Funkce komplexní proměnné a integrální transformace

Laplaceova transformace II.
Autotest

Marek Lampart

Text byl vytvořen v rámci realizace projektu *Matematika pro inženýry 21. století* (reg. č. CZ.1.07/2.2.00/07.0332), na kterém se společně podílela Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava a Západočeská univerzita v Plzni

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Nápověda

- Test zahájíte kliknutím na tlačítko "Zacatek testu".
- U každého příkladu je správná pouze jediná odpověď, správně zodpovězená otázka je hodnocena jedním bodem.
- Test ukončíme kliknutím na tlačítko "Konec testu". Ve vedlejším rámečku se zobrazí počet získaných bodů v daném testu.
- Kliknutím na tlačítko "Oprava" se provede opravení testu. Správně zodpovězené otázky budou označeny zeleně, chybné odpovědi budou vyznačeny červeně.

Zacatek testu

1. Při řešení Cauchyho úloh Laplaceovou transformací sestavujeme

- [ ] integrální rovnici.
- [ ] operátorovou rovnici.
- [ ] homogenní rovnici.
- [ ] kvadratickou rovnici.

2. Řešíme-li Cauchyho úlohu Laplaceovou transformací, pak nalezené řešení

- [ ] je obecné.
- [ ] je homogenní.
- [ ] je partikulární.
- [ ] neexistuje.

Konec testu

Oprava

Zacatek testu

1. Pomocí operátorové metody nalezněte řešení diferenciální rovnice $x' + 3x = 0$, které vyhovuje počáteční podmínce $x(0) = 5$.

- ☐ $x(t) = 2e^{-t}, \quad t \geq 0.$
- ☐ $x(t) = 3e^{-2t}, \quad t \geq 0.$
- ☐ $x(t) = 4e^{-4t}, \quad t \geq 0.$
- ☐ $x(t) = 5e^{-3t}, \quad t \geq 0.$

2. Pomocí operátorové metody nalezněte řešení diferenciální rovnice $x'' + 3x' + 2x = 4e^{-3t}$, které vyhovuje počátečním podmínkám $x(0) = 0, x'(0) = 0$.

- ☐ $x(t) = 2e^{-3t} - 4e^{-2t} + 2e^{-t}, \quad t \geq 0.$
- ☐ $x(t) = e^{-2t} - 2e^{-t} + 2e^{-3t}, \quad t \geq 0.$
- ☐ $x(t) = 4e^{-3t} - 3e^{-2t} + 3e^{-t}, \quad t \geq 0.$
- ☐ $x(t) = -2e^{-t} - 5e^{-3t} + e^{-2t}, \quad t \geq 0.$

Konec testu | Oprava

Zacatek testu

1. Pomocí operátorové metody nalezněte řešení diferenciální rovnice $x'' - 2x' + 2x = 0$, které vyhovuje počátečním podmínkám $x(0) = 1, x'(0) = 1$.

- ☐ $x(t) = e\cos(t), \quad t \geq 0.$
- ☐ $x(t) = e\sin(t), \quad t \geq 0.$
- ☐ $x(t) = e^t\cos(t), \quad t \geq 0.$
- ☐ $x(t) = e^t\sin(t), \quad t \geq 0.$

2. Pomocí operátorové metody nalezněte řešení diferenciální rovnice $x' + 2x = \sin(t)$, které vyhovuje počáteční podmínce $x(0) = 0$.

- ☐ $\frac{1}{3}(e^{-t} - \cos(t) - 2\sin(t)), \quad t \geq 0.$
- ☐ $\frac{1}{4}(e^{-3t} + \cos(t) + 3\sin(t)), \quad t \geq 0.$
- ☐ $\frac{1}{5}(e^{-2t} - \cos(t) + 2\sin(t)), \quad t \geq 0.$
- ☐ $\frac{1}{6}(e^{-t} + \cos(t) - \sin(t)), \quad t \geq 0.$

Konec testu

Oprava

Zacatek testu

1. Pomocí operátorové metody nalezněte řešení diferenciální rovnice $x'' + 3x' = e^{-t}$, které vyhovuje počátečním podmínkám $x(0) = 0, x'(0) = -1$.

- ☐ $x(t) = \frac{1}{5}(e^{-3t} - 2e^{-t}), \quad t \geq 0.$
- ☐ $x(t) = \frac{1}{4}(e^{-3t} + e^{-t}), \quad t \geq 0.$
- ☐ $x(t) = \frac{1}{2}(e^{-3t} - e^{-t}), \quad t \geq 0.$
- ☐ $x(t) = \frac{1}{3}(e^{-3t} + 2e^{-t}), \quad t \geq 0.$

2. Pomocí operátorové metody nalezněte řešení diferenciální rovnice $x'' + 2x' = t\sin(t)$, které vyhovuje počátečním podmínkám $x(0) = 0, x'(0) = 0$.

