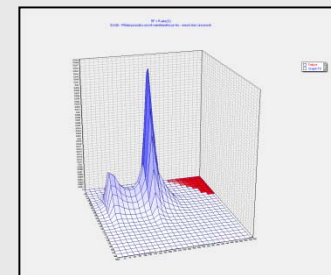
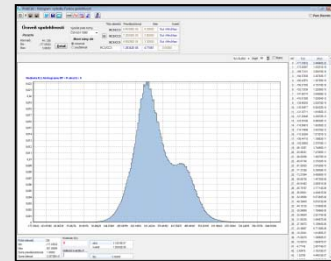


# Metoda Přímého Optimalizovaného Pravděpodobnostního Výpočtu v úlohách stavební mechaniky



doc. Ing. Martin Krejsa, Ph.D.

Katedra stavební mechaniky  
Fakulta stavební  
Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava





# Osnova přednášky

- Úvod do pravděpodobnostních metod a pravděpodobnostního posuzování spolehlivosti
- Metoda Přímého Optimalizovaného Pravděpodobnostního Výpočtu – **POPV**:
  - Podstata metody, základní výpočetní algoritmus
  - Aplikace metody **POPV** v programovém systému **ProbCalc**
    - Program **HistAn** - analýza 1 náhodné proměnné
    - Program **HistOp** - jednoduché aritmetické operace se 2 náhodnými proměnnými
    - Programu **ProbCalc** – složitější pravděpodobnostní výpočty a posouzení spolehlivosti
  - Přehled **optimalizačních technik**, používaných u metody **POPV**
  - **Aplikace** metody **POPV**

# Spolehlivost stavebních konstrukcí



- Spolehlivost je obecně definovaná jako vlastnost věci sloužit účelu, pro který byla zhotovena.
- Spolehlivost konstrukce nebo nosného prvku – schopnost plnit stanovené požadavky za určených podmínek během návrhové životnosti.
  - Bezpečnost,
  - Hospodárnost,
  - Životnost (trvanlivost) a použitelnost dílců a soustav navrhované nebo posuzované konstrukce.



foto: doc. Ing. Karel Kubečka, Ph.D.

# Nahodile proměnné veličiny



Náhodnost se uplatňuje u každé části systému, zejména:

- **Konstrukce:**
  - vlastnosti materiálu
  - geometrické nepřesnosti:
    - imperfekce
    - průřezové charakteristiky
- **Zatížení:**
  - stálé zatížení
  - užitné zatížení
  - vítr
  - sníh
- **Prostředí:**
  - vlhkost (koroze)





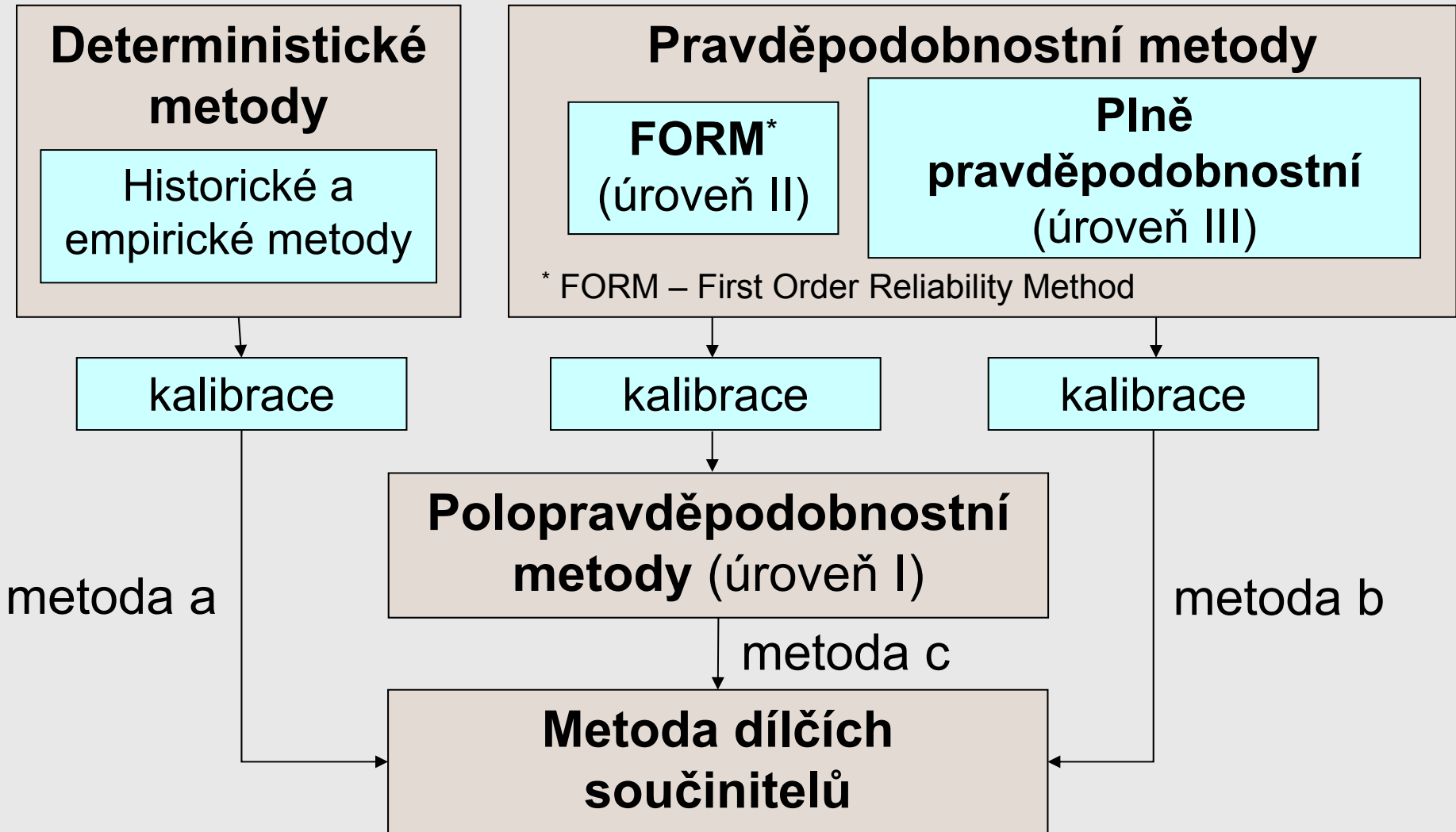
# Dílčí součinitel spolehlivosti

- Snížení pravděpodobnosti překročení mezního stavu únosnosti se provádí úpravou **charakteristických hodnot zatížení** a **vlastností materiálu**, tedy zaváděním **návrhových hodnot**, dílčími součiniteli spolehlivosti  $\gamma$ .

$$S_d = S_k \cdot \gamma \quad R_d = \frac{R_k}{\gamma_M} \quad \gamma \geq 1$$

- Charakteristické hodnoty základních veličin (zatížení, geometrické a materiálové vlastnosti) jsou odvozeny ze **statistických charakteristik** těchto veličin.
- Metodika výpočtu se podle EC zavádí v celé EU, ale některé číselné hodnoty se volí v každé zemi individuálně – **Národní předmluva** a **Národní příloha**.

# Přehled spolehlivostních metod





# Pravděpodobnostní přístup

- Míra spolehlivosti se v metodách II. a III. úrovně vyjadřuje prostřednictvím **pravděpodobnostních ukazatelů spolehlivosti** (index spolehlivosti  $\beta$ , pravděpodobnost poruchy  $p_f$ ).

- **Kritérium spolehlivosti:**

$$p_f \leq p_d$$

$$\beta_d < \beta$$

$p_f$  ... pravděpodobnost poruchy

$p_d$  ... návrhová pravděpodobnost

- **Funkce spolehlivosti:**

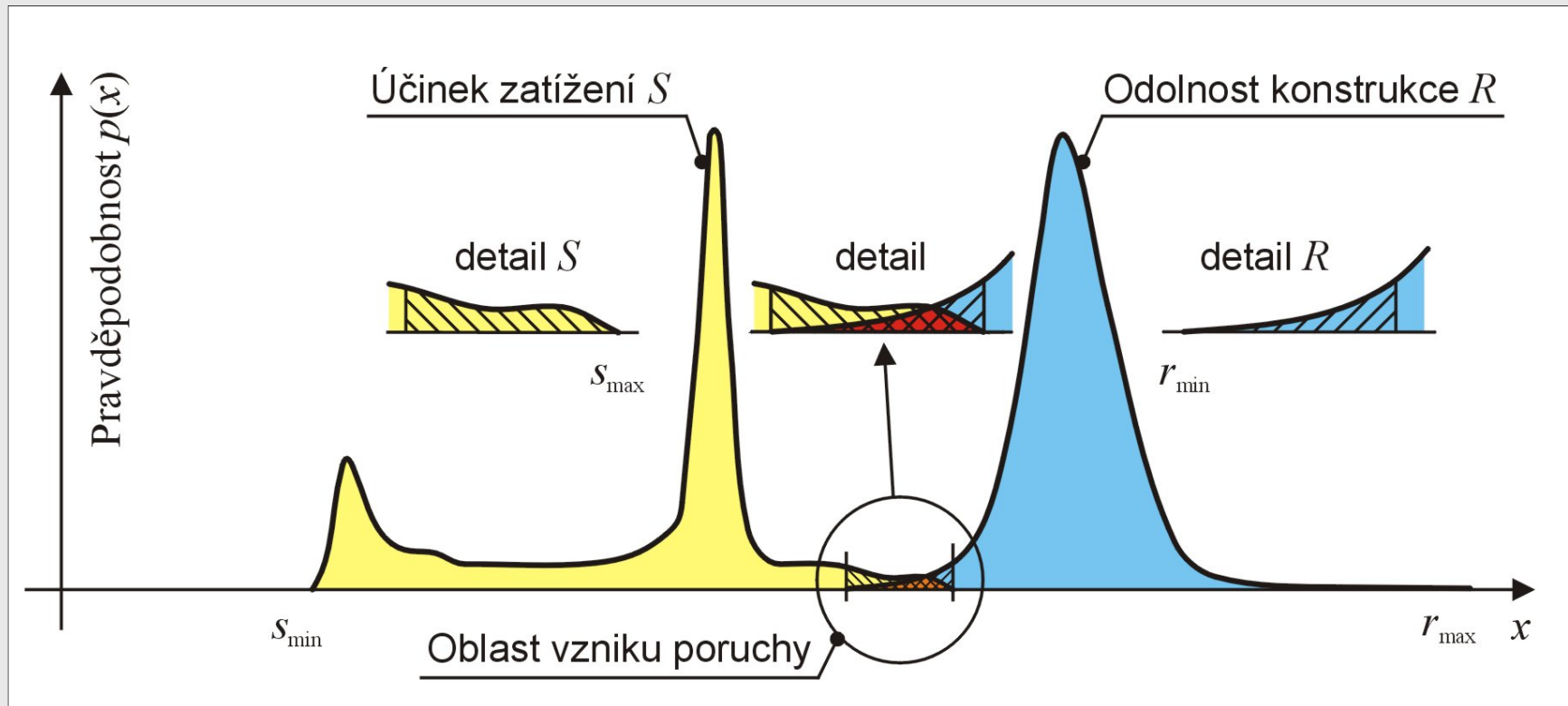
$$RF = R - S$$

$R$  ... odolnost konstrukce

$S$  ... účinek zatížení

$$p_f = P(RF = R - S < 0)$$

# Výpočet pravděpodobnosti poruchy



Porucha nastane, je-li splněna podmínka:

$$RF < 0 \text{ kde } RF = R - S$$

$S$  ... účinek zatížení

$R$  ... odolnost konstrukce



# Návrhová pravděpodobnost $p_d$



Třída (úroveň) spolehlivosti	Minimální hodnoty $\beta$		$p_d$
	referenční doba 1 rok	referenční doba 50 let	
RC3 (velké důsledky)	5,2	4,3	$8,4 \cdot 10^{-6}$
RC2 (střední důsledky)	4,7	3,8	$7,2 \cdot 10^{-5}$
RC1 (malé důsledky)	4,2	3,3	$4,8 \cdot 10^{-4}$

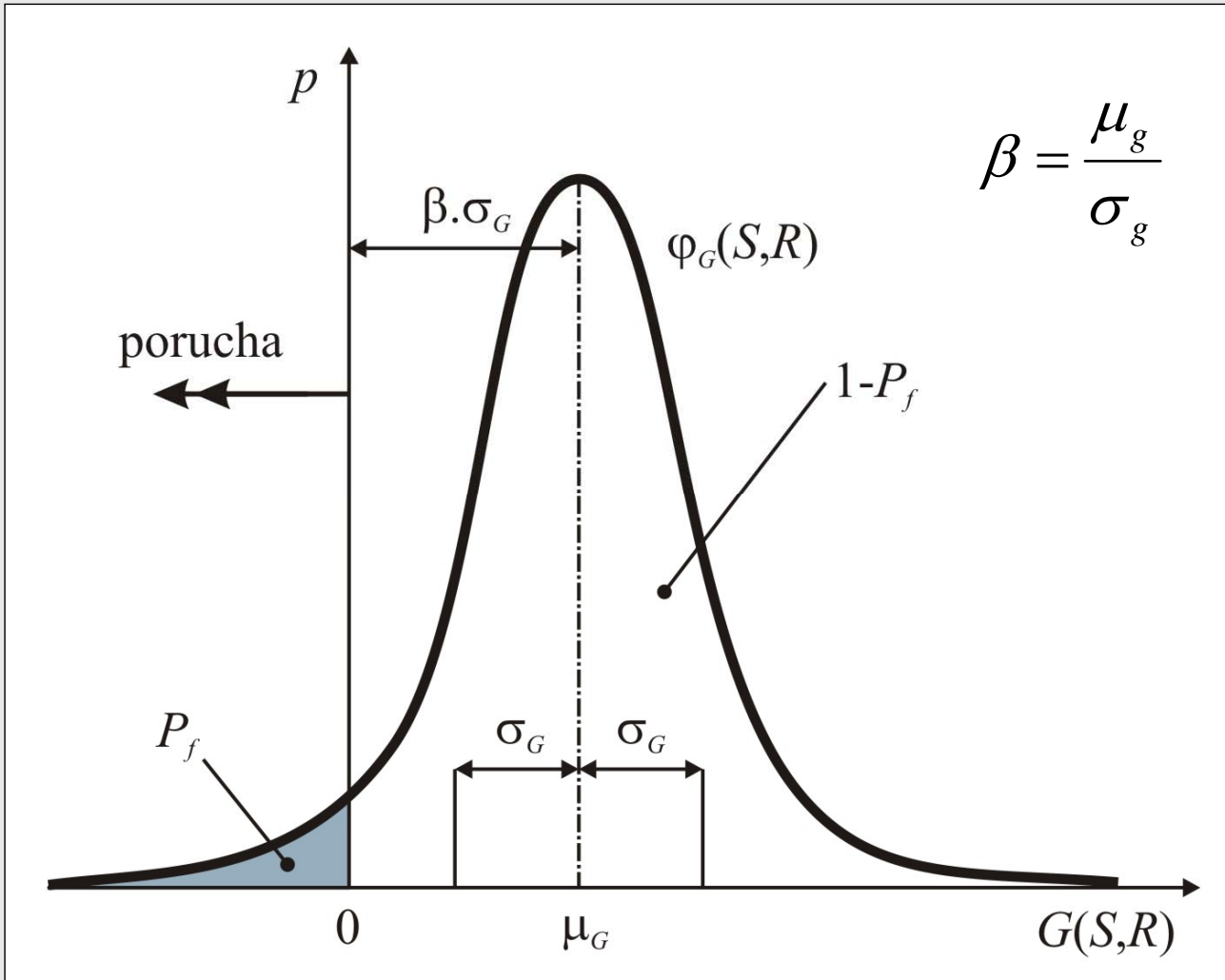
Doporučené minimální hodnoty indexu spolehlivosti  $\beta$  a návrhové pravděpodobnosti  $p_d$  pro mezní stav únosnosti podle ČSN EN 1990

# Definice tříd následků podle EN 1990



<i>Třídy Následků</i>	<i>Popis</i>	<i>Příklady pozemních nebo inženýrských staveb</i>
CC3	<b>Velké následky s ohledem na ztráty lidských životů nebo velmi významné následky ekonomické, sociální nebo pro prostředí</b>	Stadióny, budovy určené pro veřejnost, kde jsou následky poruchy vysoké (např. koncertní sály)
CC2	<b>Střední následky s ohledem na ztráty lidských životů nebo značné následky ekonomické, sociální nebo pro prostředí</b>	Obytné a administrativní budovy určené pro veřejnost, kde jsou následky poruchy středně závažné (např. kancelářské budovy)
CC1	<b>Malé následky s ohledem na ztráty lidských životů nebo malé/zanedbatelné následky ekonomické, sociální nebo pro prostředí</b>	Zemědělské budovy, kam lidé běžně nevstupují (např. budovy pro skladovací účely, skleníky)

# Pravděpodobnost poruchy $p_f$ a index spolehlivosti $\beta$



$\beta$  představuje geometricky vzdálenost průměru  $\mu_g$  rezervy spolehlivosti  $G$  od počátku, stanovenou v jednotkách směrodatné odchylky  $\sigma_g$ .

# (Ne)parametrické rozdělení pravděpodobnosti

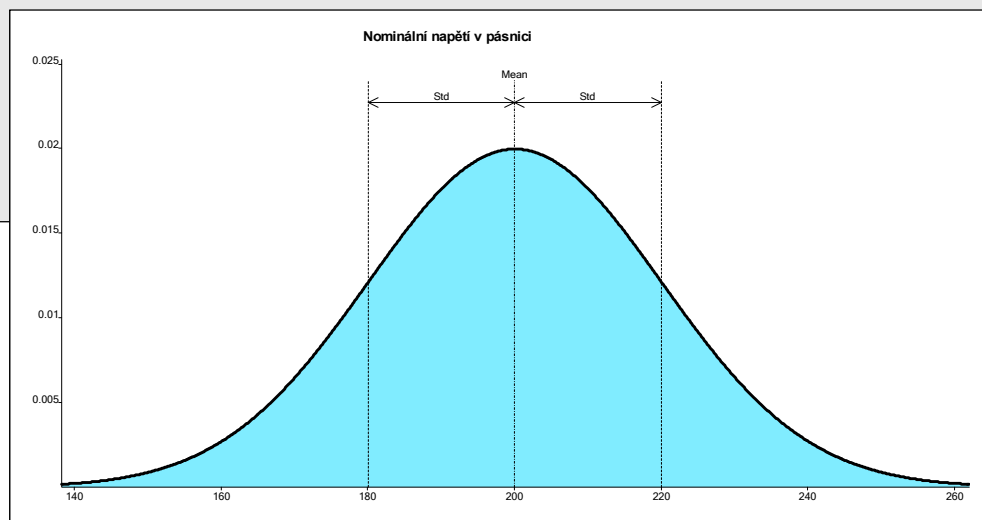
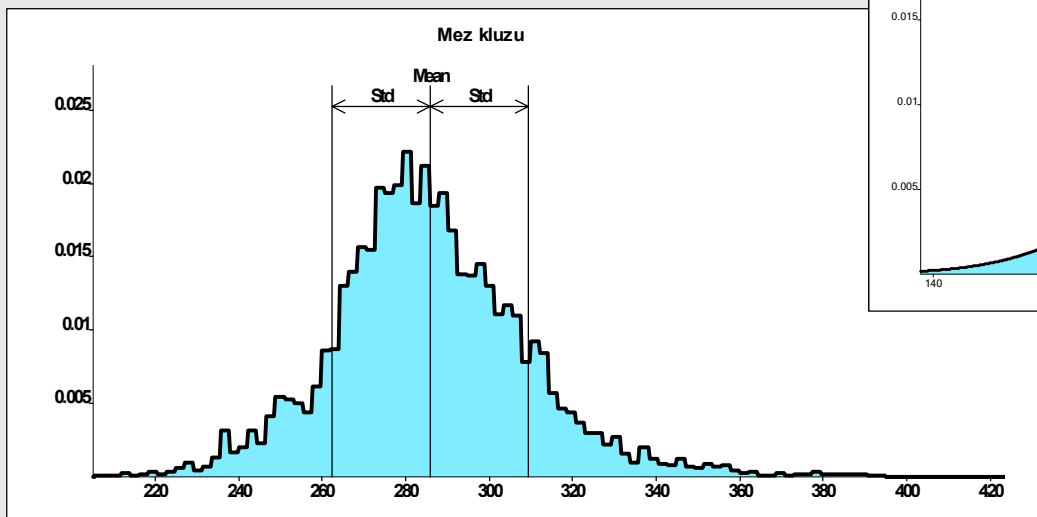


Parametrická rozdělení pravděpodobnosti popsány analytickou funkcí – např. obecný vzorec funkce hustoty normálního (Gaussova) rozdělení

$$f(x|\mu,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Parametry - charakteristiky rozdělení náhodné veličiny (např.  $\mu$  střední hodnota a  $\sigma$  směrodatná odchylka)

Neparametrické (empirické)  
rozdělení pravděpodobnosti



definovány na základě měření,  
často i dlouhodobých

# Výpočet pravděpodobnosti poruchy



Analýza spolehlivosti vede k odhadu pravděpodobnosti poruchy:

$$p_f = \int_{D_f} f(X_1, X_2, \dots, X_n) dX_1, dX_2, \dots, dX_n$$

kde  $D_f$  je oblast poruchy a  $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$  funkce sdružené hustoty pravděpodobnosti náhodných veličin  $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ .

