTA**; G_0 – admitance výstupu; g_m - transkonduktance (viz části II a III)

Příklad k samostatnému řešení 3.4

Stanovte MC model zesilovače Nortonova zesilovače, znáte – li jeho MB graf – obr. 14.





Příklad k samostatnému řešení 3.5

Na obr. 15 je filtrační struktura a jí příslušný MC graf je na obr. 16. Předpokládáme, ideální OTA, tedy nulovou výstupní admitanci G_0 , buzení ze zdroje napětí v uzlu (1).



Obr. 15 Filtr realizovaný se dvěma OTA [2, str. 117]



Obr. 16 MC graf příslušný obr. 12; $-G_{m2}$ u uzlu U_2 representuje přenos invertujícího vstupu OTA2 "z uzlu 2 do uzlu 2"

a) Přesvědčete se, že MC graf je sestaven korektně (MC graf ideálního OTA získáte z obr. 40, část III)

b) Nakreslete MB graf téhož obvodu.

c) Upravte MC graf tak, aby byly odstraněny neorientované smyčky.

d) Upravte MB graf tak, aby byly odstraněny smyčky (orientované) uzlové admitance.

e) Porovnejte grafy získané v bodech c) a d).

f) Přesvědčete se, že platí

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{p^2 + G_{m1}G_{m2}/(C_1C_2)}{p^2 + pG_{m2}/C_2 + G_{m1}G_{m2}/(C_1C_2)}$$

a určete typ filtru.

g) Přesvědčete se, že platí

$$\frac{U_3}{U_1} = \frac{+G_{m1}G_{m2}/(C_1C_2)}{p^2 + pG_{m2}/C_2 + G_{m1}G_{m2}/(C_1C_2)}$$

a určete typ filtru.

Příklad k samostatnému řešení 3.6

Stanovte MC model bipolárního tranzistoru, znáte – li jeho MB graf – obr. 17.



Obr. 17 MB graf bipolárního tranzistoru (bez r_{ce} a C_{KB}) - (viz část III)

Příklad k samostatnému řešení 3.7

Stanovte MC model unipolárního tranzistoru, znáte – li jeho MB graf – obr. 18.





Příklad k samostatnému řešení 3.7

Stanovte MC model triody, znáte – li její MB graf – obr. 19.



Obr. 19 MB graf triody – (viz část III)

Punčochář, J., Mohylová, J., Orság P.: Řešení obvodů grafy signálových toků IV

4. SHRNUTÍ

Lze nalézt jednoznačnou souvislost mezi MB grafy (a metodikou) získanými postupem popsaným v části III a MC grafy signálových toků popsaných například v [1, 2] - graf Masonův – Coatesův. Důležité je, že při popisovaném postupu je MB graf signálových toků v každém kroku "pravým" grafem signálových toků - to už tak úplně neplatí pro graf Masonův – Coatesův. Současně je jednoznačně předvedeno, jak lze jednoduše z grafu MB získat graf MC a také z grafu MC graf MB.

5. ZÁVĚREČNÝ TEST

1. Na obr. 20 platí pro MC grafy



Obr. 20 Otázka 1

2. Na obr. 21 platí pro MC grafy



Obr. 21 Otázka 2

3. Na obr. 22 je MC grafy příslušný



Obr. 22 Otázka 3

4. Na obr. 23 je MC grafy příslušný



- c) induktoru
- d) zdroji napětí



Obr. 23 Otázka 4

5. Na obr. 24 je MC grafy příslušný

a) rezistoru
b) kapacitoru
c) induktoru
d) zdroji napětí



Obr. 24 Otázka 5

6. Na obr. 25 je MC grafy příslušný

- a) rezistoru zapojenému proti zemi
- b) kapacitoru zapojenému proti zemi

d) ideálnímu zdroji napětí zapojenému proti zemi

c) induktoru zapojenému proti zemi

Obr. 25 Otázka 6

 ∞

7. Přenos z uzlu zdroje proudu I do napěťového uzlu MC grafu je

- a) +1 b) - 1
- c) 0
- d) ∞

8. Do uzlu U_k připojíme ideální zdroj napětí U_k proti zemi. Platí

- a) rozpojíme všechny větve vystupující z uzlu U_k
- b) graf se nijak nemění
- c) rozpojíme všechny větve vstupující do uzlu U_k
- d) neplatí žádné z předchozích tvrzení

