

$$(1) \underline{y'} + \underline{a(t)} \cdot \underline{y} = \underline{b(t)} \dots \text{LDR 1. řádu}$$

$$(2) y' + a(t) \cdot y = 0 \dots \text{Homogenní LDR přidružená k (1)}$$

$$(3) y(t_0) = y_0 \dots \text{Počáteční podmínka}$$

Předpoklady: Necht' $J \subset \mathbb{R}$ je otevřený interval I ,
 $t_0 \in J$, $a \in C(J)$, $b \in C(J)$.

Označme: $Y_H \dots$ systém všech řešení (2) na J
 $Y \dots$ systém všech řešení (1) na J

Vlastnosti:

1) Cauchyova úloha (1), (3) má právě jedno řešení na J

2)

$$\dim Y_H = 1$$

3) Řešení (2) nemění znaménko na J

4) Necht' $y_p \in Y$. Pak

$$Y = Y_H + y_p$$

Metoda přenosobení:

$$\begin{aligned} y' + a(t) \cdot y = b(t) & \quad | \cdot e^{\int a(t) dt} \\ y' \cdot e^{\int a(t) dt} + y \cdot e^{\int a(t) dt} \cdot a(t) & = b(t) \cdot e^{\int a(t) dt} \\ \left(y \cdot e^{\int a(t) dt} \right)' & = b(t) \cdot e^{\int a(t) dt} \end{aligned}$$

$$y \cdot e^{\int a(t) dt} = \int b(t) \cdot e^{\int a(t) dt} + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

Metoda separace: $y' + a(t)y = 0$, $0 \in Y_H$,

$y > 0$ na J nebo $y < 0$ na J :

$$\frac{1}{y} \cdot y' = -a(t).$$

Metoda variace konstanty:

$$0 \neq y_n \in Y_H \Rightarrow \forall c \in \mathbb{R}: \underline{c \cdot y_n} \in Y_H$$

$$0 \neq y_n \in Y_H \Rightarrow \exists k \in C^1(J): \underline{k \cdot y_n} \in Y$$

$$y' + a(t)y = b(t)$$

$\forall t \in J$:

$$(k(t) \cdot y_n(t))' + a(t) \cdot k(t) \cdot y_n(t) = b(t)$$

$$k'(t) \cdot y_n(t) + \underline{k(t)} \cdot y_n'(t) + a(t) \underline{k(t)} y_n(t) = b(t)$$

$$k'(t) \cdot y_n(t) + k(t) \cdot \underbrace{[y_n'(t) + a(t) \cdot y_n(t)]}_{=0} = b(t)$$

$$k'(t) \cdot y_n(t) = b(t) \Rightarrow k'(t) = \frac{b(t)}{y_n(t)}$$

$$k(t) = \int \frac{b(t)}{y_n(t)} dt. \quad Y = Y_H + y_p.$$