Určení pravděpodobnosti poruchy  $p_f$  na základě explicitního výpočtu integrálu bývá velice obtížné.



# Pravděpodobnostní metody

- Simulační metody
  - Prostá simulace Monte Carlo
  - Stratifikované simulační techniky
    - Latin Hypercube Sampling – LHS
    - Stratified Sampling - SC
  - Pokročilé simulační metody:
    - Importance Sampling – IS
    - Adaptive Sampling – AS
    - Directional Sampling – DS
    - Line Sampling – LS
- Aproximační metody
  - First (Second) Order Reliability Method - FORM (SORM)
  - Metody výběru vhodného rozdělení pravděpodobnosti založené na náhodném výběru rezervy spolehlivosti
  - Perturbační techniky
  - Metody plochy odezvy
    - Response Surface - RS
- Numerické metody
  - Přímý Optimalizovaný Pravděpodobnostní Výpočet - **POPV**

Přehled  
např. [Novák, 2005]

# Základní charakteristika metody POPV

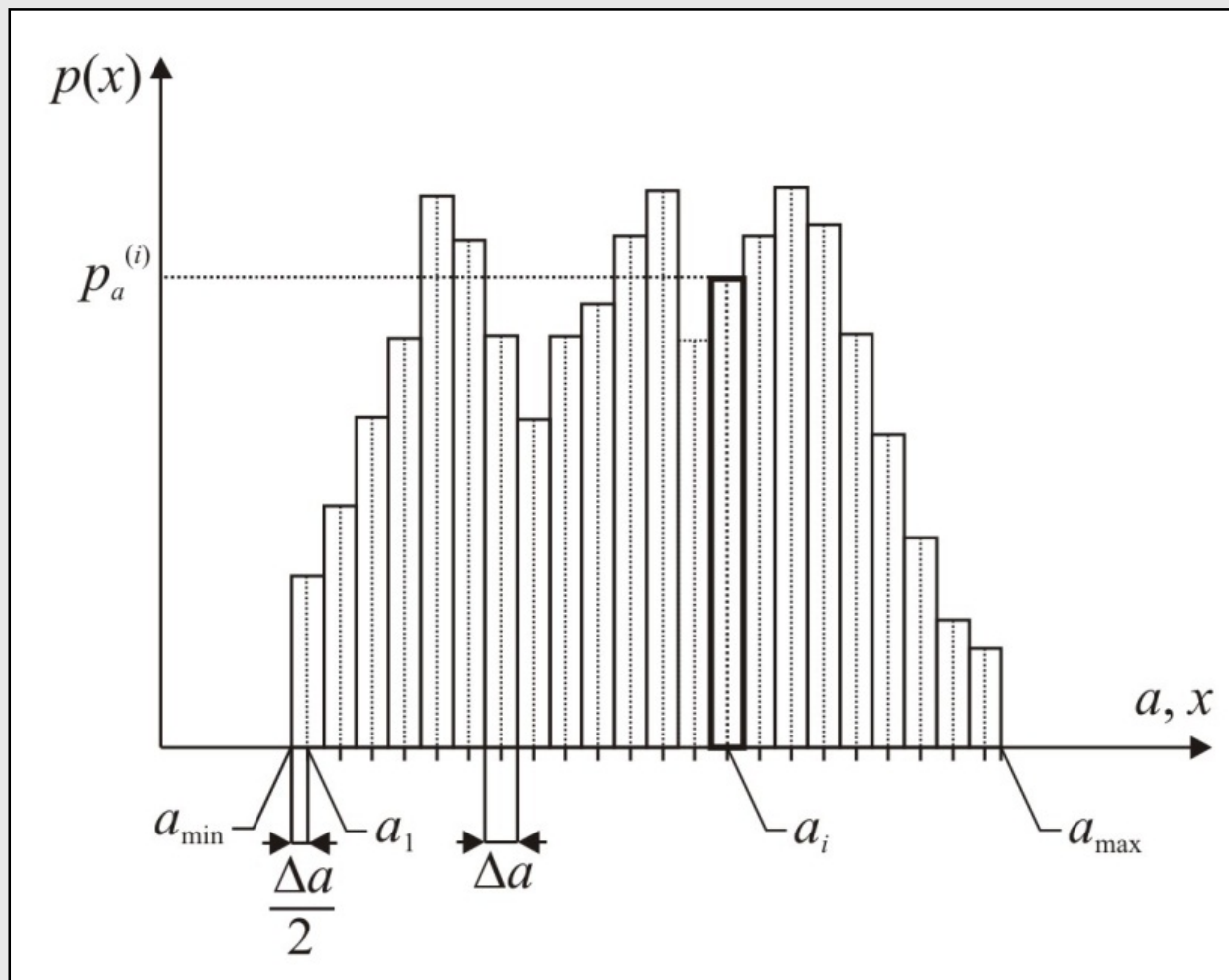


- Pro množství úloh velmi **efektivní výpočet**.
- Výsledek pravděpodobnostního výpočtu je zatížen pouze **numerickou chybou** a chybou plynoucí z **diskretizace vstupních a výstupních veličin**.
- Na rozdíl od simulačních metod je **výsledek pokaždé stejný**.
- Stejně jako u jiných pravděpodobnostních metod jsou i u **metody POPV** vstupní proměnlivé náhodné veličiny (zatížení, geometrické a materiálové charakteristiky, imperfekce ad.) vyjádřeny histogramy s tzv. **neparametrickým (empirickým) rozdělením pravděpodobnosti**, přičemž metoda není omezena ani pro použití **parametrických rozdělení pravděpodobnosti**.

# Histogram omezeného rozdělení pravděpodobnosti



Histogram omezeného  
diskrétního (discrete)  
rozdělení  
pravděpodobnosti

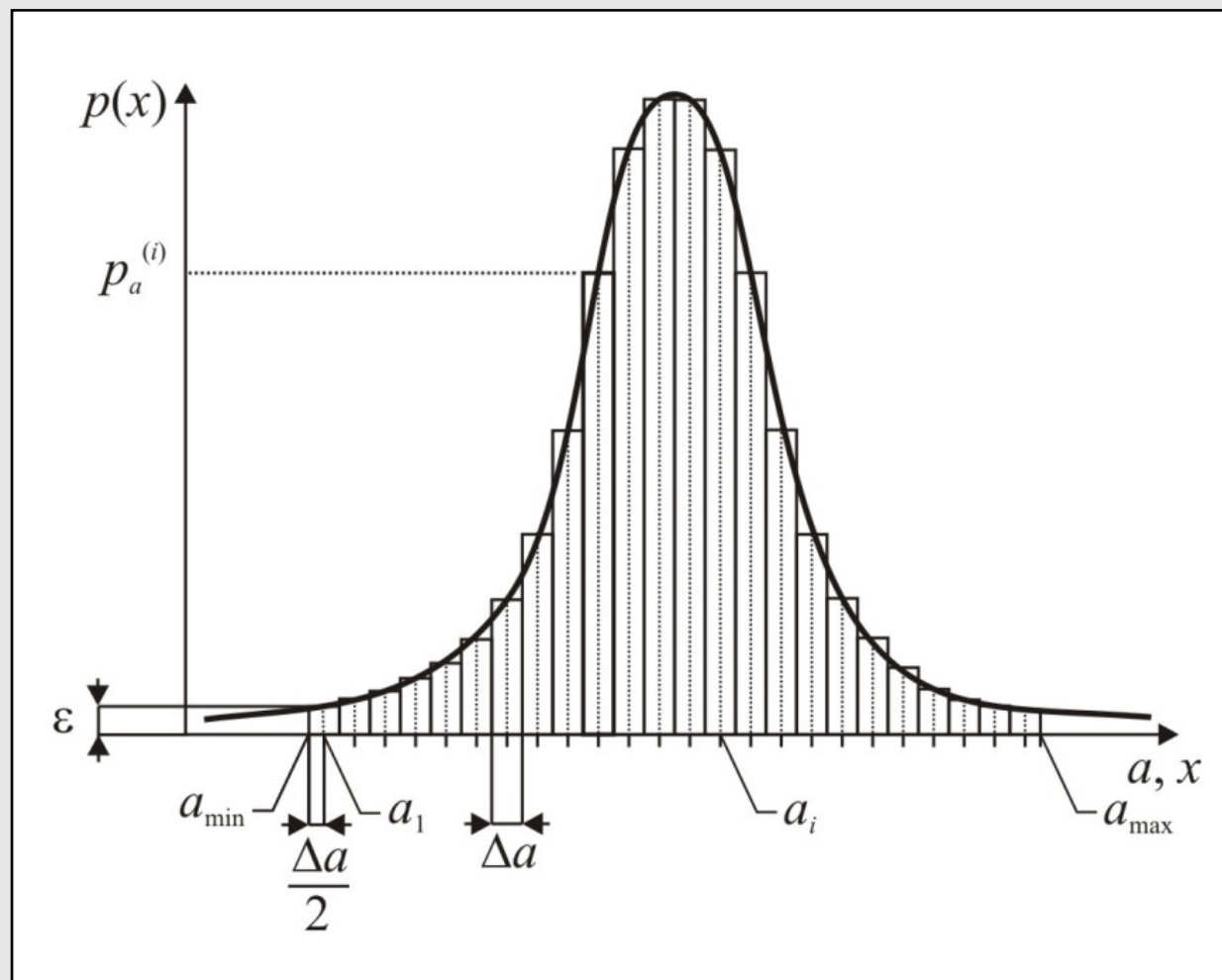




# Histogram omezeného rozdělení pravděpodobnosti



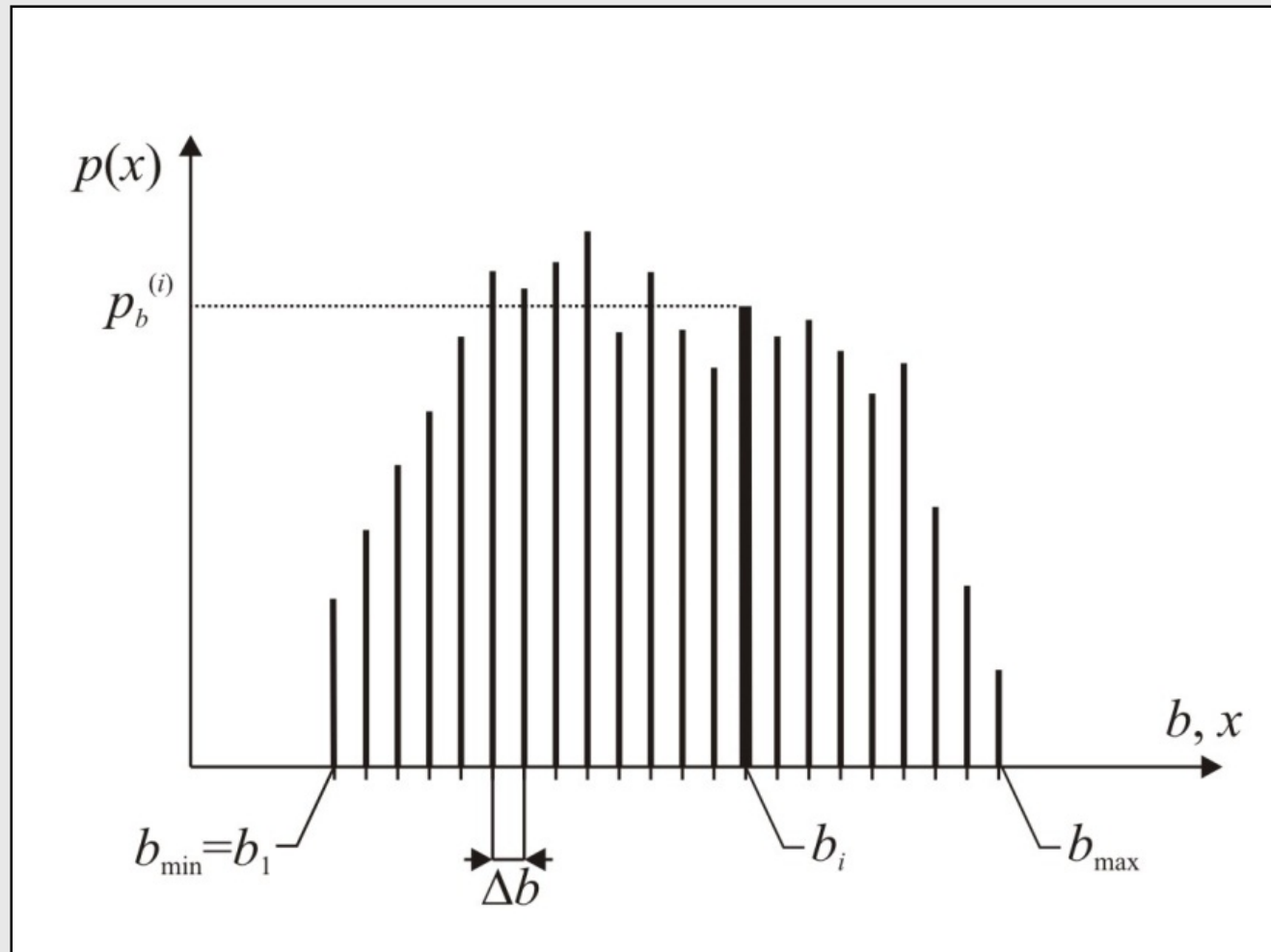
Histogram aproximace  
parametrického  
rozdělení  
pravděpodobnosti  
omezeným **diskrétním**  
(discrete) rozdělením  
pravděpodobnosti



# Histogram čistě diskrétního rozdělení pravděpodobnosti



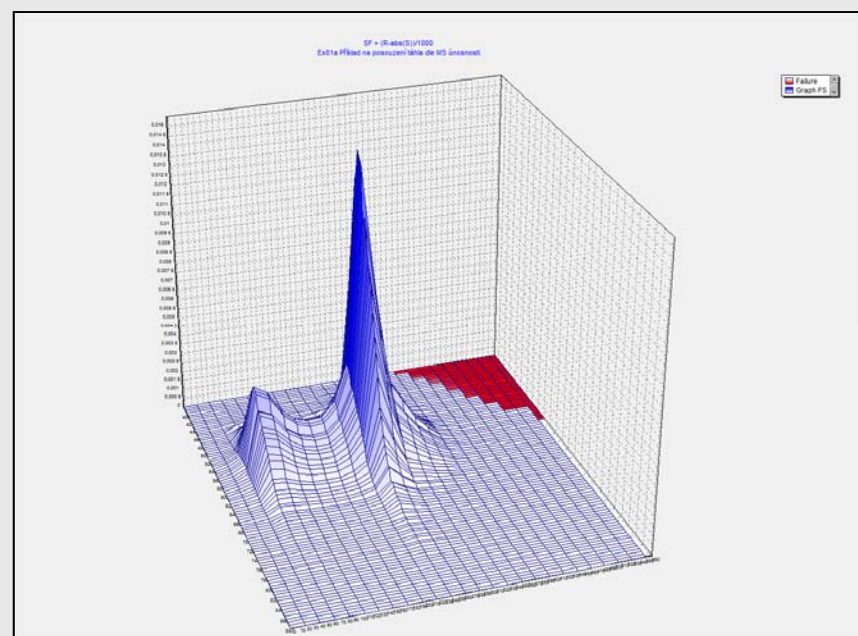
Histogram čistě diskrétního (pure discrete) rozdělení pravděpodobnosti





# Název metody POPV

- Původní označení metody Přímý Determinovaný Pravděpodobnostní Výpočet (PDPV) bylo odvozeno od skutečnosti, že postup výpočtu je pro danou úlohu jednoznačně determinován svým algoritmem, na rozdíl např. od metody Monte Carlo, kde se výpočetní data pro danou simulaci náhodně generují.
- Po konzultaci s odborníky zabývajícími se spolehlivostí konstrukcí byl název upřesněn na Přímý Optimalizovaný Pravděpodobnostní Výpočet - **POPV**.





# Název metody POPV

- Pojem „optimalizovaný“ vychází z následující skutečnosti - počet náhodných veličin vstupujících do pravděpodobnostního výpočtu je omezen schopností danou úlohu numericky zvládnout. Při velkém počtu náhodně proměnných je totiž úloha časově velmi náročná i při dostupné výkonné výpočetní technice. Z tohoto důvodu byly navrženy a odladěny způsoby, které snižují počet numerických operací při zachování korektnosti výpočtu – tzv. optimalizační techniky.
- Velmi důležitý pro výsledný počet numerických operací a předpokládaný strojový čas výpočtu je rovněž počet tříd (intervalů) v jednotlivých vstupních histogramech.
- Podrobnosti viz <http://www.fast.vsb.cz/popv>



# Podstata metody POPV

- Výpočetní algoritmus metody POPV vychází ze základních pojmů a postupů teorie pravděpodobnosti, které je pro názorné vysvětlení následující problematiky nutno blíže přiblížit.
- V případě, že má za určitých podmínek nastat jeden z  $n$  navzájem se vylučujících náhodných jevů (žádný z nich nemá větší možnost výskytu než jiný), pak lze tvrdit, že tyto **náhodné jevy mají stejnou pravděpodobnost**:

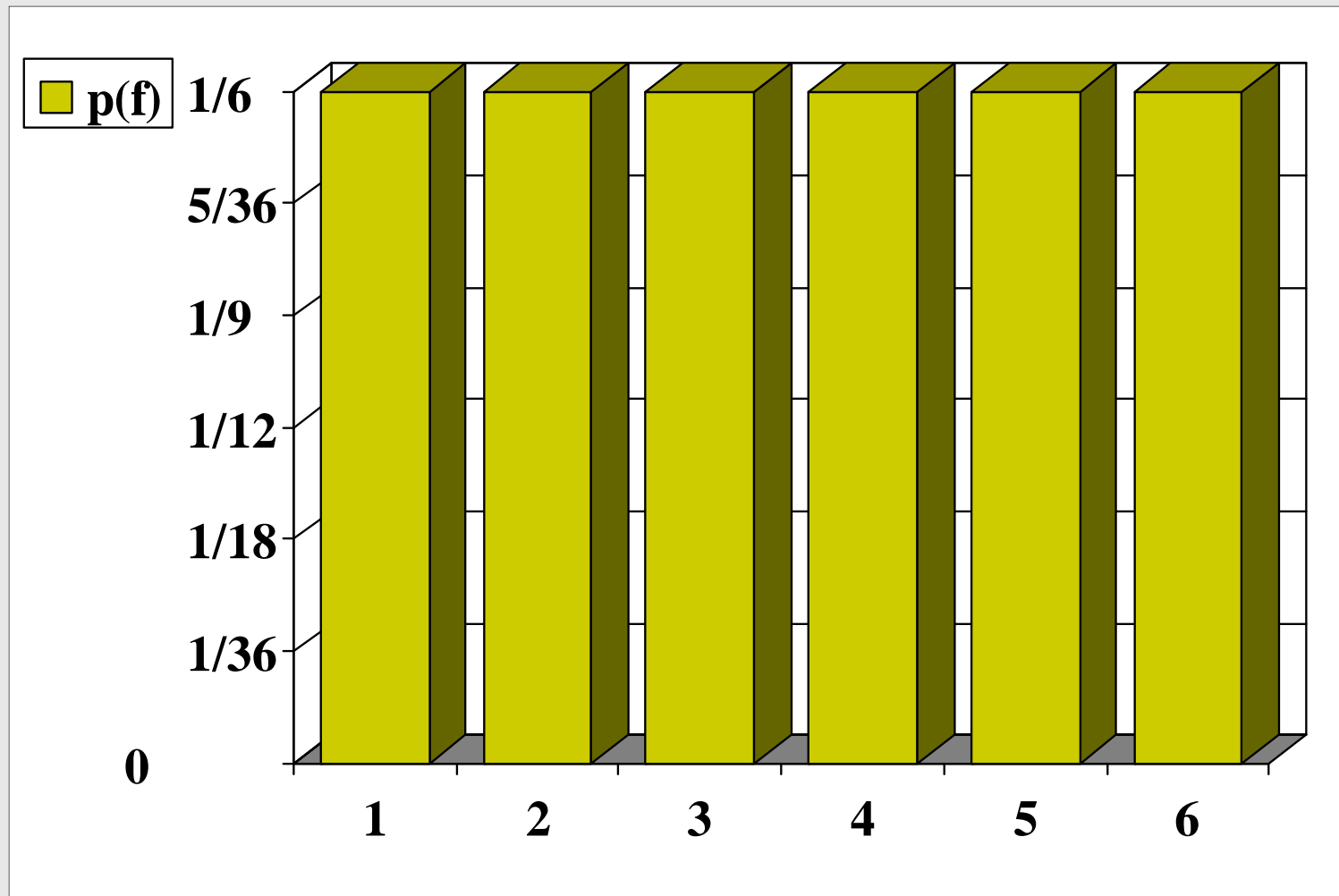
$$p = \frac{1}{n}$$

- Pravděpodobnost současného výskytu několika nezávislých jevů se rovná **součinu pravděpodobností** těchto jevů, pravděpodobnost výskytu stejného jevu z několika navzájem se vylučujících jevů se rovná **součtu pravděpodobností** těchto jevů.