9. Pro MC graf na obr. 26 platí



10. Pro MC graf na obr. 27 platí

a) $U_2 = I_1 \cdot \frac{KG_o}{G_o + G_2}$ b) $U_2 = I_1 \cdot \frac{KG_2}{G_o}$ c) $U_2 = U_1 \cdot \frac{KG_o}{G_o + G_2}$ d) $U_2 = U_1 \cdot \frac{KG_o}{G_2}$





6. OTÁZKY K PROBLEMATICE

- 1. Co je východiskem pro grafy MC?
- 2. Jaká je podstata úpravy typu C admitančního systému rovnic?
- 3. Jak se sečítají admitance neorientovaných smyček příslušných stejnému uzlu u grafů MC?
- 4. Objasněte podstatu algoritmu pro přímé sestavení grafu MC.
- 5. Jak získáme grafy MC aktivních prvků (lineárních), šipková konvence?
- 6. Je výhodné upravovat grafy MC samotných aktivních prvků?
- 7. Lze řešit grafy MC přímo základním Masonovým pravidlem?
- 8. Jak odstraníme neorientované smyčky v grafu MC?
- 9. Jak určíme vstupní a výstupní impedanci (impedanci uzlu) struktury?
- **10.** Lze určit grafy MC pro základní elektronické trojpóly (bipolární a unipolární tranzistor, trioda) metodika určení grafu?
- 11. Jaký je vztah mezi metodikou pro grafy MC a metodikou pro grafy MB?
- **12.** Lze na základě grafu MC rekonstruovat admitanční model obvodu (maticový)?
- 13. Jak získáme z grafu MB graf MC?
- 14. Jak získáme z grafu MC graf MB?
- **15.** Lze po odstranění neorientovaných smyčky grafu MC použít základní Masonovo pravidlo?

Literatura

- [1] Čajka J., Kvasil J.: Teorie lineárních obvodů. SNTL/ALFA, Praha 1979
- [2] Biolek, D.: Řešíme elektronické obvody. BEN technická literatura, Praha 2004 (ISBN 80-7300-125-X)
- [4] Punčochář J.: Přiřazení grafů signálových toků zesilovacím strukturám pomocí admitančních modelů. www.elektrorevue.cz, 2010/61 – 23. 9. 2010, (ISSN 1213 – 1539, str. 61 – 1 až 61 – 16)
- [5] Punčochář, J.: Vztah mezi MB grafem a MC grafem. XLIII. Sešit katedry elektrotechniky, VŠB – TUO 2010, str. 132 – 137 (ISBN 978-80-248-2240-2)

ZÁVĚR

Předložený materiál neobjasňuje fyzikální ani obvodovou podstatu popisovaných moderních zesilovacích struktur. Tu lze nastudovat v uváděné literatuře. Přiřazuje jen novým způsobem modely vycházející z modelů admitančních (úprava typu B) – MB grafy signálových toků – a popisuje metodiku pro jejich použití.

Určeny jsou modely všech běžných moderních zesilovacích struktur i modely běžných aktivních trojpólů, včetně triody. Řešení stejných problémů pomocí admitančních matic, které musí vést ke stejným výsledkům (analýza je vždy jednoznačná), lze opět nalézt například v uvedené literatuře.

Lze nalézt jednoznačnou souvislost mezi MB modely (a metodikou) získanými popsaným postupem a MC grafy signálových toků - graf Masonův – Coatesův. Důležité je, že při zde popisovaném postupu je graf signálových toků v každém kroku "pravým" grafem signálových toků - to už tak úplně neplatí pro graf Masonův – Coatesův. Současně je jednoznačně předvedeno, jak lze jednoduše z grafu MB získat graf MC.