- ☐ $\frac{1}{2}(e^{-2t} - 9t\cos(t) - 4t\sin(t) + 2\cos(t)) + 1\sin(t), t \geq 0.$
- ☐ $\frac{1}{25}(2e^{-2t} - 10t\cos(t) - 5t\sin(t) - 2\cos(t)) + 14\sin(t), t \geq 0.$
- ☐ $\frac{1}{16}(3e^{-2t} - 8t\cos(t) - 3t\sin(t) + 2\cos(t)) + 4\sin(t), t \geq 0.$

Konec testu Oprava

Zacatek testu

1. Pomocí operátorové metody nalezněte řešení diferenciální rovnice $x'' + 2x' + x = \sin(t)$, které vyhovuje počátečním podmínkám $x(0) = 0, x'(0) = 0$.

- ☐ $x(t) = \frac{1}{2}(te^{-t} + e^{-t} - \cos(t)), \quad t \geq 0.$
- ☐ $x(t) = \frac{1}{3}(e^{-t} + 2te^{-t} - \sin(t)), \quad t \geq 0.$
- ☐ $x(t) = \frac{1}{4}(te^{-t} + e^{-t} + \cos(t)), \quad t \geq 0.$

2. Pomocí operátorové metody nalezněte řešení diferenciální rovnice $x'' + x = \cos(t)$, které vyhovuje počátečním podmínkám $x(0) = -1, x'(0) = 1$.

- ☐ $x(t) = \frac{1}{5}t\sin(t) + \cos(t) - \sin(t), \quad t \geq 0.$
- ☐ $x(t) = \frac{1}{4}t\sin(t) - \cos(t) - \sin(t), \quad t \geq 0.$
- ☐ $x(t) = \frac{1}{3}t\sin(t) + \cos(t) + \sin(t), \quad t \geq 0.$
- ☐ $x(t) = \frac{1}{2}t\sin(t) - \cos(t) + \sin(t), \quad t \geq 0.$

Konec testu | Oprava

Zacatek testu

1. Pomocí operátorové metody nalezněte řešení diferenciální rovnice $x'' - 4x = 4t$, které vyhovuje počátečním podmínkám $x(0) = 1, x'(0) = 0$.

- [ ] $x(t) = \frac{1}{2}(e^{2t} + e^{-2t} + 3t), \quad t \geq 0.$
- [ ] $x(t) = \frac{1}{3}(2e^{2t} - e^{-2t} + 2t), \quad t \geq 0.$
- [ ] $x(t) = \frac{1}{4}(3e^{2t} + e^{-2t} - 4t), \quad t \geq 0.$
- [ ] $x(t) = \frac{1}{5}(7e^{2t} - e^{-2t} - 4t), \quad t \geq 0.$

2. Pomocí operátorové metody nalezněte řešení diferenciální rovnice $x'' + x = t^3 + 6t$, které vyhovuje počátečním podmínkám $x(0) = 0, x'(0) = 0$.

- [ ] $x(t) = t^2, \quad t \geq 0.$
- [ ] $x(t) = t^3, \quad t \geq 0.$
- [ ] $x(t) = -2t^2, \quad t \geq 0.$
- [ ] $x(t) = 3t^3, \quad t \geq 0.$

Konec testu

Oprava

Zacatek testu

1. Pomocí operátorové metody nalezněte řešení soustavy diferenciálních rovnic

$$x' = -y,$$

$$y' = 2x + 2y,$$

které vyhovuje počátečním podmínkám $x(0) = 1, y(0) = 1$.

- ☐ $x(t) = e^t(\cos t - 2\sin t), t \geq 0,$

  $y(t) = e^t(\cos t + 3\sin t), t \geq 0.$

- ☐ $x(t) = e^t(\cos t + 2\sin t), t \geq 0,$

  $y(t) = e^t(\cos t - 3\sin t), t \geq 0.$

- ☐ $x(t) = e^t(\cos t - 3\sin t), t \geq 0,$

  $y(t) = e^t(\cos t + 2\sin t), t \geq 0.$

Konec testu Oprava

Zacatek testu

1. Pomocí operátorové metody nalezněte řešení soustavy diferenciálních rovnic

$$x' = -x + 3y,$$

$$y' = x + y + e^{-2t},$$

které vyhovuje počátečním podmínkám $x(0) = 1, y(0) = 1$.