# Pravděpodobnost výskytu čísla při hodu hrací kostky



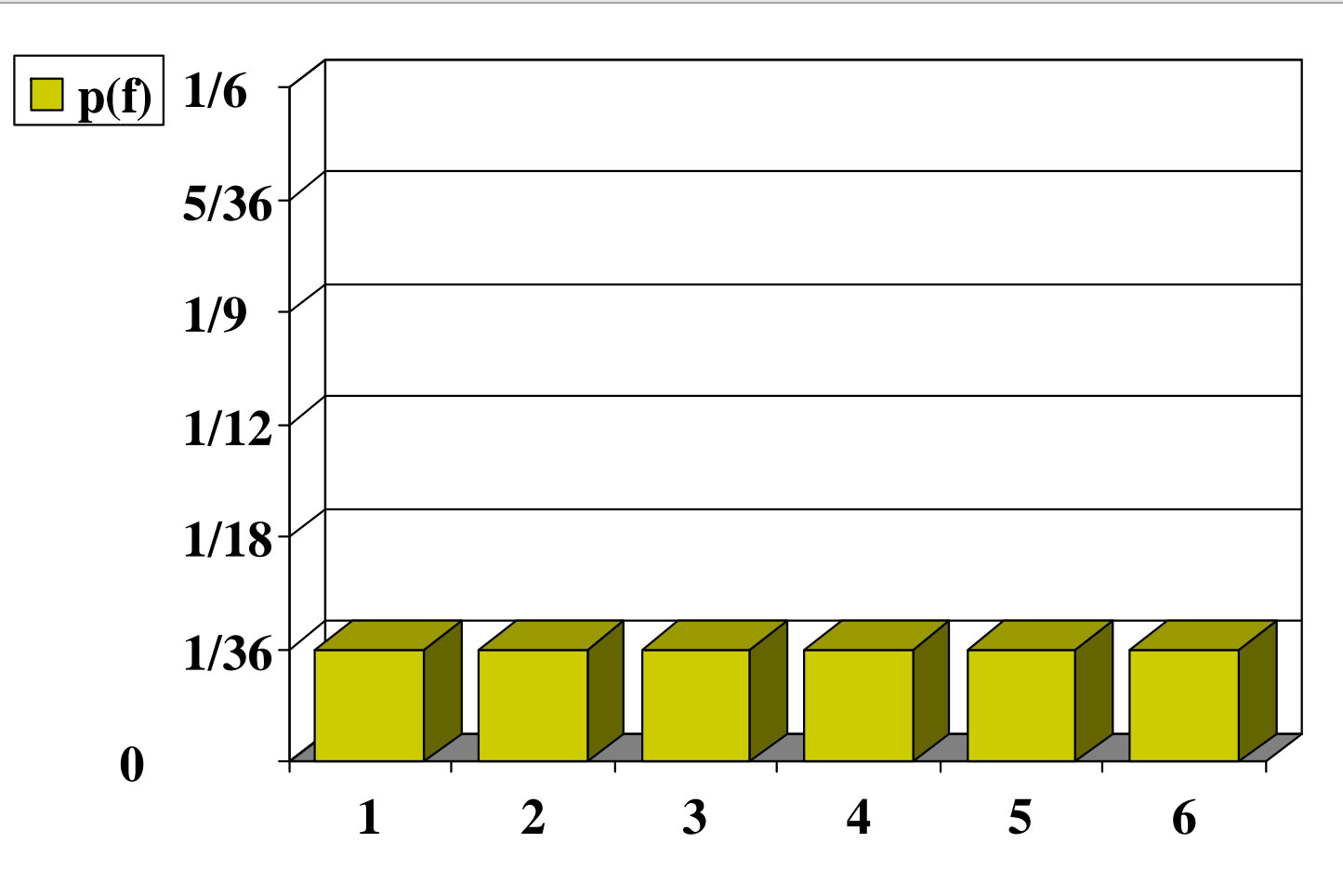
$$p_1 = \frac{1}{n}$$
$$p_1 = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6}$$



# Pravděpodobnost výskytu čísla ve dvou hodech hrací kostky



$$P = p_1 \cdot p_2$$
$$p_1 = \frac{1}{36} = 0,02\bar{7}$$



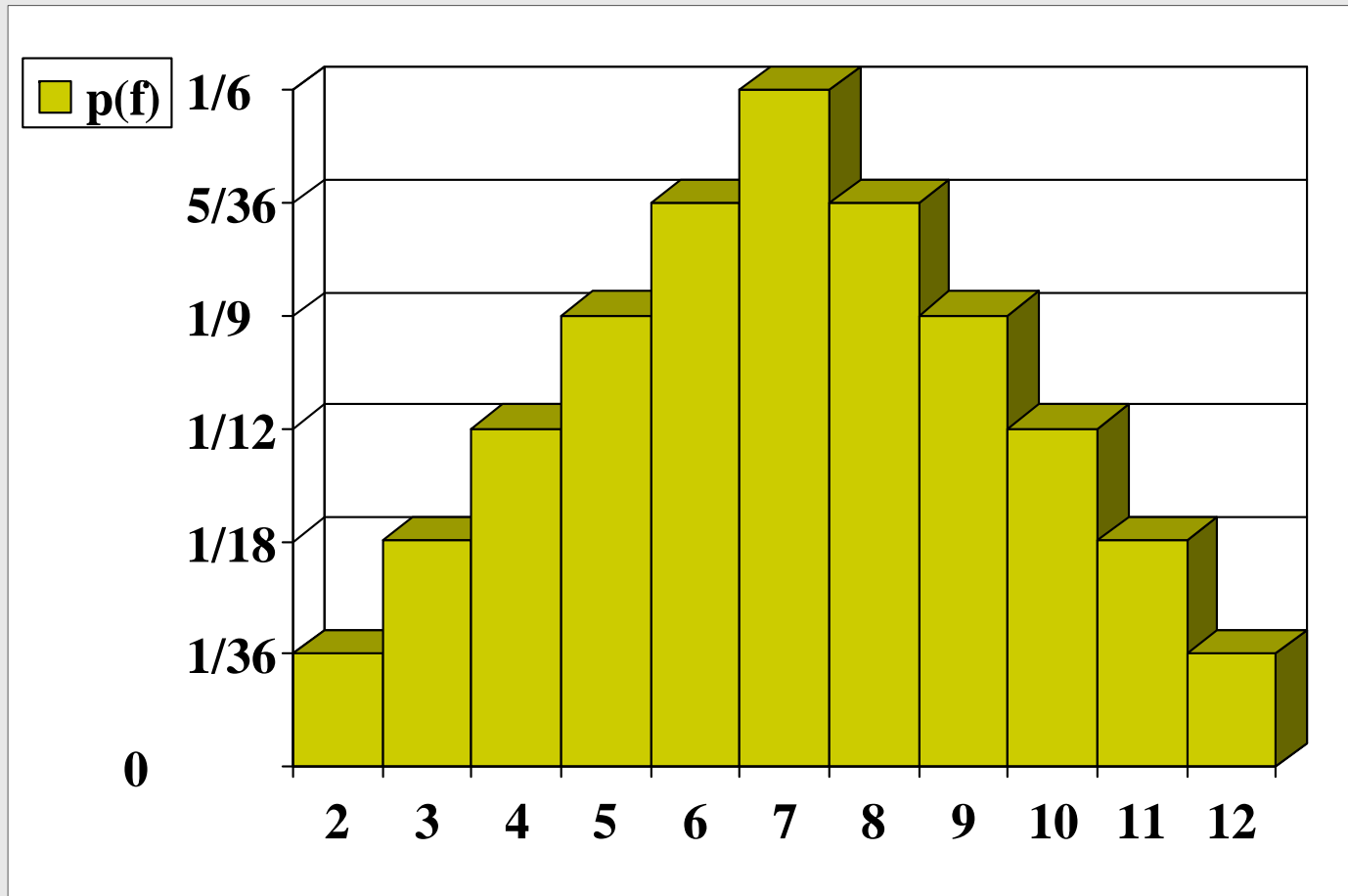
# Pravděpodobnost součtu čísel ve dvou hodech hrací kostky



$$p(2) = \frac{1}{36}$$

$$p(3) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{1}{18}$$

$$p(4) = \dots$$

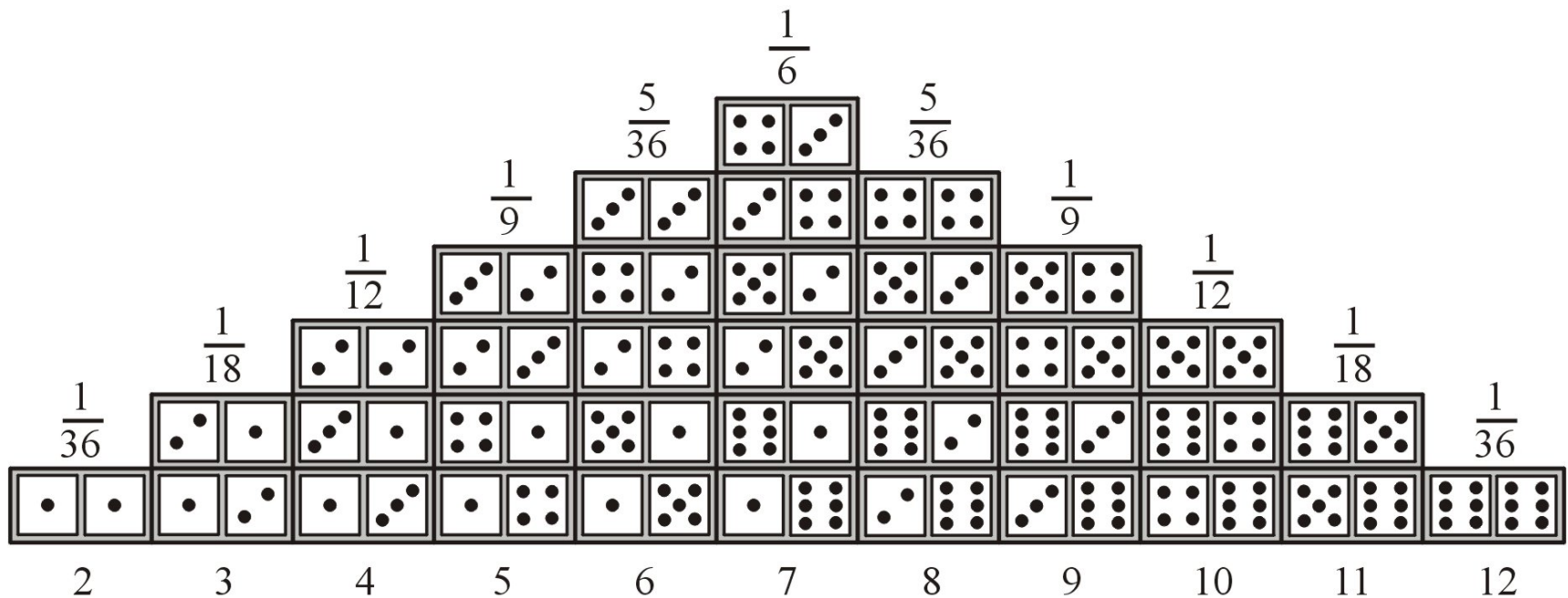




# Pravděpodobnost součtu čísel ve dvou hodech hrací kostky



Výsledné hodnoty součtu čísel ve dvou hodech hrací kostky - různé pravděpodobnosti, protože je více možností jak součet získat.



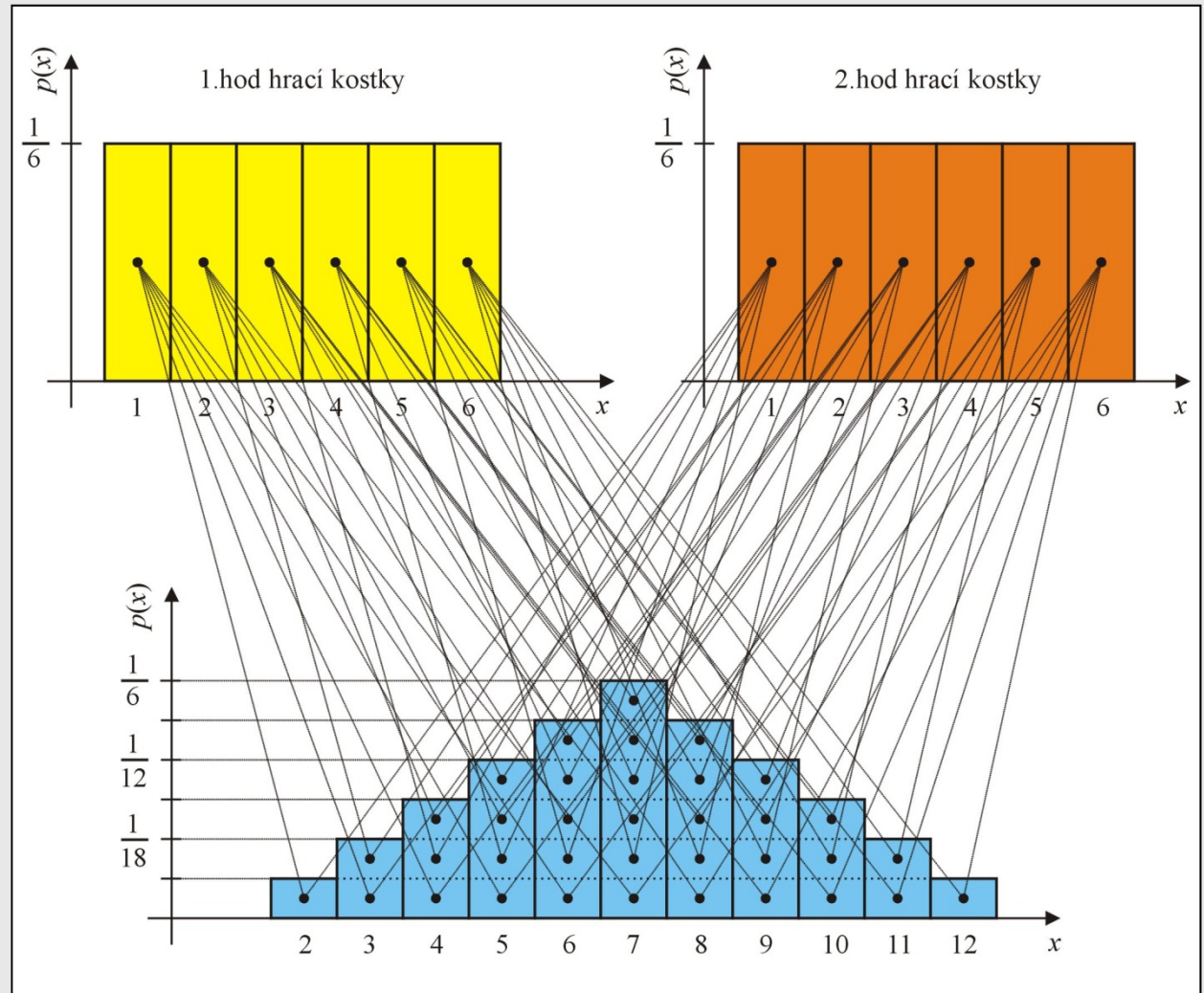
# Pravděpodobnost součtu čísel ve dvou hodech hrací kostky



Princip sestavení výsledného histogramu pro součet čísel ve dvou hodech hrací kostky

Součet všech pravděpodobností je roven:

$$p_s = \sum_{i=2}^{12} p(s) = 1$$



# Pravděpodobnost rozdílu čísel ve dvou hodech hrací kostky

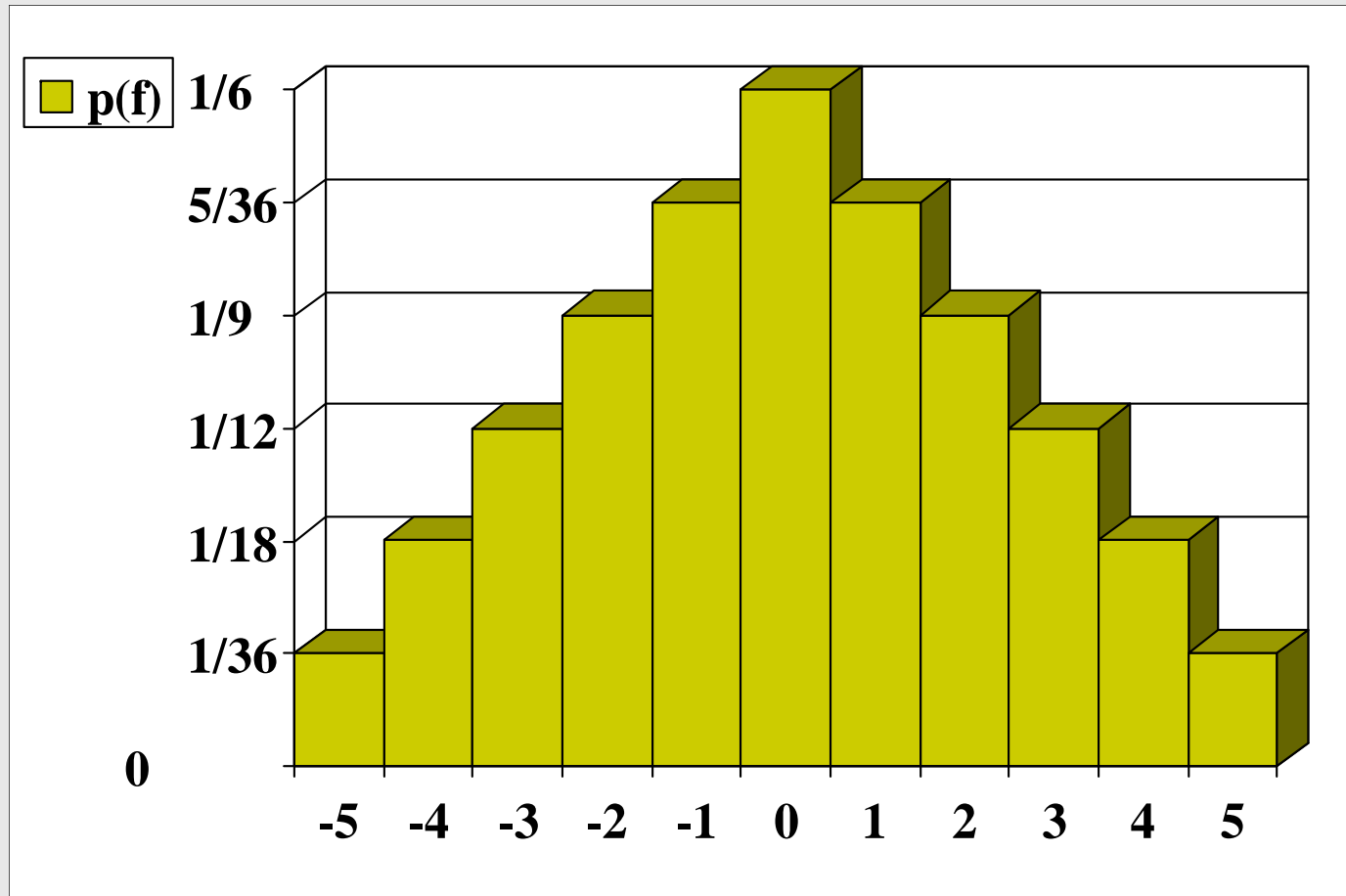


Naprostο shodným způsobem lze postupovat v případě součinu, rozdílu a podílu čísel ze dvou po sobě jdoucích hodů hrací kostkou.