Oprávněně si lze položit otázku, zda je obvod výhodnější řešit maticovou metodou nebo metodou grafů. Z předloženého materiálu je zřejmé, že lze vždy poměrně jednoduše sestrojit graf obvodů s lineárními prvky, aniž bychom museli sestavovat výchozí systém lineárních rovnic. Obsahuje-li však graf příliš mnoho smyček – obvod je silně "provazben" – může být vyhodnocení grafu poměrně náročné a může být jednodušší pracovat s maticovým popisem. Pro jednodušší obvody poskytují grafy elegantní metodu k určení vlastností lineárního elektronického obvodu. Při rutinním zvládnutí problematiky získáváme výsledek po nakreslení prakticky jednoho grafu signálových toků – a jeho vyhodnocení.

Zvládnutí metodiky signálových toků může podstatným způsobem zjednodušit řešení jednodušších elektronických obvodů. V žádném případě však není "celou elektronikou". Je to jen jeden z užitečných nástrojů. Je vhodné si uvědomit, že konečný ortel o kvalitě našich úvah vynese vždy až praktický experiment – tedy konkrétní fyzikální realizace obvodu a proměření jeho vlastností. Experiment, na rozdíl od tužky a papíru (či počítače) vždy respektuje všechny fyzikální zákony – i ty, které jsme zapomněli do modelů zahrnout nebo je prostě neznáme. Projeví se tak nevhodně navržený plošný spoj, výkonové přetížení součástky nebo její nedostatečné chlazení, … Proto by měl být tento důležitý krok u zvoleného zapojení vždy vykonán. Stejný postup doporučuji i u zapojení přebíraných z literatury, zvláště neobsahuje-li pramen ani popis experimentu.

REJSTŘÍK

Α

admitance, 47, 58, 60, 63, 66, 76, 78, 80, 81, 90, 99, 120, 142, 143, 155, 156

В

bipolární tranzistor, 131

С

CCII+,-, 95, 119

D

determinant, 29, 30, 31, 32, 33, 44, 65, 73, 114 diagonální prvek, 43 dopředný přenos, 54, 72, 113

F

filtr, 47, 62, 66, 69 filtr Sallen-Key, 84

Н

horní propust, 66, 80

Ch

chybový člen, 113

ideální OZ, 86, 87, 113 ideální přenos, 113 impedance, 48, 60, 66, 69, 73, 75, 81, 84, 86, 116, 118, 120, 122, 128, 138, 141, 149, 166 Incidence, 55

J

JFET, 131, 140, 141

Κ

kanál, 131, 140

Μ

malosignálový model, 135, 141 **Mason – Coatesův graf**, 5, 41, 96, 152, 154 Masonovo pravidlo, 29, 31, 70, 94, 113, 114, 149, 150, 159, 166 **MB graf**, 141, 146, 147, 148, 159, 160, 162, 163, 166 MB grafy, 95, 97, 142, 144, 145, 146, 163, 168 model bipolárního tranzistoru, 132, 136, 162 model OZ, 48, 70, 108, 111 MOSFET, 131

Ν

napěťový zesilovač, 84, 86 Nortonův zesilovač, 40, 50, 128, 160

0

obecný dvojpól, 105 operační zesilovač, 40, 48, 49, 53, 66, 93, 113, 133, 158 OTA, 3, 41, 49, 50, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 85, 87, 88, 90, 91, 93, 96, 126, 127, 147, 150, 160, 161

Ρ

Paralelnost, 55 pracovní bod, 132, 141 proudový konvejor, 51, 95, 119, 159

S

schéma CFA, 52 signálový model, 58, 132, 139 Správný tok grafu, 20 subdeterminant, 33, 65, 68, 113, 114, 116

Т

transadmitance, 81 transkonduktanční zesilovač, 40, 41, 49, 76 trojpól, 45, 47, 108, 131, 132, 149, 156, 166

V

Věta aditivní, 7 přenosová, 7 VFA, 95, 108 výstupní odpor, 48, 50, 58, 64, 67, 70, 75, 83, 118, 127, 137

Ζ

zapojení se společnou bází, 138 zapojení se společným emitorem, 137, 138 zdroj napětí, 59, 68 zdroj proudu, 59, 76, 90, 93, 108, 137, 156 zesilovač CFA, 123 zobecněná metoda uzlových napětí, 42, 54

Poznámka: Přednostně jsou uváděny termíny a pojmy, které se nevyskytují v části "OBSAH".