- ☐ $x(t) = \frac{11}{16}e^{2t} - \frac{1}{4}te^{-2t} + \frac{2}{15}e^{-2t}, t \geq 0,$
  $y(t) = \frac{15}{16}e^{2t} - \frac{1}{4}te^{-2t} + \frac{5}{16}e^{-2t}, t \geq 0.$
- ☐ $x(t) = \frac{19}{16}e^{3t} - \frac{3}{4}te^{2t} - \frac{3}{16}e^{2t}, t \geq 0,$
  $y(t) = \frac{19}{16}e^{-2t} + \frac{1}{4}te^{2t} - \frac{3}{16}e^{2t}, t \geq 0.$
- ☐ $x(t) = \frac{19}{16}e^{2t} - \frac{3}{4}te^{-2t} - \frac{3}{16}e^{-2t}, t \geq 0,$
  $y(t) = \frac{19}{16}e^{2t} + \frac{1}{4}te^{-2t} - \frac{3}{16}e^{-2t}, t \geq 0.$

Konec testu | Oprava

Zacatek testu

1. Pomocí operátorové metody nalezněte řešení diferenciální rovnice $x' - 2x = f(t)$, kde $f(t) = \begin{cases} 8 - 4t, & 0 \leq t \leq 2, \\ 0, & t > 2, \end{cases}$

které vyhovuje počáteční podmínce $x(0) = -3$.

☐ $x(t) = \begin{cases} 4t + 3, & 0 \leq t \leq 2, \\ e^{2t-2)}, & t > 2. \end{cases}$

☐ $x(t) = \begin{cases} 2t - 3, & 0 \leq t \leq 2, \\ e^{2(t-2)}, & t > 2. \end{cases}$

☐ $x(t) = \begin{cases} 2t + 1, & 0 \leq t \leq 2, \\ e^{2(t+2)}, & t > 2. \end{cases}$

Konec testu | Oprava

Zacatek testu

1. Pomocí operátorové metody nalezněte řešení diferenciální rovnice $x'' + x = f(t)$, kde $f(t) = \begin{cases} t, & 0 \le t \le \pi, \\ 0, & t > \pi, \end{cases}$

které vyhovuje počátečním podmínkám $x(0) = 1, x'(0) = 1$.

☐ $x(t) = \begin{cases} t + \cos t, \ 0 \le t \le \pi, \\ \cos t - \sin t - \pi \cos t, \ t > \pi. \end{cases}$

☐ $x(t) = \begin{cases} t + \sin t, \ 0 \le t \le \pi, \\ \cos t + \sin t + \pi \cos t, \ t > \pi. \end{cases}$

☐ $x(t) = \begin{cases} t - \sin t, \ 0 \le t \le \pi, \\ \cos t - t \sin t + \cos t, \ t > \pi. \end{cases}$

Konec testu Oprava

Zacatek testu

1. Pomocí operátorové metody nalezněte řešení diferenciální rovnice $x'' + 4x = f(t)$, kde $f(t) = \begin{cases} 1, & 0 \le t \le \frac{\pi}{4}, \\ 2, & t > \frac{\pi}{4}, \end{cases}$
které vyhovuje počátečním podmínkám $x(0) = 1, x'(0) = 0$.

- [ ] $x(t) = \begin{cases} \frac{1}{3}(3\cos(t) + 1), \ 0 \le t \le \frac{\pi}{4}, \\ \frac{1}{3}(3 - 2\cos(2t) + \sin(2t)), \ t > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$
- [ ] $x(t) = \begin{cases} \frac{1}{5}(3\sin(2t) - 1), \ 0 \le t \le \frac{\pi}{4}, \\ \frac{1}{5}(2 - 5\cos(2t) - \sin(t)), \ t > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$
- [ ] $x(t) = \begin{cases} \frac{1}{4}(3\cos(2t) + 1), \ 0 \le t \le \frac{\pi}{4}, \\ \frac{1}{4}(2 + 3\cos(2t) - \sin(2t)), \ t > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$

Konec testu

Oprava

Zacatek testu

1. Pomocí operátorové metody nalezněte řešení diferenciální rovnice $x' + 3x = f(t)$, kde $f(t) = \begin{cases} 9t, & 0 \le t \le 1, \\ 9, & t > 1, \end{cases}$

které vyhovuje počátečním podmínkám $x(0) = 1, x'(0) = 1$.

☐ $x(t) = \begin{cases} 2e^{-3t} - 1 + 3t, & 0 \le t \le 1, \\ 2e^{-3t} + 3 - e^3 e^{-3t}, & t > 1. \end{cases}$

☐ $x(t) = \begin{cases} e^{-2t} + 1 + 2t, & 0 \le t \le 1, \\ 4e^{-3t} + 4 - e^{-3t}, & t > 1. \end{cases}$

☐ $x(t) = \begin{cases} -e^{-3t} - 2 - 4t, & 0 \le t \le 1, \\ 2e^{-3t} + 1 - e^2 e^{-3t}, & t > 1. \end{cases}$

Konec testu | | Oprava