$$p(5) = \frac{1}{36}$$

$$p(4) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{1}{18}$$

$$p(3) = \dots$$



# Pravděpodobnost součinu čísel ve dvou hodech hrací kostky



$$p(1) = \frac{1}{36}$$

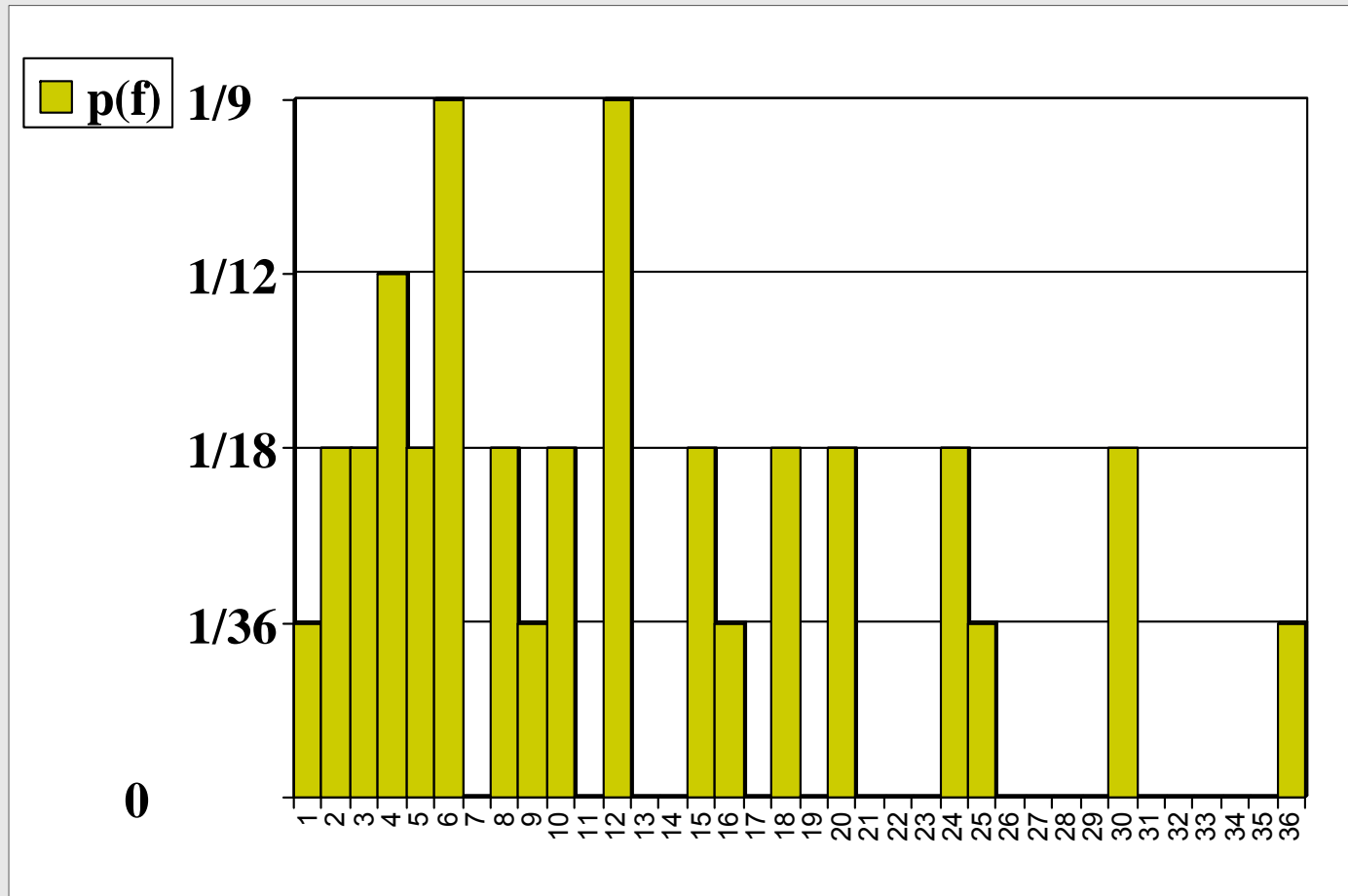
$$p(2) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{1}{18}$$

$$p(3) = \dots$$

...

$$p(35) = 0$$

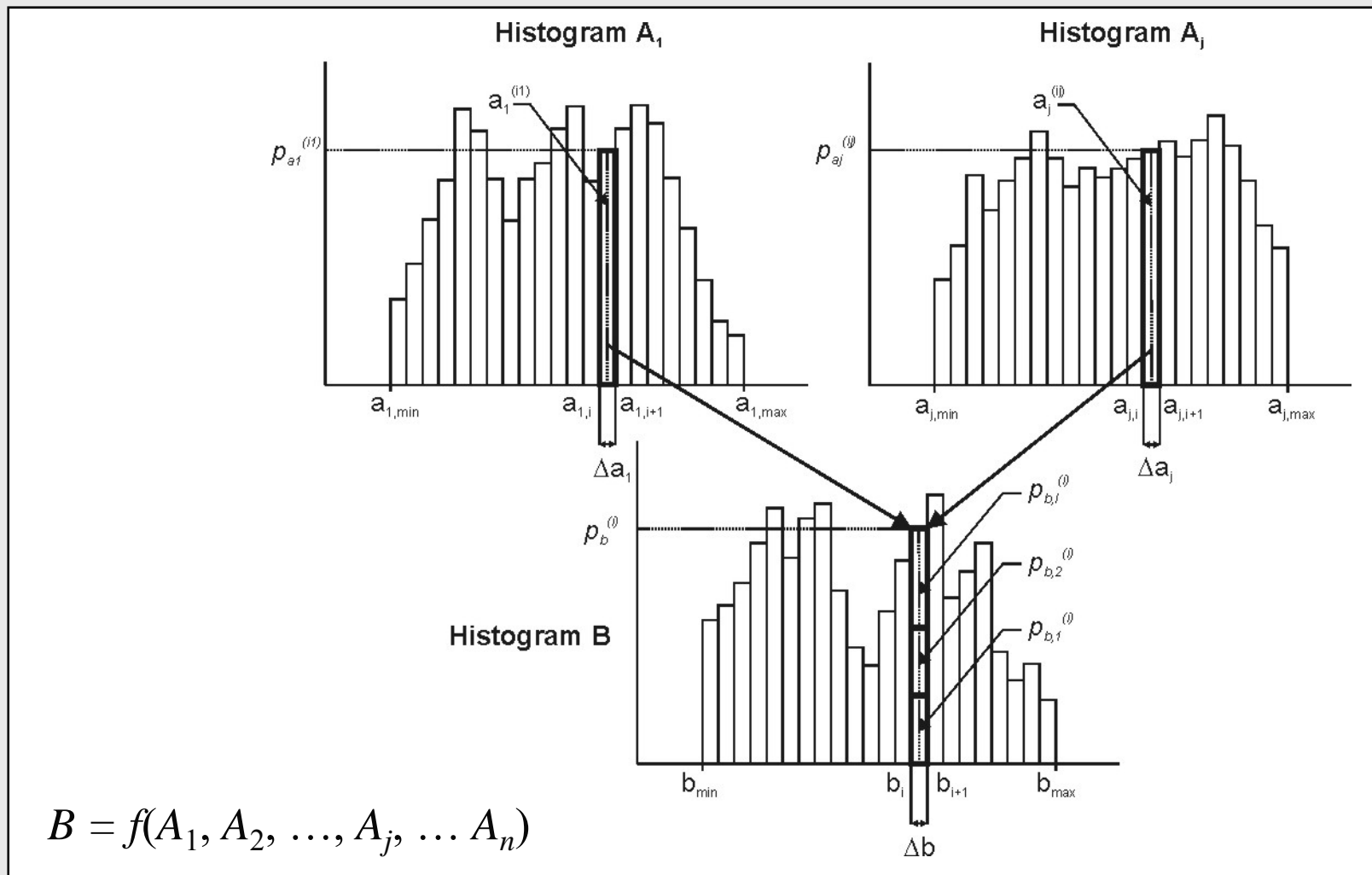
$$p(36) = \frac{1}{36}$$





# Základní výpočetní algoritmus POPV

Princip provádění numerických operací se dvěma histogramy



# Základní výpočetní algoritmus POPV



Výpočetní náročnost je u základního výpočetního algoritmu metody POPV dána zejména:

- Počtem náhodných vstupních veličin  $i = 1 \dots N$ ,
- Počtem tříd (intervalů)  $n_i$  histogramu každé náhodné vstupní veličiny,
- Náročností řešené úlohy (výpočetního modelu),
- Algoritmem pravděpodobnostního výpočtu (způsobem, jakým je výpočetní model nadefinován v prostředí tzv. „kalkulačky“ nebo dynamické knihovny).

# Základní výpočetní algoritmus



Pravděpodobnostní  
výpočet metodou  
POPV s  $N$  histogramy  
 $A_j$  o stejném počtu  $n$   
tříd lze algoritmicky  
vyjádřit:

```
Vstup : Histogramy  $A_1, A_2, \dots, A_N$ , definované podle obr. 6.3
Výstup: Histogram  $B$ , který je výsledkem  $f(A_1, A_2, \dots, A_N)$ 

for  $j \leftarrow 1$  to  $N$  do
  |  $\Delta a_j \leftarrow \frac{a_{j,\max} - a_{j,\min}}{n}$  /* šířka tříd histogramu  $A_j$  podle (6.12) */
end
begin
  | stanovení  $b_{\min}, b_{\max}$  ze všech kombinací  $a_{j,\min}, a_{j,\max}$ ,
  | příp. 0 pokud  $\text{sign}(a_{j,\min}) \neq \text{sign}(a_{j,\max})$ 
end
for  $k \leftarrow 1$  to  $N$  do
  |  $p_b^{(k)} \leftarrow 0$  /* vynulování pravděpodobností v histogramu  $B$  */
end
for  $i_1 \leftarrow 1$  to  $n$  do
  |  $a_1 \leftarrow a_{1,\min} + \frac{\Delta a_1}{2} + (i_1 - 1) \cdot \Delta a_1$  /* pozice v histogramu  $A_1$  */
  for  $i_2 \leftarrow 1$  to  $n$  do
    |  $a_2 \leftarrow a_{2,\min} + \frac{\Delta a_2}{2} + (i_2 - 1) \cdot \Delta a_2$  /* pozice v histogramu  $A_2$  */
    :
    for  $i_N \leftarrow 1$  to  $n$  do
      |  $a_N \leftarrow a_{N,\min} + \frac{\Delta a_N}{2} + (i_N - 1) \cdot \Delta a_N$  /* pozice v  $A_N$  */
      begin
        |  $p_b^{(k)} \leftarrow p_b^{(k)} + (p_{a_1}^{(i_1)} \cdot p_{a_2}^{(i_2)} \cdot \dots \cdot p_{a_N}^{(i_N)})$ 
        | pro  $b_k \leq f(a_1, a_2, \dots, a_N) < b_{k+1}$ 
        | /* přičtení pravděpodobnosti do třídy  $b^{(k)}$  */
        | /* třída  $b^{(k)}$  je určena výsledkem funkce  $f$  */
      end
    end
  end
  :
end
end
```



# Počet výpočetních operací

- Pro  $N$  histogramů, vyjadřujících náhodnost vstupních veličin, o stejném počtu  $n$  tříd je počet výpočetních operací úměrný:

$$P_o = n^N$$

- Pro konkrétní hodnoty  $N = 10$  a  $n = 256$  je pak počet výpočetních operací roven:

$$P_o = n^N = 256^{10} = 1208925819\ 6146291747\ 06176 = 1,208926 \cdot 10^{24}$$



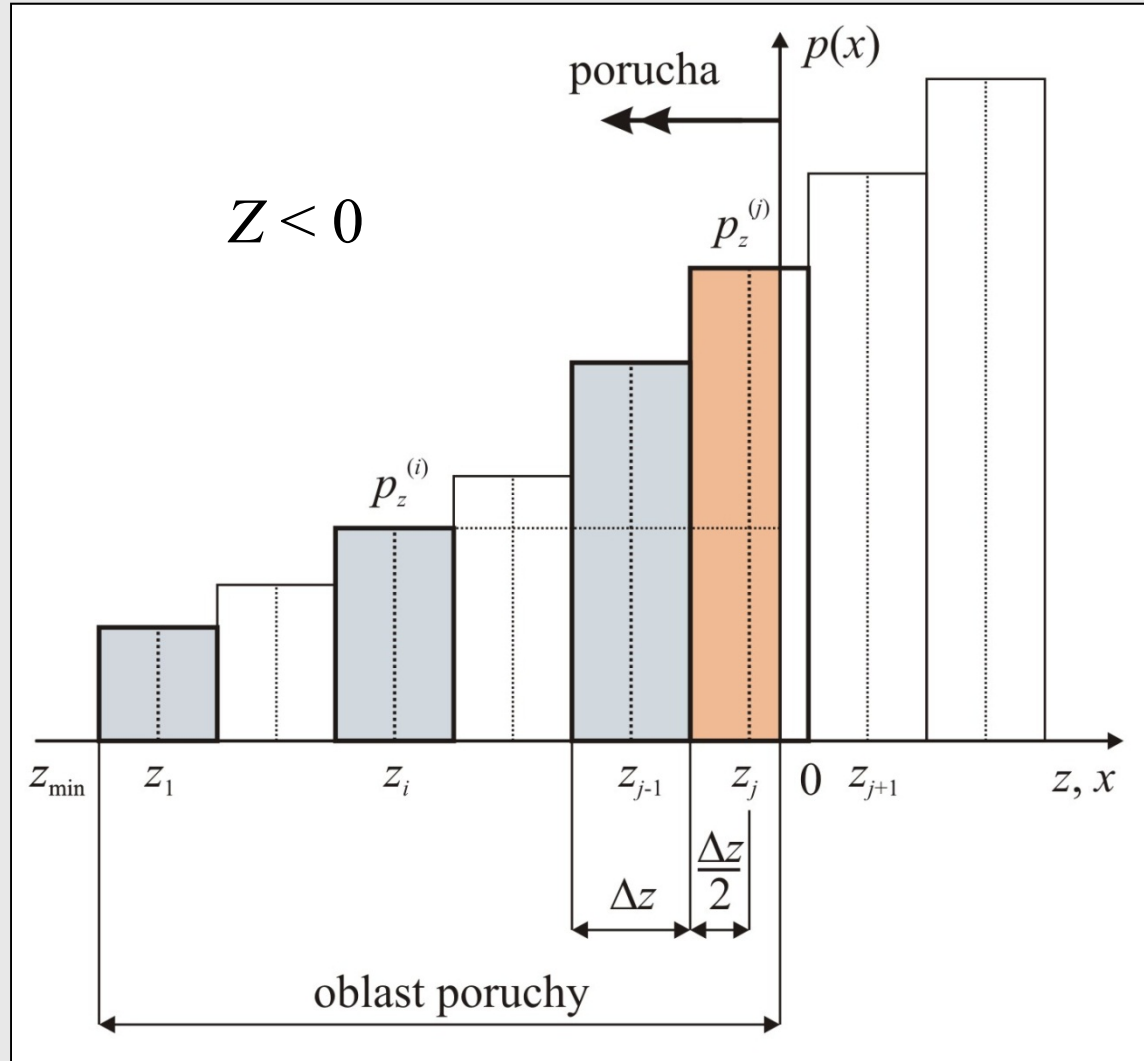
# Výpočet pravděpodobnosti poruchy



Schéma výpočtu pravděpodobnosti poruchy  $p_f$  z histogramu funkce spolehlivosti  $Z$ .

Histogram  $Z$  obsahuje  $n$  tříd (intervalů) o šířce  $\Delta z$ .

$$p_f = \sum_{i=1}^{j-1} p_z^{(i)} + p_z^{(j)} \cdot \left( 1 - \frac{z_j + \frac{\Delta z}{2}}{\Delta z} \right) = \sum_{i=1}^{j-1} p_z^{(i)} + p_z^{(j)} \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{z_j}{\Delta z} \right)$$



# Programový systém ProbCalc



Tvořen třemi softwarovými produkty, vytvořenými ve vývojářském prostředí Borland Delphi:

- **HistAn:**

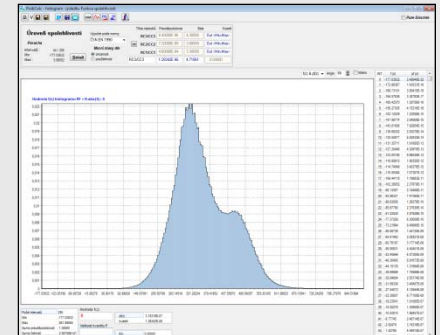
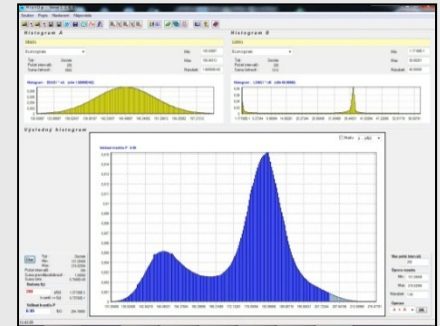
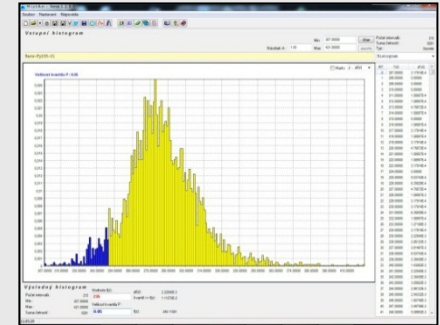
- Slouží pro podrobnější analýzu vstupních histogramů.

- **HistOp:**

- Umožňuje základní aritmetické operace se 2 histogramy.

- **ProbCalc:**

- Umožňuje pravděpodobnostní posouzení spolehlivosti konstrukcí a výpočty pravděpodobnostních úloh s obecně definovaným výpočetním modelem, který může být definován pomocí tzv. kalkulačky (textový mód) nebo DLL knihovny (strojový kód).

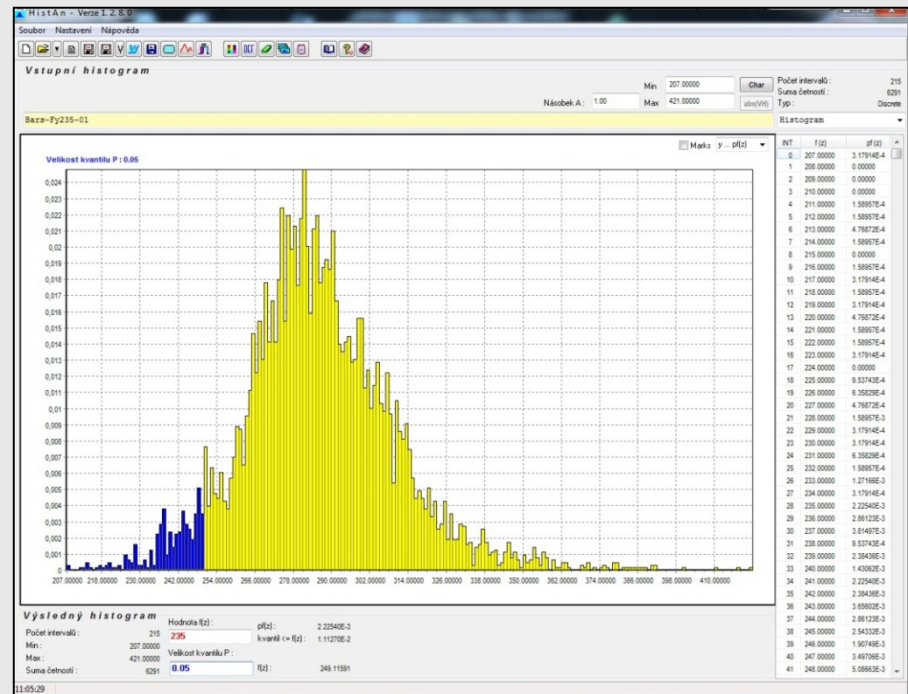


# Programový nástroj HistAn



Slouží pro podrobnější analýzu vstupních histogramů.

- Minimum a maximum hodnoty náhodné proměnné (okrajové hranice histogramu)
- Počet tříd (intervalů) histogramu a četností v nich definovaných
- Jednoduché výpočty (stanovení funkční hodnoty s odpovídajícím kvantilem nebo kvantilu pro zadanou hodnotu náhodné proměnné)
- Určení kombinace několika vstupních histogramů
- Určení tzv. sumárního histogramu (výpočty s tzv. větrnou růžicí)
- Tvorba histogramů s parametrickým rozdělením
- Zpracování naměřených (prvotních) dat



# Programový nástroj HistOp



S jeho využitím lze provádět základní aritmetické operace s histogramy  $A$  a  $B$  :

- Součet histogramů  $A$  a  $B$
- Rozdíl histogramů  $A$  a  $B$
- Součin histogramů  $A$  a  $B$
- Podíl histogramů  $A$  a  $B$
- Druhá mocnina histogramu  $A$
- Absolutní hodnota histogramu  $A$





# Programový nástroj ProbCalc

Grupování proměnných

Funkce spolehlivosti

**Zadáni**  
Projekt: Ex10\_Rovinna\_napjatost.dAN  
Výsledky: Ex10\_Rovinna\_napjatost.Vys (version 1.1.37.0)  
DLL: Ex10\_Rovinna\_napjatost.dll  
Simulaci

**Aktivní**  
 Model  
 Proměnná  
 Grupa  
 Proměnná

**RUN**  
 Roz  
 Spo

**DLL**  
 Ano  
 Ne

**Úhly**  
 Deg  
 Rad

**Grupa Funkce Spolehlivosti**

**Zápis FS:**

Název FS	Arithmetický výraz
1 RF	sqr(Fy)-S

**Proměnné FS:**

Proměnná	Typ					
1 Fy	Histogram	Bars-Fy235-01	207.00000	421.00000	215	Histograms\Solidity and material char
2 S	Histogram	Spočten ( Model)	2624.39672	86508.1531	988	S = sqr(Sigma)+3*sqr(Tau)

**Model**

Název modelu	Arithmetický výraz	FS
1 R	F+Q*3	
2 V	R-Q*2	
3 M	R*2-Q*2	
4 A	0.008446*(1-2*Eps)	
5 I	0.0002313*(1-4*Eps)	
6 Sigma	(M/0.2+N/A)/1000	
7 Tau	V/0.0006689548547	
8 S1	(Sigma+sqr(sqr(Sigma)+4*sqr(Tau)))/2	
9 S2	(Sigma-sqr(sqr(Sigma)+4*sqr(Tau)))/2	

**Proměnné modelů**

Proměnná	Typ	Histogram	Min	Max	Intervalů	Adresa souboru	Poznámka
1 F	Kombinace	spočten	1.95313E-1	99.80469	256		LONG1, SHORT1, SNOW1
2 Q	Grupa	spočten	16.36711	19.99289	256		20°D
3 Eps	Histogramy	Epsilon	-2.34684E-2	3.68804E-2	10	Histograms\Cross-section variability	
4 N	Grupa	spočten	-14.94141	14.94141	256		15°Win
5							
6							
7							
8							
9							

14:37:07 Před výběrem Výpočet označe řádek v tabulce (pokud již není), nebo nastavte příslušný RadioButton.

Kalkulátor

Příkazový řádek

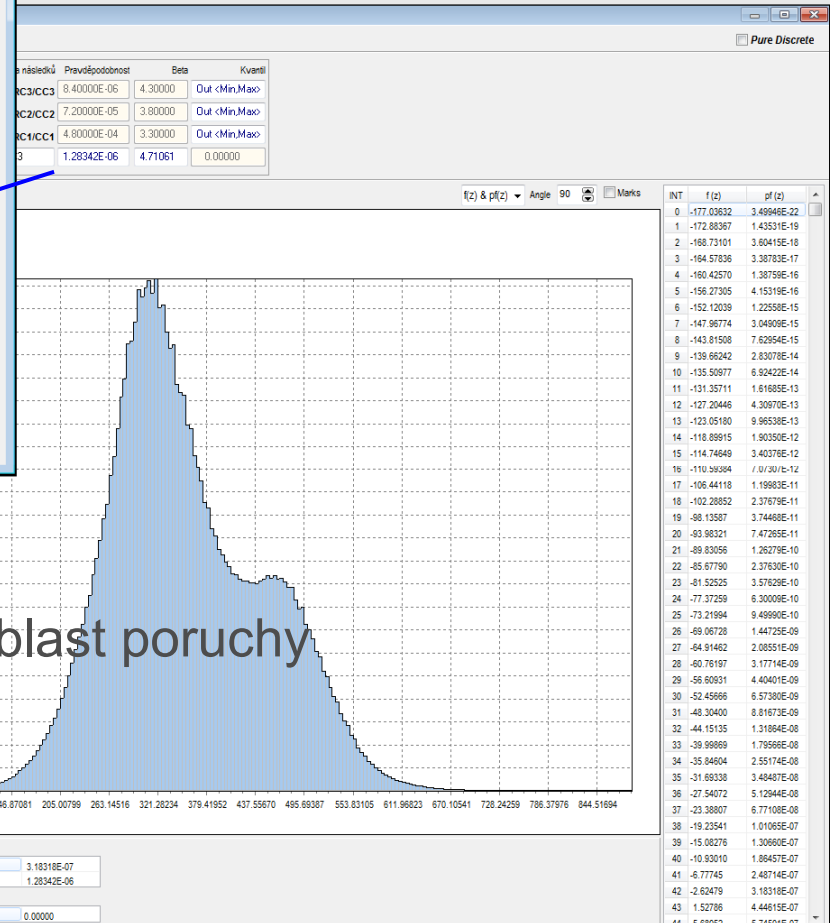
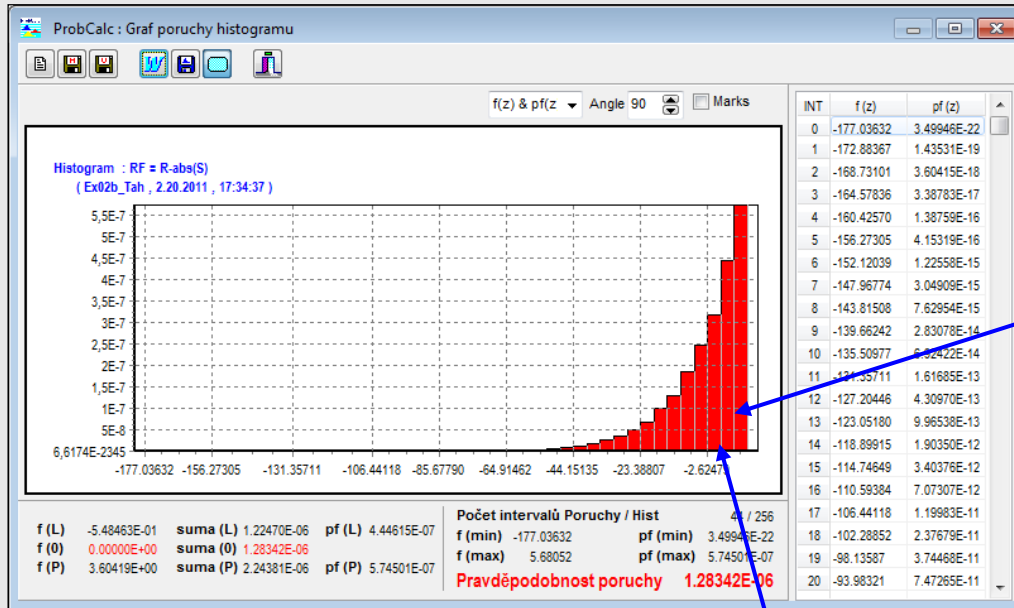
Definice analytického modelu

Seznam náhodných proměnných

# Posouzení spolehlivosti

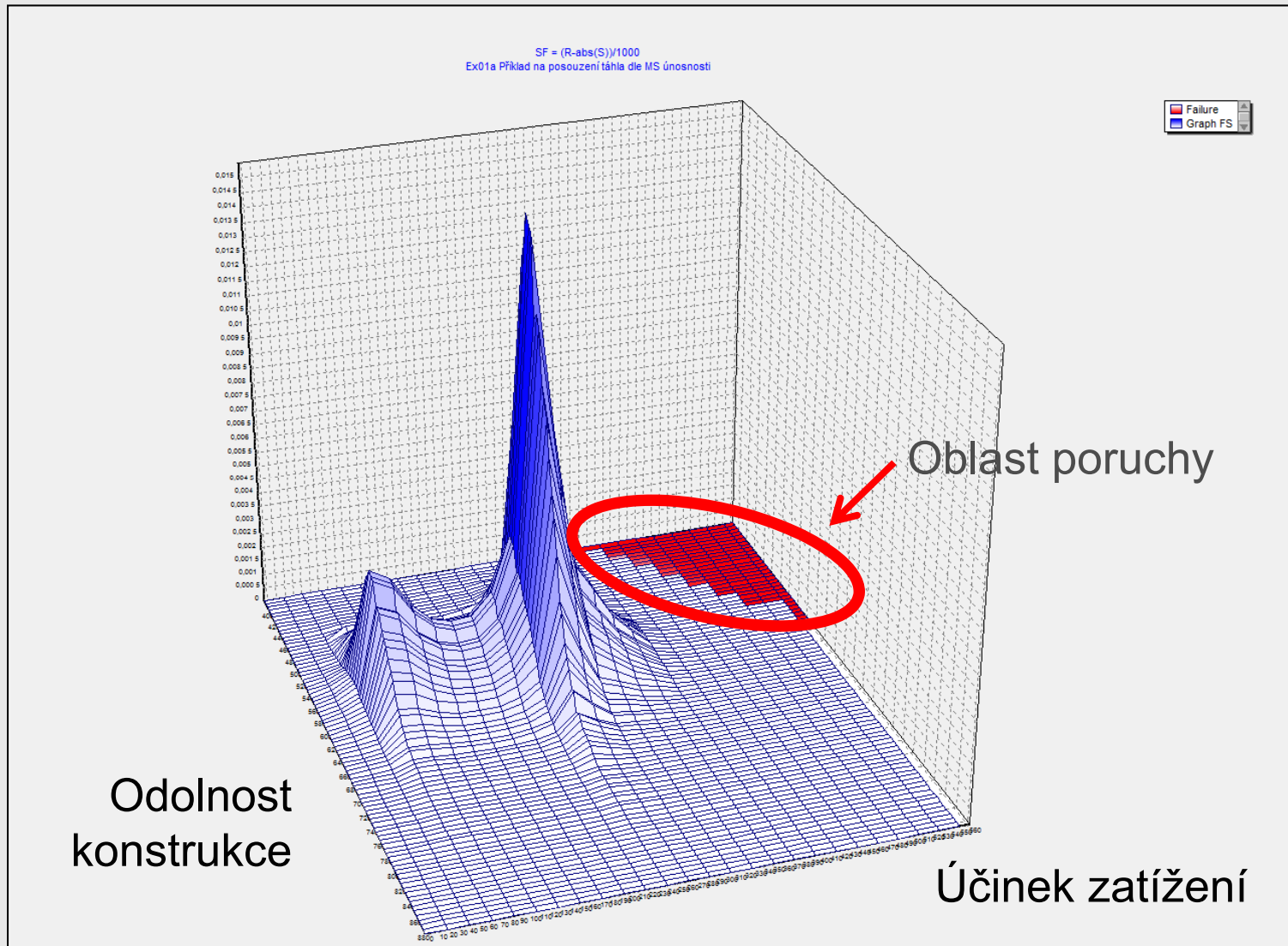


## Histogram funkce spolehlivosti $RF$



Pravděpodobnost poruchy  
 $p_f = 1,28 \cdot 10^{-6}$   
 splňuje požadavky  
 ČSN EN 1990 pro třídu  
 následků RC3/CC3  
 s návrhovou  
 pravděpodobností  $8,4 \cdot 10^{-6}$

# 3D zobrazení funkce spolehlivosti



# Využití dynamické knihovny



Analyzovaná funkce spolehlivosti nebo definice výpočetního modelu může být vyjádřena s využitím dynamické knihovny.

Pravděpodobnostní výpočet je s využitím dynamické knihovny cca **4x rychlejší** (odpadá opakované kompilování do strojového kódu).

```
ProbCalc- Vytvoření výpočtového modelu v DLL knihovně

library Ex10 Rovinna napjatost;

uses SysUtils,Dialogs,math,Classes;

function Fx ( CisloModelu : integer; P: array of double) : double;

{ - Logické funkce - }
function poz (x:double):integer; begin if (x>0) then poz := 1 else poz := 0 end;
function neg (x:double):integer; begin if (x<0) then neg := 1 else neg := 0 end;
function nul (x:double):integer; begin if (x=0) then nul := 1 else nul := 0 end;

begin
  case CisloModelu of

    { - Model - }
    1: Fx := P[0]+P[1]*3;
    2: Fx := P[11]-P[1]*2;
    3: Fx := P[11]*2-P[1]*2;
    4: Fx := 0.008446*(1-2*P[2]);
    5: Fx := 0.0002313*(1-4*P[2]);
    6: Fx := (P[13]/P[15]*0.2+P[3]/P[14])/1000;
    7: Fx := P[12]/P[15]*0.00006699548547;
    8: Fx := (P[16]+sqrt(sqr(P[16])+4*sqr(P[17]))) / 2;
    9: Fx := (P[16]-sqrt(sqr(P[16])+4*sqr(P[17]))) / 2;
    10: Fx := sqrt(sqr(P[16])+4*sqr(P[17]));
    11: Fx := sqr(P[16])+3*sqr(P[17]);

    { - Funkce spolehlivosti - }
    12: Fx := sqr(P[4])-P[21];

    { - Grupy - }
    13: Fx := 20*P[0];
    14: Fx := 15*P[0];

  end
end;

exports Fx;

begin
end.
```





# Příklad: Výpočetní model

Vyjádření a idealizace skutečného statického či dynamického působení konstrukce v prostoru a čase matematicko-fyzikálními vztahy s použitím metod určujících napjatost, přetvoření, zrychlení apod od zatížení obecně proměnného s časem.

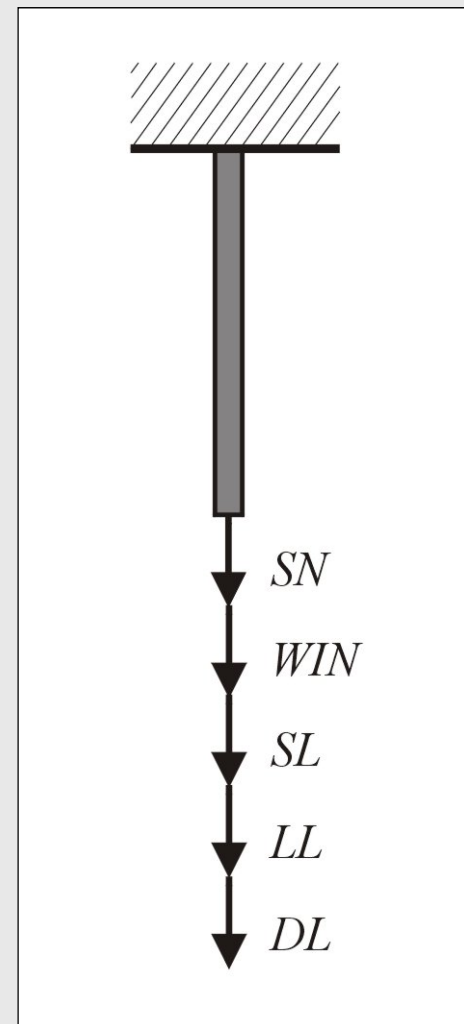
Např:

Funkce spolehlivosti:  $RF = R - S$

Odolnost konstrukce:  $R = N_{Rd} = A_{nom} \cdot A_{var} \cdot f_y$

Účinek zatížení:

$$S = N_{sd} = 80.DL + 293,5.LL + 80.SL + 70.WIN + 40.SN$$



# Dosavadní využití programového systému ProbCalc



- Praviděpodobnostní hodnocení kombinací zatížení,
- Praviděpodobnostní posudek spolehlivosti průřezů i systémů staticky (ne)určitých nosných konstrukcí,
- Praviděpodobnostní přístup k hodnocení betonových a drátkobetonových směsí,
- Posudek spolehlivosti obloukové výztuže dlouhých důlních děl s přihlédnutím k jejím prokluzovým vlastnostem,
- Posudek spolehlivosti nosných konstrukcí vystavených nárazu,
- Praviděpodobnostní výpočet šíření únavových trhlin v cyklicky namáhaných ocelových konstrukcích a mostech.



# Optimalizace výpočtů metodou POPV



- **Grupování vstupních proměnlivých veličin**, které lze vyjádřit společným histogramem.
- **Intervalová optimalizace** - snižování počtu intervalů u histogramů vstupních veličin při zachování původního rozsahu.
- **Zónová optimalizace** - využití pouze intervalů, které se podílejí na hledané hodnotě, např. pravděpodobnosti poruchy.
- **Trendová optimalizace** – využití vhodného směru (trendu) v algoritmu pravděpodobnostního výpočtu.
- **Grupování dílčích výsledků výpočtu**.
- **Paralelizace výpočtu** - výpočet probíhá současně na několika procesorech.
- **Kombinace uvedených optimalizačních postupů**.

# Grupování vstupních proměnlivých veličin



Nechť je

$$B = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + \dots + A_N$$

přičemž v každém histogramu je  $n$  tříd (např.  $n = 256$ ,  $N = 10$ ).

Při uvážení všech možných kombinací je

$$P_0 = n^N = 256^{10} = 1,20893 \cdot 10^{24}$$

Stejný výsledek lze získat postupným sčítáním vždy dvou histogramů. Pak je

$$P_0^* = (N - 1) n^2 = 9,256^2 = 589824$$

a poměr

$$P_0^* / P_0 = (N - 1) n^{(N-2)} = 9,256^{-8} = 4,87891 \cdot 10^{-19}$$

Pokud je vytváření společných histogramů – **grupování** korektní, jedná se o **velmi racionální postup**.

# Výpočet kombinace zatížení



ProbCalc : Tabulka histogramů pro kombinaci

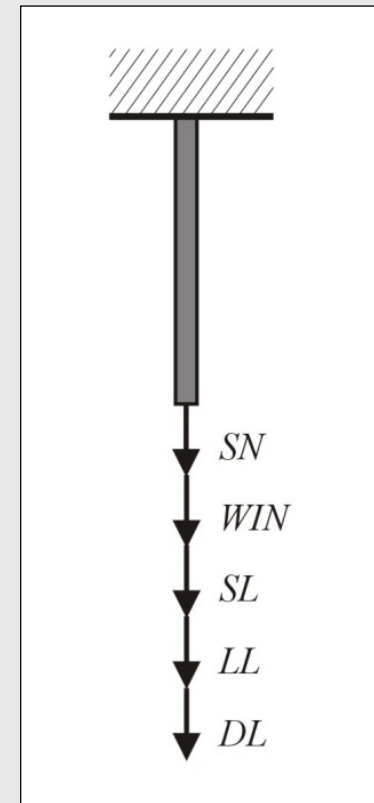
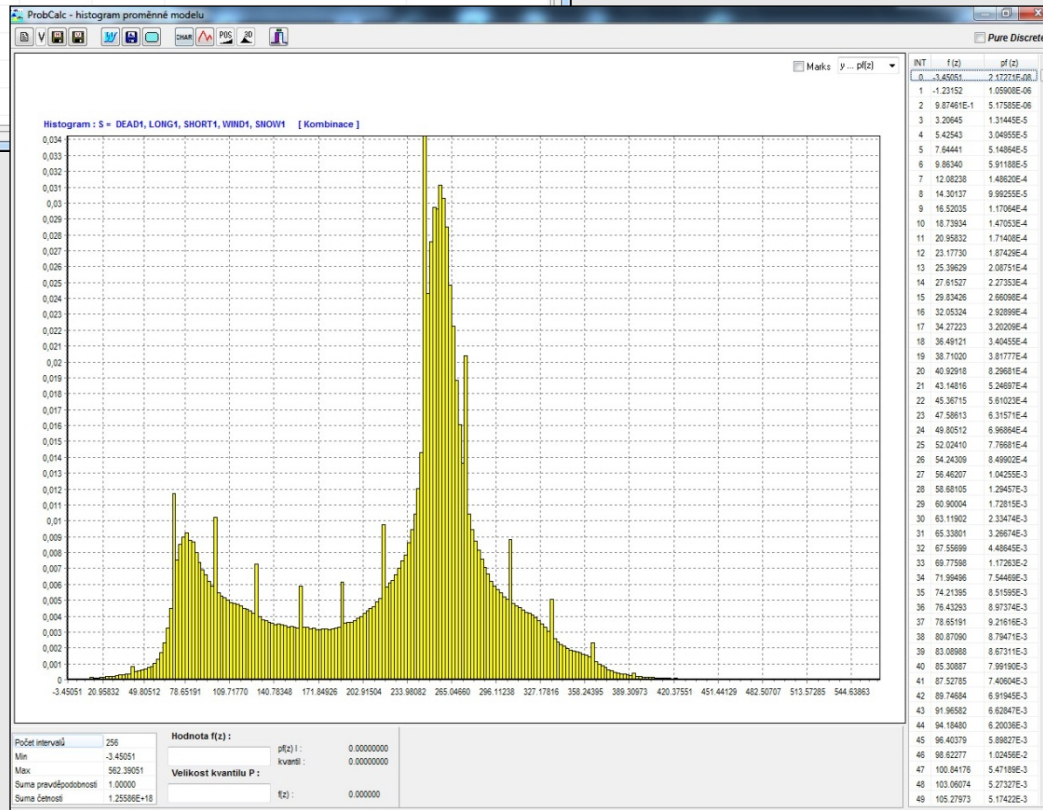
Název proměnné : S      Max.interválů : 256

Název kombinace	Min	Max	Interválů	Adresa souboru	Poznámka
1 80 DEAD1	8.18355E-1	9.99645E-1	256	Histograms/Loads	
2 293.5 LONG1	1.95313E-3	9.98047E-1	256	Histograms/Loads	
3 80 SHORT1	1.95313E-3	9.98047E-1	256	Histograms/Loads	
4 70 WIND1	-9.96094E-1	9.96094E-1	256	Histograms/Loads	
5 40 SNOW1	1.95313E-3	9.98047E-1	256	Histograms/Loads	

Např.:

$$S = N_{Ed} = 80.DL + 293,5.LL + 80.SL + 70.WIN + 40.SN$$

Program  
ProbCalc





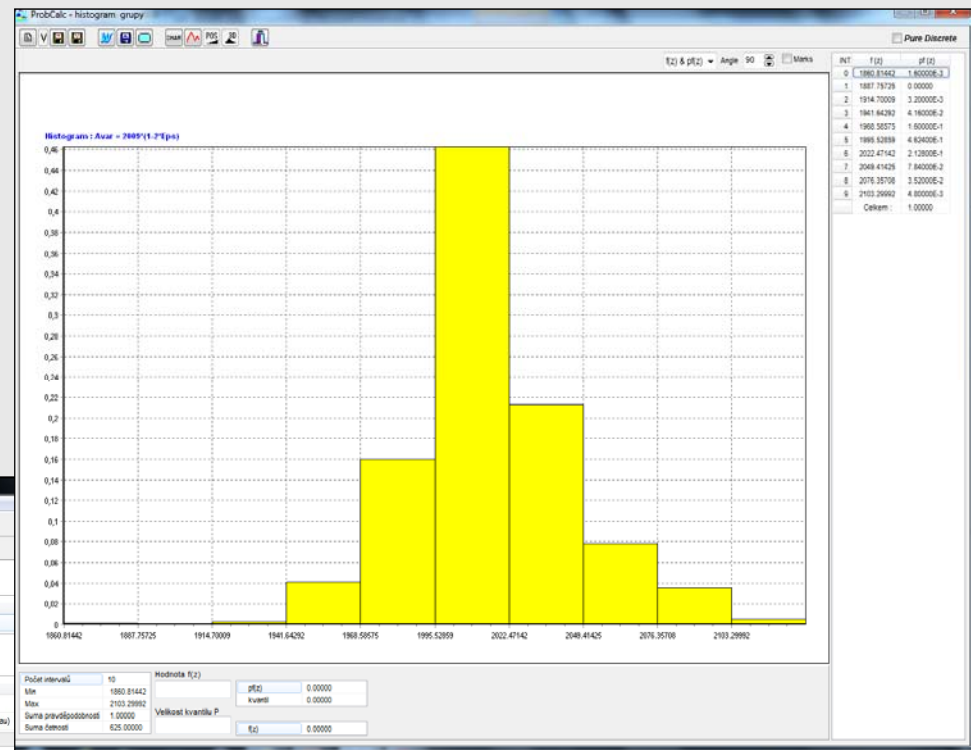
# Grupy vstupních veličin

Např. variabilní průřezová plocha  $A_{var}$  :

$$A_{var} = A_{nom} \cdot (1 - 2 \cdot \varepsilon)$$

## Grupování proměnných

The screenshot shows the ProbCalc software interface. The 'Model' panel lists variables: R (F=Q^3), V (R=Q^2), M (R^2=Q^2), A (0.00849\*(1-2\*Eps)), I (0.0002313\*(1-4\*Eps)), Sigma (M^1/3 \* 2 \* N(A)/1000), Tau (M^1/3 \* 0.0006699548547), S1 ((Sigma+sqrt(Sigma)\*4\*sqrt(Tau))/2), and S2 ((Sigma-sqrt(Sigma)\*4\*sqrt(Tau))/2). The 'Proměnné modelů' panel shows a list of variables with their types and histograms.



Program ProbCalc

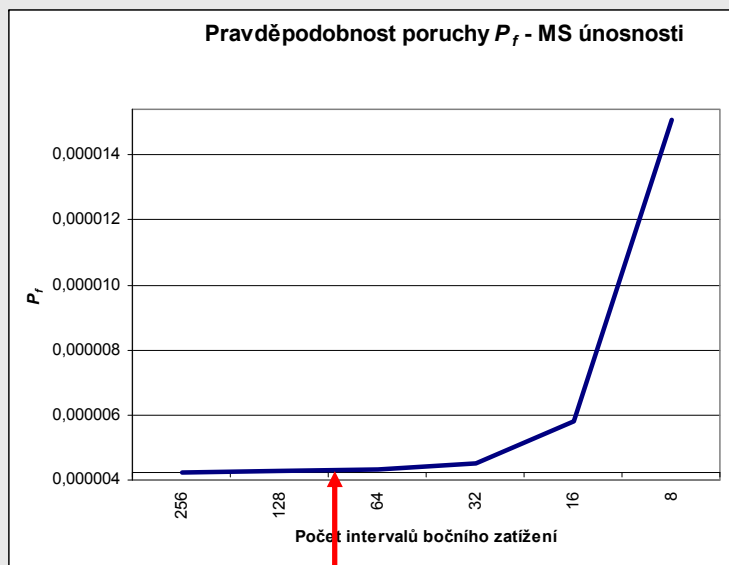


# Intervalová optimalizace

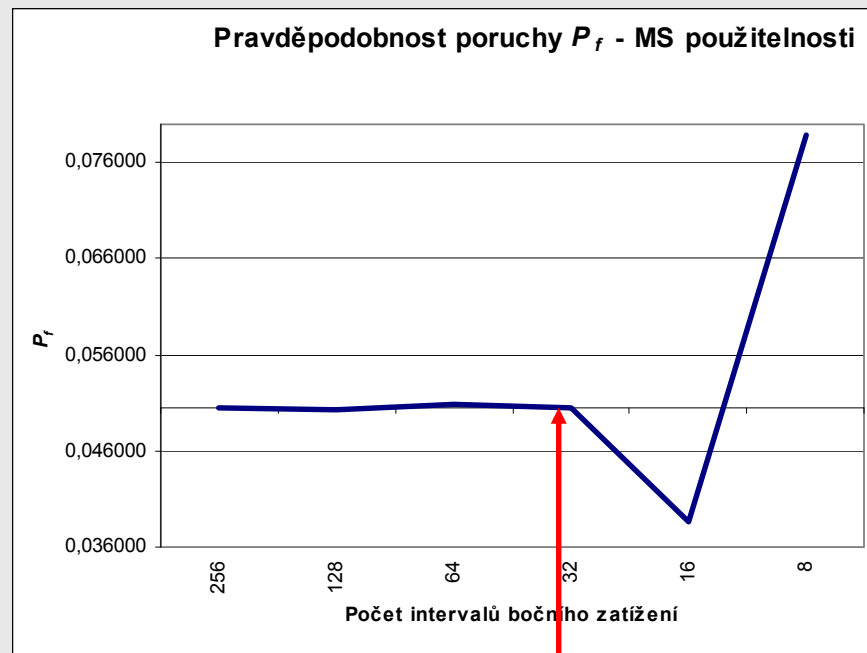
Smyslem intervalové optimalizace je

- minimalizovat počet tříd v histogramech
- snížit tím počet operací a minimalizovat dobu výpočtu

Podmínkou je zachování dostatečné přesnosti výsledků řešení.



Postačující počet tříd  
(intervalů) histogramu



Postačující počet tříd  
(intervalů) histogramu



# Využití intervalové optimalizace

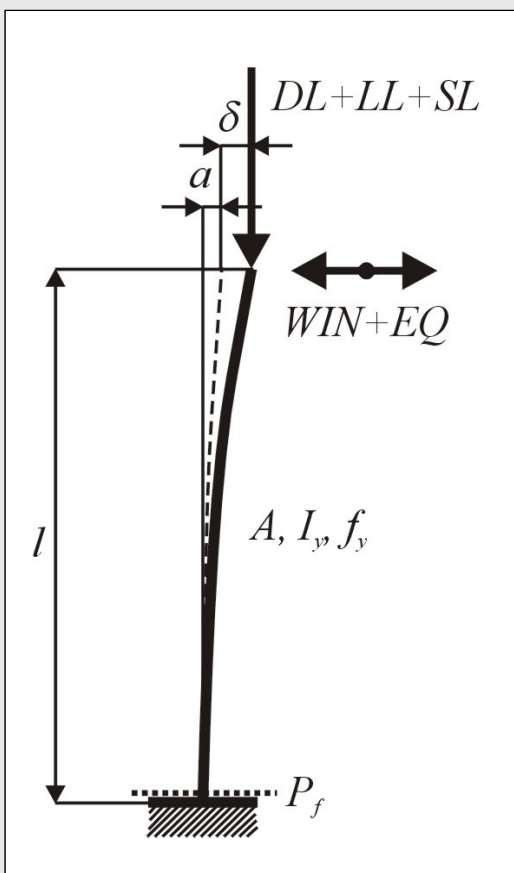
Pravděpodobnostní  
posouzení spolehlivosti  
sloupu

$l \dots 6 \text{ m}$

průřez HEB 300 z oceli S235

$E \dots 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$

počáteční imperfekce  $a \dots \pm 30 \text{ mm}$



Zatížení	Typ	Návrhová hodnota [kN]
$D$	Stálé	350
$L$	Dlouhodobé nahodilé	75
$S$	Krátkodobé nahodilé	75
$W$	Vítr	40
$EQ$	Zemětřesení	$\frac{1}{20} \cdot (D + L + S) = \frac{500}{20} = 25$



# Popis matematického modelu pravděpodobnostního výpočtu



Výpočet maximálního vodorovného přemístění  $\delta$  dle teorie II. řádu s uvažováním vlivu počátečních imperfekcí:

$$\delta = \frac{W + EQ + \frac{a}{l} \cdot F}{\frac{F}{l \cdot K}}$$

kde

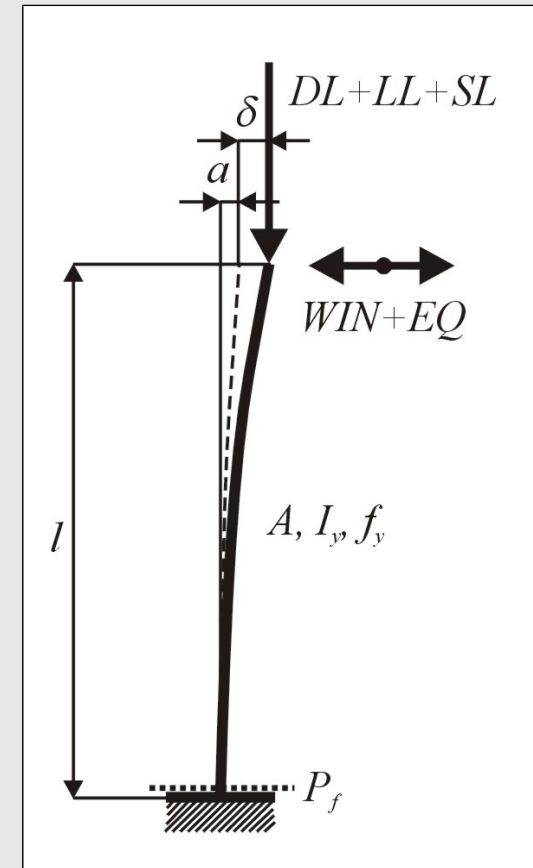
$$K = \frac{\tan\left(l \cdot \sqrt{\frac{F}{EI}}\right)}{l \cdot \sqrt{\frac{F}{EI}}} - 1$$

Ohybový moment v kritickém průřezu:

$$M = \frac{\delta \cdot (1 + K)}{K} F$$

Normálové napětí v krajních vláknech průřezu:

$$\sigma = \left| \frac{M}{W} \right| + \left| \frac{F}{A} \right| = F \left( \frac{|\delta| \cdot (1 + K)}{K \cdot W} + \frac{1}{A} \right)$$





# Popis funkce spolehlivosti

Mezní stav únosnosti

$$RF = R - S$$

$R$  ... odolnost konstrukce – napětí na mezi kluzu  $f_y$

$Q$  ... účinek zatížení – normálové napětí v krajních vláknech  $\sigma$

Mezní stav použitelnosti

$$RF = \delta_{tol} - |\delta|$$

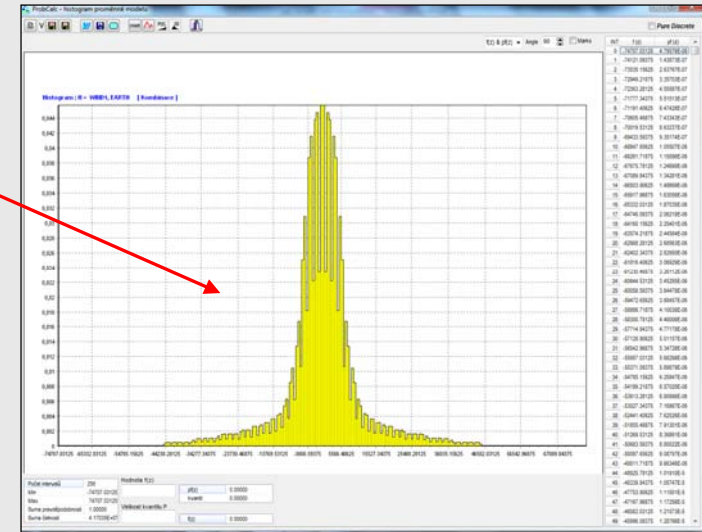
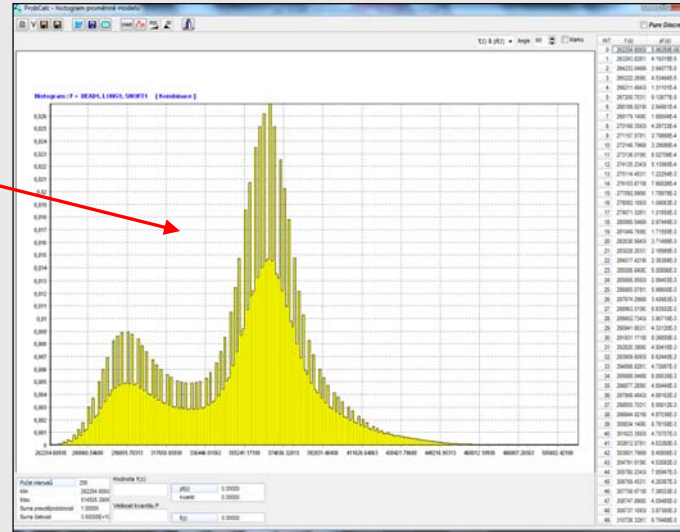
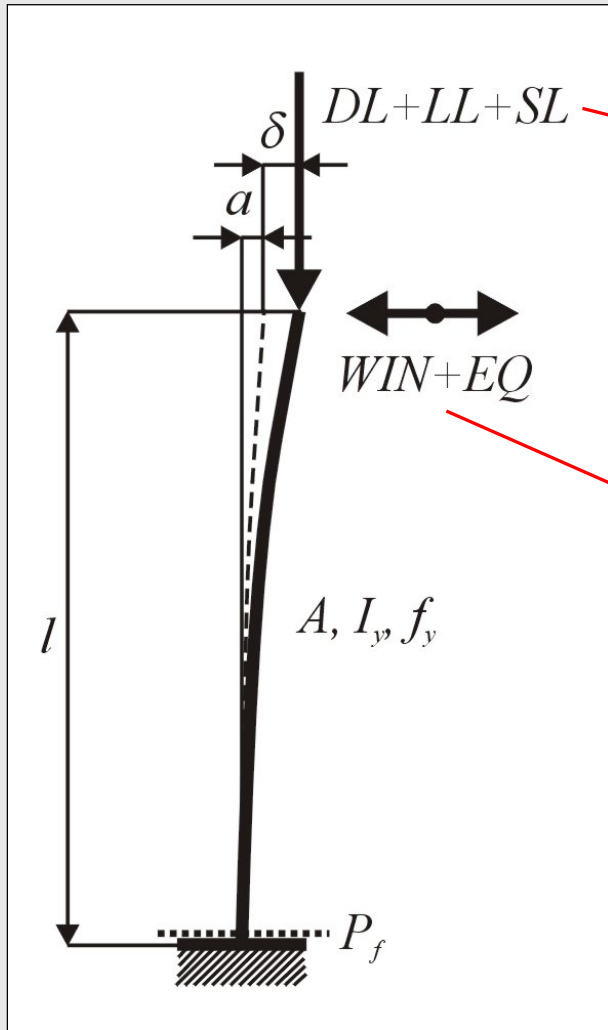
$\delta_{tol}$  ... odolnost konstrukce – povolená max. deformace (35 mm)

$\delta$  ... účinek zatížení – maximální vodorovné přetvoření sloupu

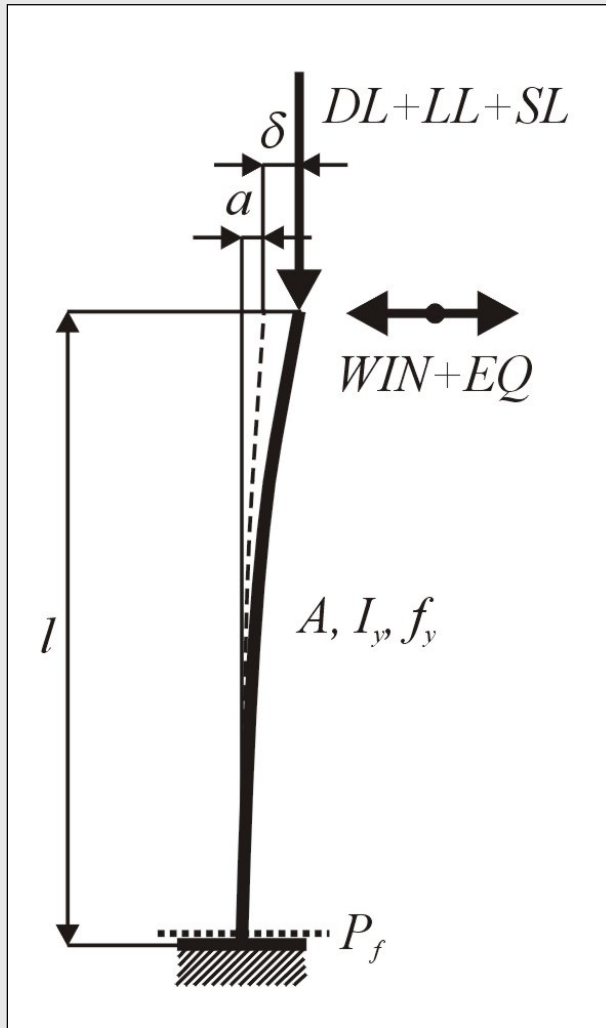
Výpočet obsahuje 8 variabilních veličin:

- 5 složek zatížení
- proměnnost průřezu vlivem možného pod a převálcování
- počáteční imperfekce ve sloupu
- napětí na mezi kluzu  $f_y$

# Grupování vstupních proměnných



# Intervalová optimalizace



ProbCalc : Intervalová a zonální optimalizace

Projekt : aPDPV\_Ex03a\_Sloup.dAN ( version 1.134.0 )      Doba výpočtu : 0:00:04

N : 10 / 4 / 4 / 4 / 4 / 4 /      KvaPor : 0,0267100604308525      Odch : 1,0000000000

( 2 ) Testovaná proměnná : F

N : 4 / 256 / 4 / 4 / 4 / 4 /      KvaPor : 0,0267106449845772      Odch : 1,0000000000  
 N : 4 / 255 / 4 / 4 / 4 / 4 /      KvaPor : 0,0267106456425770      Odch : 0,9999999754  
 N : 4 / 254 / 4 / 4 / 4 / 4 /      KvaPor : 0,0267106620038973      Odch : 0,9999993628  
 N : 4 / 127 / 4 / 4 / 4 / 4 /      KvaPor : 0,0267106432306853      Odch : 1,0000000657  
 N : 4 / 64 / 4 / 4 / 4 / 4 /      KvaPor : 0,0267105024310302      Odch : 1,0000053370  
 N : 4 / 33 / 4 / 4 / 4 / 4 /      KvaPor : 0,0267104474319291      Odch : 1,0000073961  
 N : 4 / 18 / 4 / 4 / 4 / 4 /      KvaPor : 0,0267104969108804      Odch : 1,0000055437

( 3 ) Testovaná proměnná : H

N : 4 / 4 / 4 / 256 / 4 / 4 /      KvaPor : 0,0001685241952658      Odch : 1,0000000000  
 \* \* \* \* \*

( 4 ) Testovaná proměnná : Imp

N : 4 / 4 / 4 / 4 / 16 / 4 /      KvaPor : 0,0264919536281882      Odch : 1,0000000000

( 5 ) Testovaná proměnná : Fy

N : 4 / 4 / 4 / 4 / 4 / 214 /      KvaPor : 0,0233330894051429      Odch : 1,0000000000  
 N : 4 / 4 / 4 / 4 / 4 / 213 /      KvaPor : 0,0232929349631420      Odch : 1,0017238893  
 N : 4 / 4 / 4 / 4 / 4 / 212 /      KvaPor : 0,0232246016358560      Odch : 1,0046712435  
 N : 4 / 4 / 4 / 4 / 4 / 106 /      KvaPor : 0,0233440426671594      Odch : 0,9995307898  
 N : 4 / 4 / 4 / 4 / 4 / 53 /      KvaPor : 0,0237467124488199      Odch : 0,9825818818  
 N : 4 / 4 / 4 / 4 / 4 / 79 /      KvaPor : 0,0236063141101697      Odch : 0,9884257786  
 N : 4 / 4 / 4 / 4 / 4 / 92 /      KvaPor : 0,0235972250568313      Odch : 0,9888064952  
 N : 4 / 4 / 4 / 4 / 4 / 98 /      KvaPor : 0,0234045046146038      Odch : 0,9969486554  
 N : 4 / 4 / 4 / 4 / 4 / 95 /      KvaPor : 0,0235790317077799      Odch : 0,9895694486

( i )	Ni-zad	Ni-opt	Proměnná
( 1 )	10	10	Eps
( 2 )	256	33	F
( 3 )	256	256	H
( 4 )	16	16	Imp
( 5 )	214	95	Fy

Čas intervalové optimalizace : 0:00:04

index	Proměnná	Ni-zad	Ni-opt
1	Eps	10	10
2	F	256	33
3	H	256	256
4	Imp	16	16
5	Fy	214	95
6			
7			
8			
9			
10			
11			

OPT\_Int.

Výpočet die : DLL

Podrobná analýza optimalizace      Přerušení

Parametry interval optimalizace

Porucha zleva

Min  f(z) - poruchy 0

Max  D ( % )

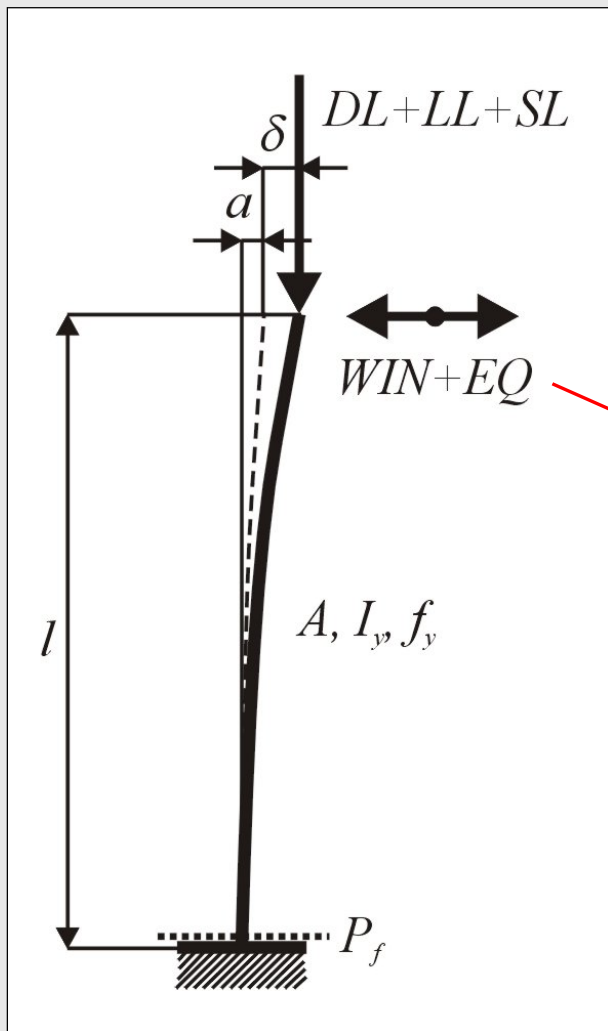
Epsilon [ odchylka : 1 - Epsilon ]

Min intervalů test.proměnné

Max intervalů výsleđ.histogramu

Průběh intervalové optimalizace  
v programu ProbCalc

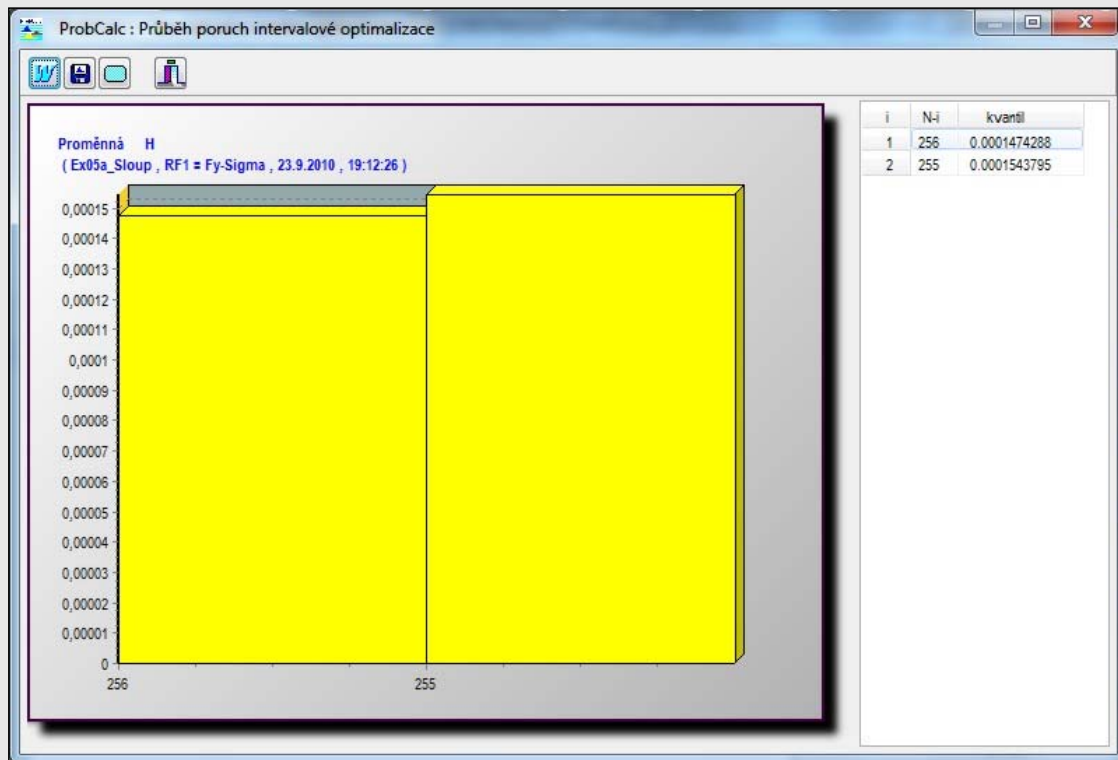
# Snižování počtu tříd v histogramech vstupních veličin



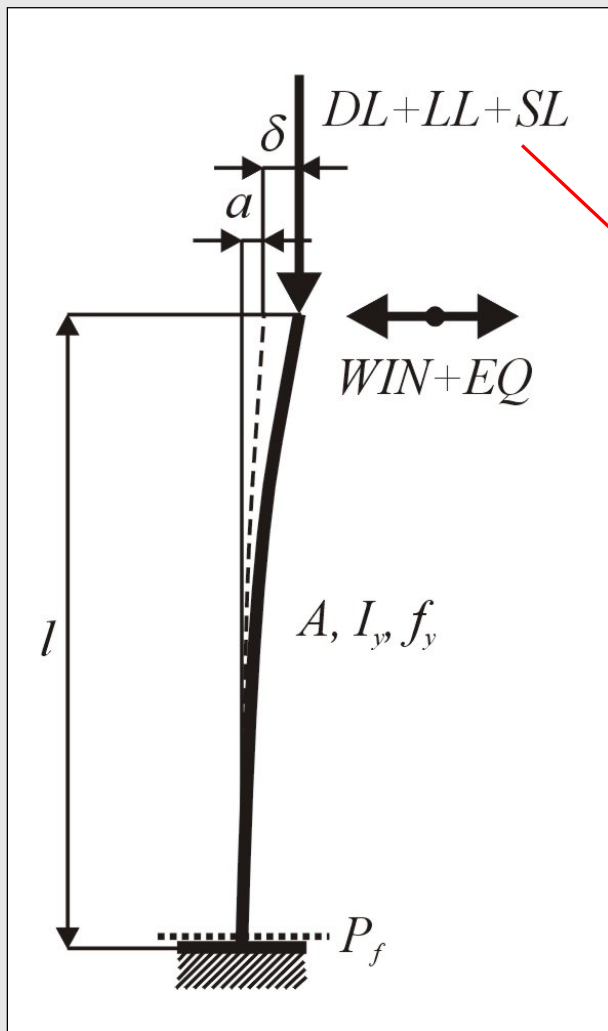
Citlivostní analýza

Kombinace bočních zatížení  $W+EQ$

Vliv na pravděpodobnost poruchy je **vysoká**.



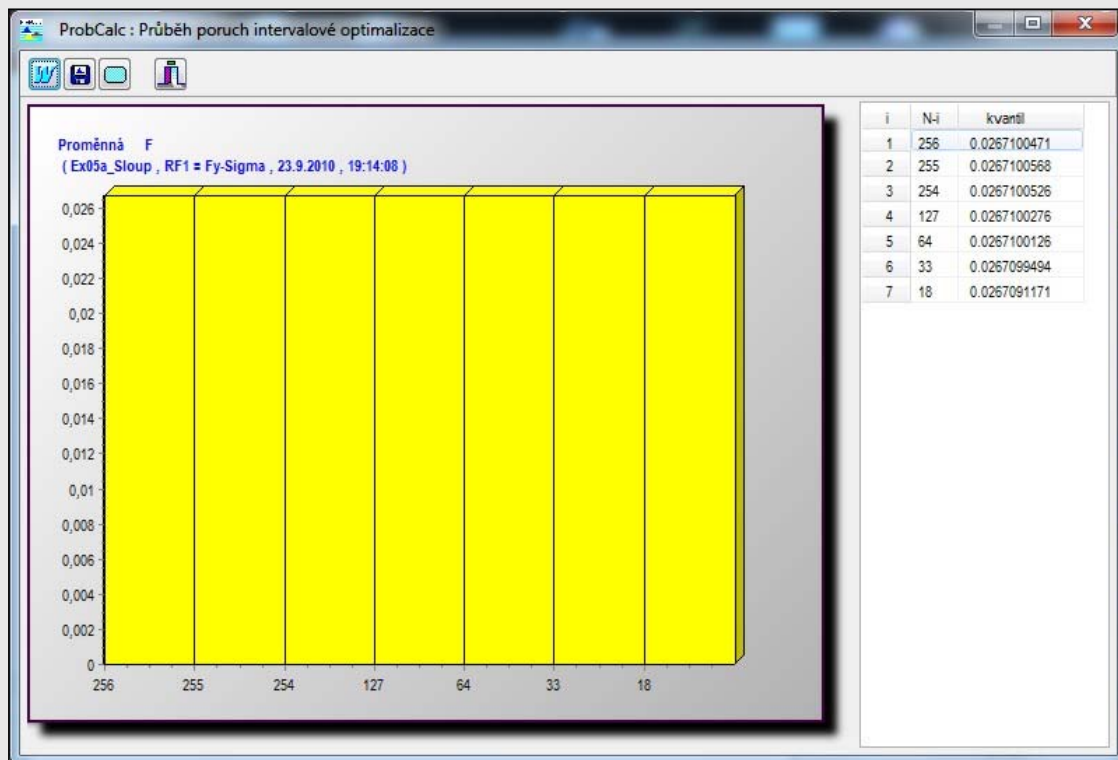
# Snižování počtu tříd v histogramech vstupních veličin



Citlivostní analýza

Kombinace bočních zatížení  $D+L+S$

Vliv na pravděpodobnost poruchy je **nízká**.



# Vyloučení nepodstatných intervalů histogramů vstupních veličin



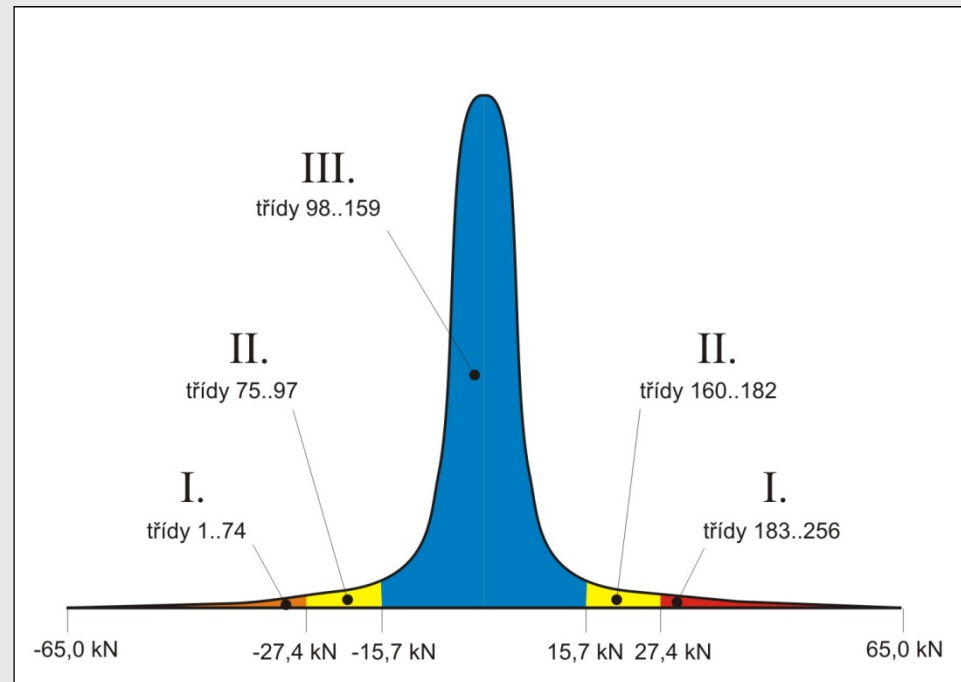
- Každý histogram se rozdělí na **zóny**, které se na vzniku pravděpodobnosti poruchy  $p_f$  při všech možných hodnotách v ostatních histogramech:
  - 1.zóna – podílejí vždy
  - 2.zóna – mohou a nemusí podílet
  - 3.zóna – nepodílejí nikdy
- Znalost zón umožňuje výpočet poruchy:

$$p_f = p_{f1} + p_{f2}$$

$p_f = 0$  vždy

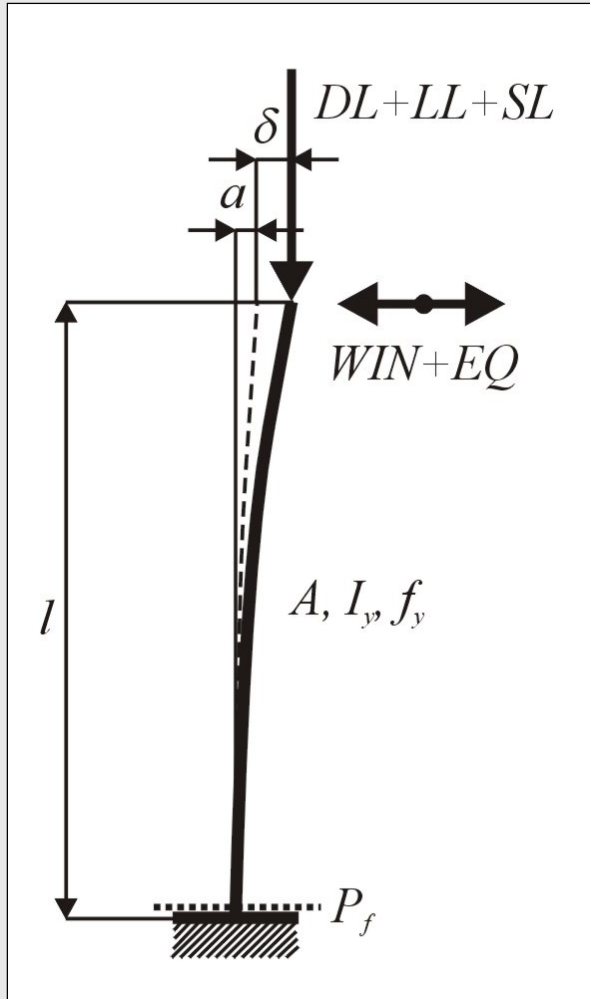
$p_{f2}$  pouze v některých případech

$p_{f1}$  vždy



# Zónová analýza a optimalizace

Zónová analýza kombinace bočních zatížení  $W+EQ$



ProbCalc: Intervalová a zonální optimalizace

Projekt: Ex05a\_Stoup.dAN (version 1.2.9.0) Doba výpočtu: 0:00:00

PROTOKOL OPTIMALIZACE  
23.9.2010 (19:54:16)

Název Projektu EX05a : Příklad posudku prvku namáhaného ohy  
Jméno projektového souboru EX05a\_Stoup.dAN ( version 1. 2. 9. 0 )  
Min intervalů testov.proměnné 32  
Max intervalů výsl.histogramu 1024  
Dovolená odchylka (Epsilon) 0.01

Zonální optimalizace

Průběh zón na histogramech proměnných ( zóna = počet )

[ 10 ]	Eps	(2) = 10
[ 256 ]	F	(2) = 256
[ 256 ]	H	(2) = 98, (3) = 61, (2) = 97
[ 16 ]	Imp	(2) = 16
[ 214 ]	Fy	(2) = 214

Poznámka :

Zóna (1) - vždy porucha ..... ( - ) vše  
Zóna (2) - někdy porucha ..... ( +/- )  
Zóna (3) - nikdy porucha ..... ( + ) vše

Čas zonální optimalizace : 0:00:00

výpočet po RUN nepoužije trendovou optimalizaci !!!  
( Je funkční pouze u výpočtů, nedělených na 2 části )

index	Proměnná	Ni-zad	Ni-opt
1	Eps	10	
2	F	256	
3	H	256	
4	Imp	16	
5	Fy	214	
6			
7			
8			
9			
10			
11			

OPT<sub>1</sub> OPT<sub>2</sub> RUN

OPT\_Zón

Výpočet dle : DLL

Podrobná analýza optimalizace

Přerušení

Parametry interval optimalizace

Porucha zleva

Min  f(z) - poruchy 0

Max  D (%)

Epsilon [ odchylka : 1 - Epsilon ] 0.01

Min intervalů test.proměnné 32

Max intervalů výsl.histogramu 1024

Průběh zónové optimalizace  
v programu ProbCalc



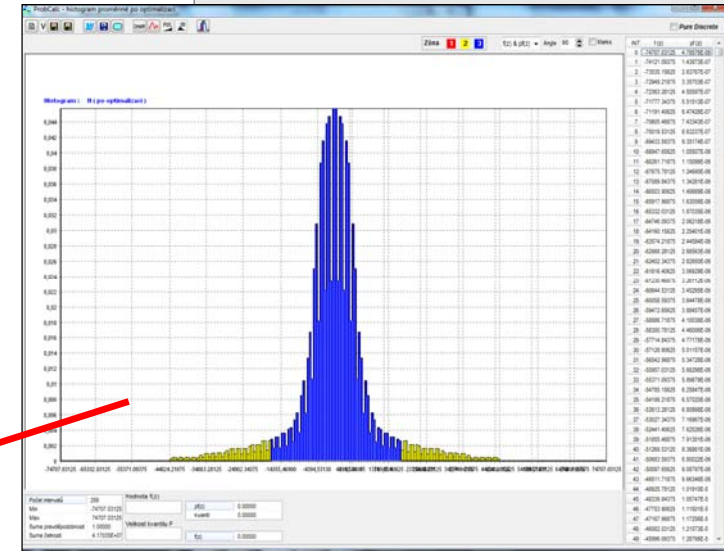
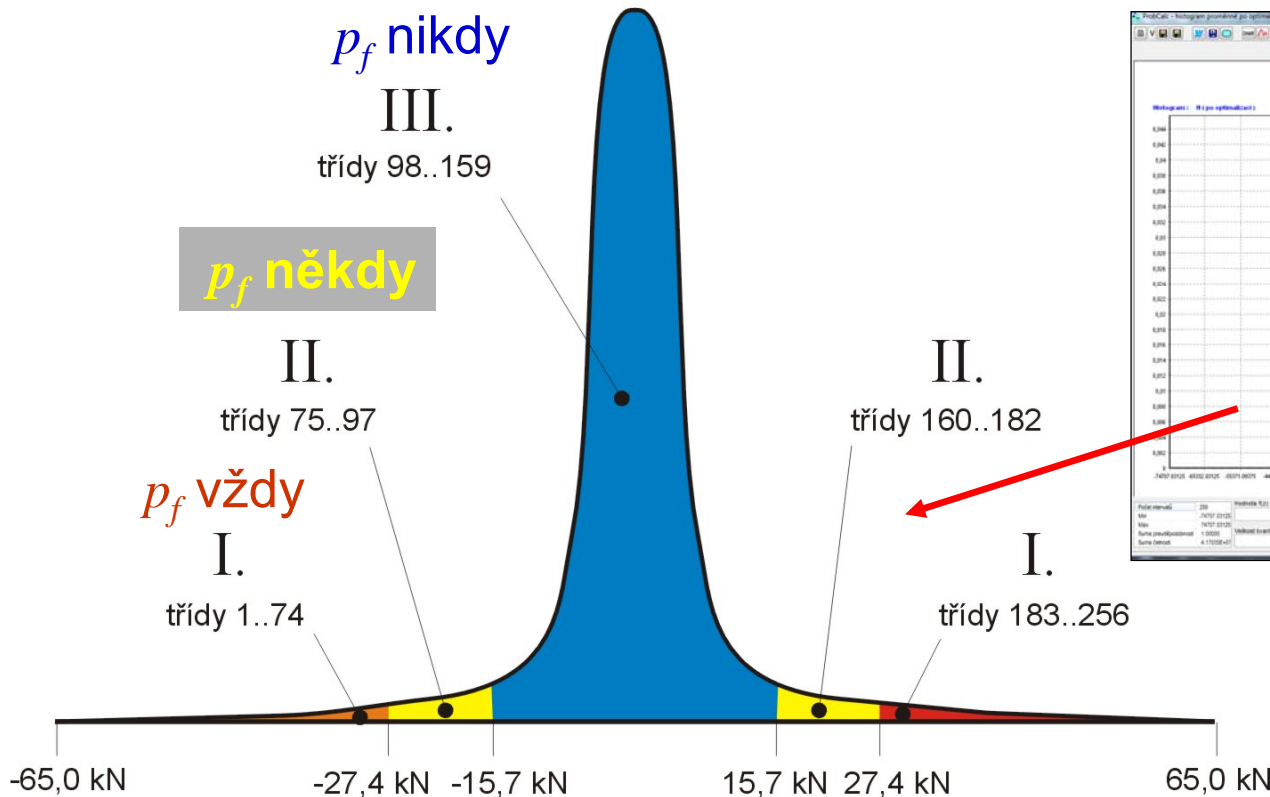
# Zónová analýza a optimalizace



## Zónová analýza kombinace bočních zatížení $W+EQ$

Histogram kombinace zatížení vítr + zemětřesení

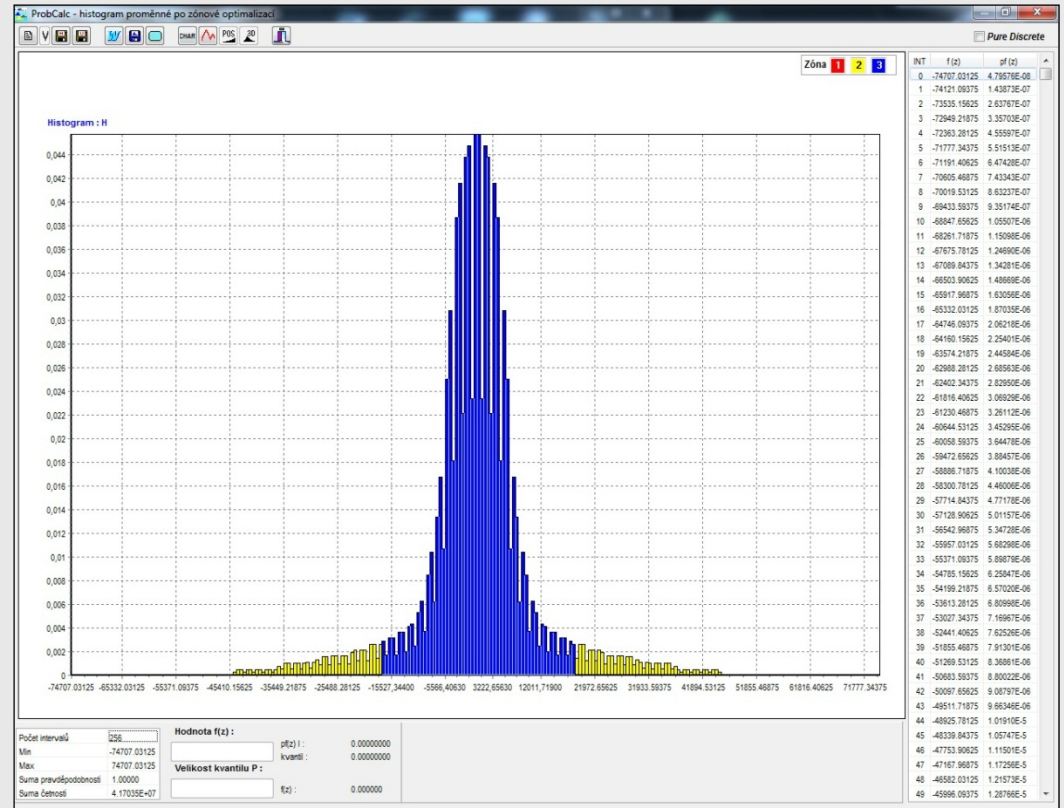
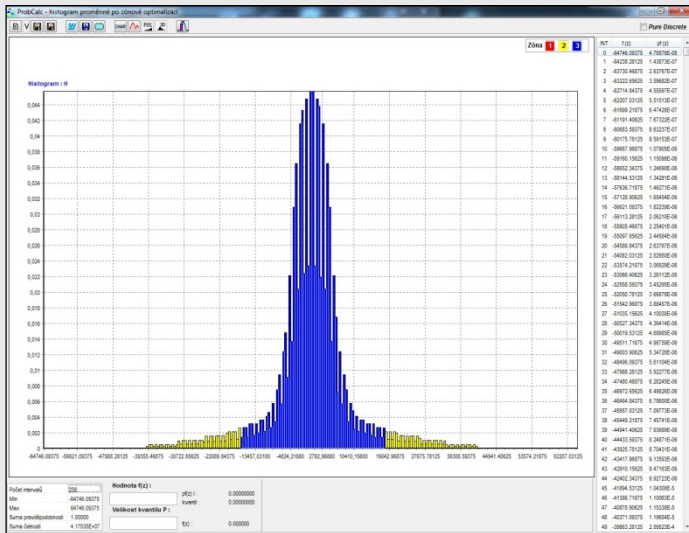
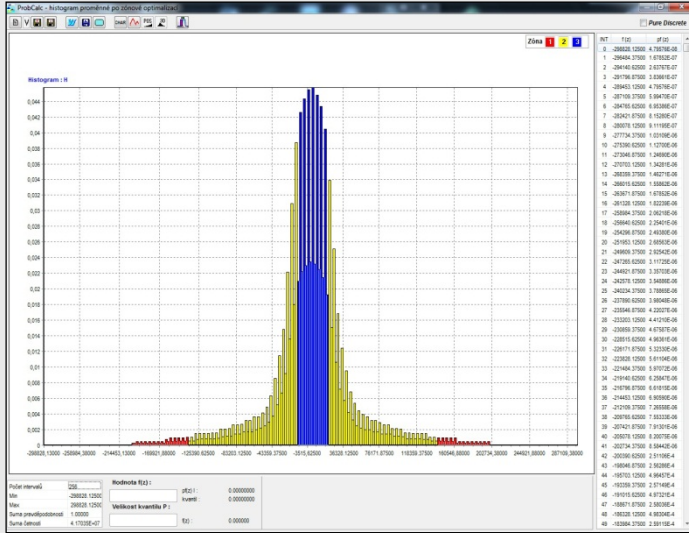
Program ProbCalc



# Zónová analýza a optimalizace

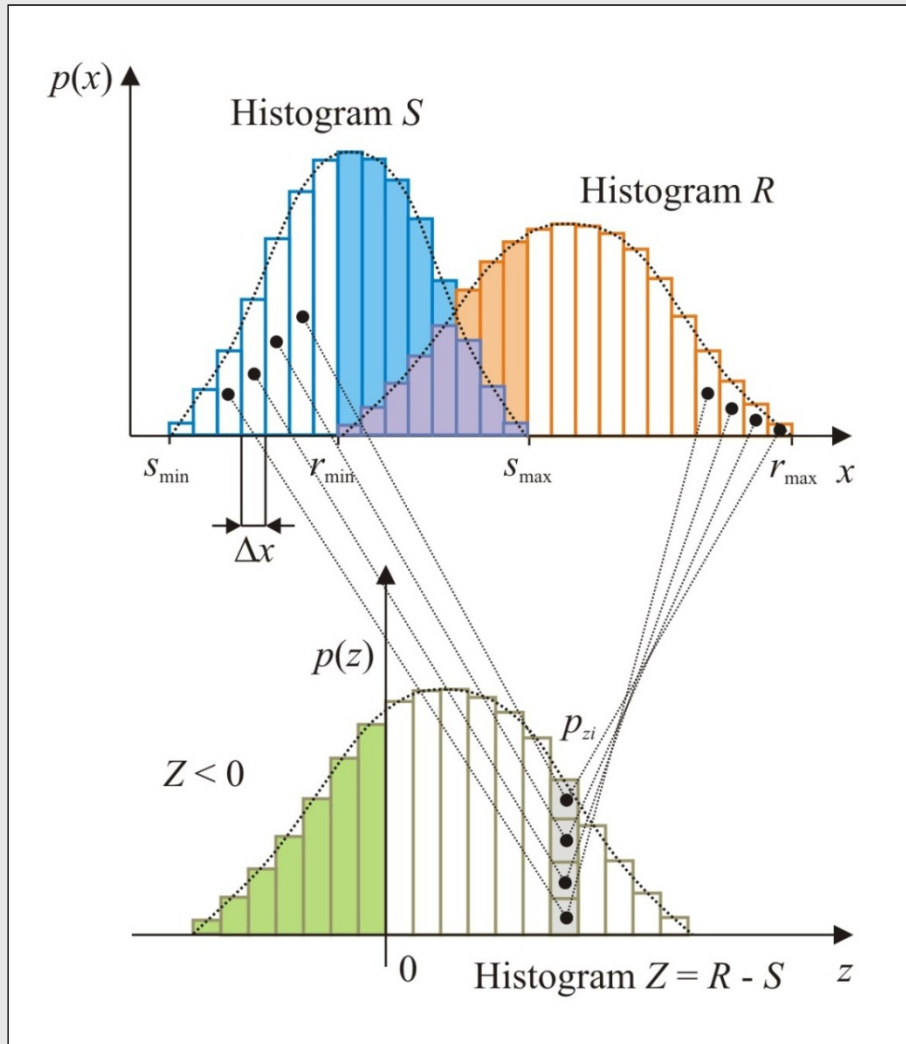


Výsledek zónové analýzy  
pro různé kombinace bočních zatížení  $W+EQ$



Program ProbCalc

# Vyloučení nepodstatných intervalů histogramů vstupních veličin

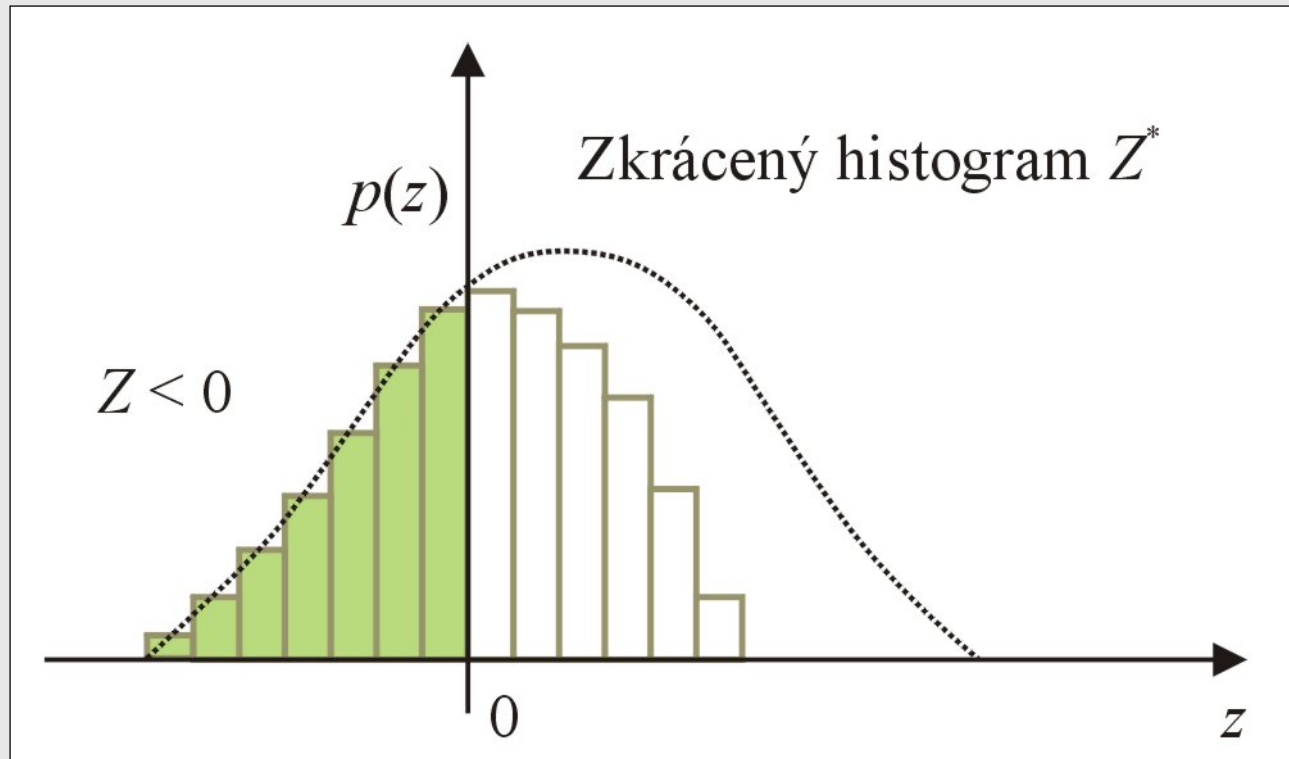


- Úprava základního výpočetního algoritmu metody POPV – snížení výpočetních operací.
- Výpočet pravděpodobnosti poruchy se soustředí pouze na oblast jejího vzniku.

# Zónová analýza a optimalizace



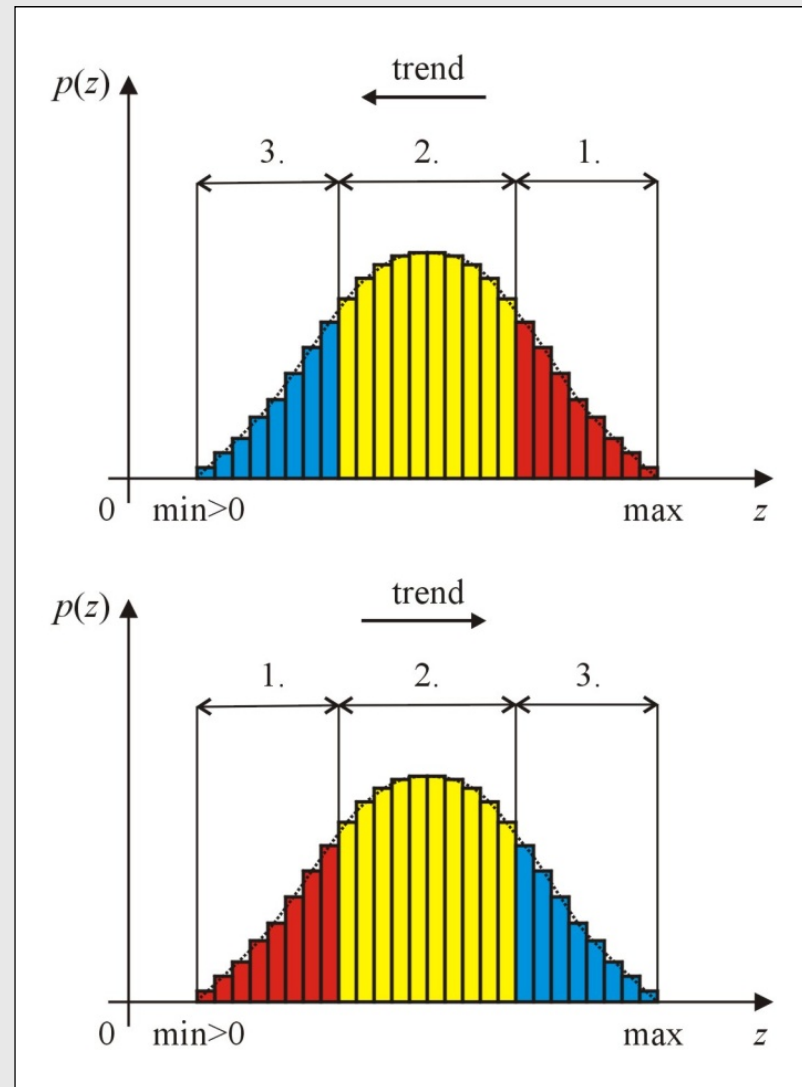
Výsledný histogram funkce spolehlivosti  $RF$  metodou POPV při uplatnění zónové optimalizace - tzv. „zkrácený histogram“  $Z^*$



# Trendová analýza a optimalizace



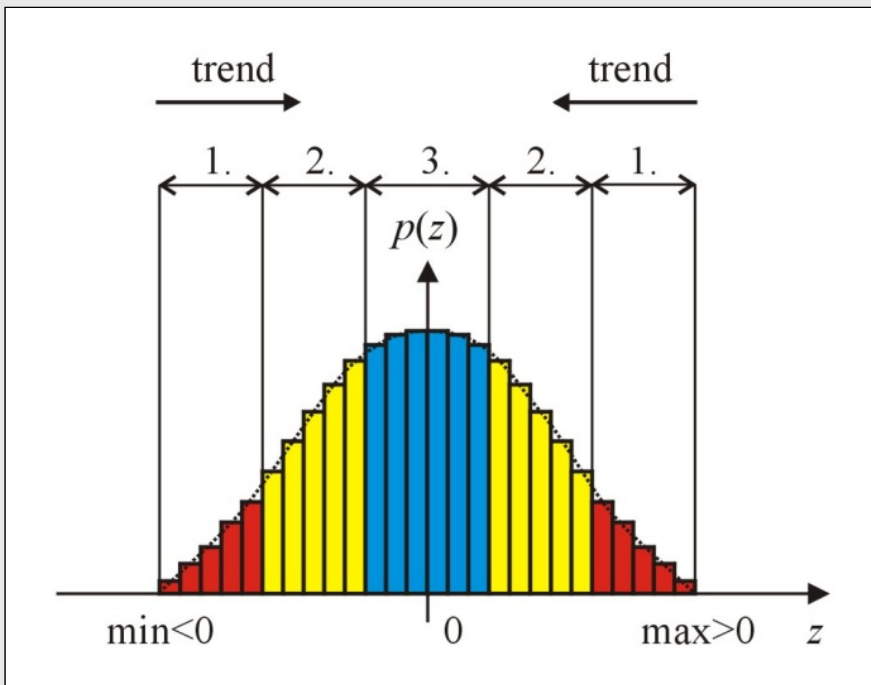
- Monotonní histogramy:
  - Zóny v histogramech se mění jedním směrem.
  - Např. pevnostní charakteristiky, vlastní tíha, průřezové charakteristiky...



# Trendová analýza a optimalizace



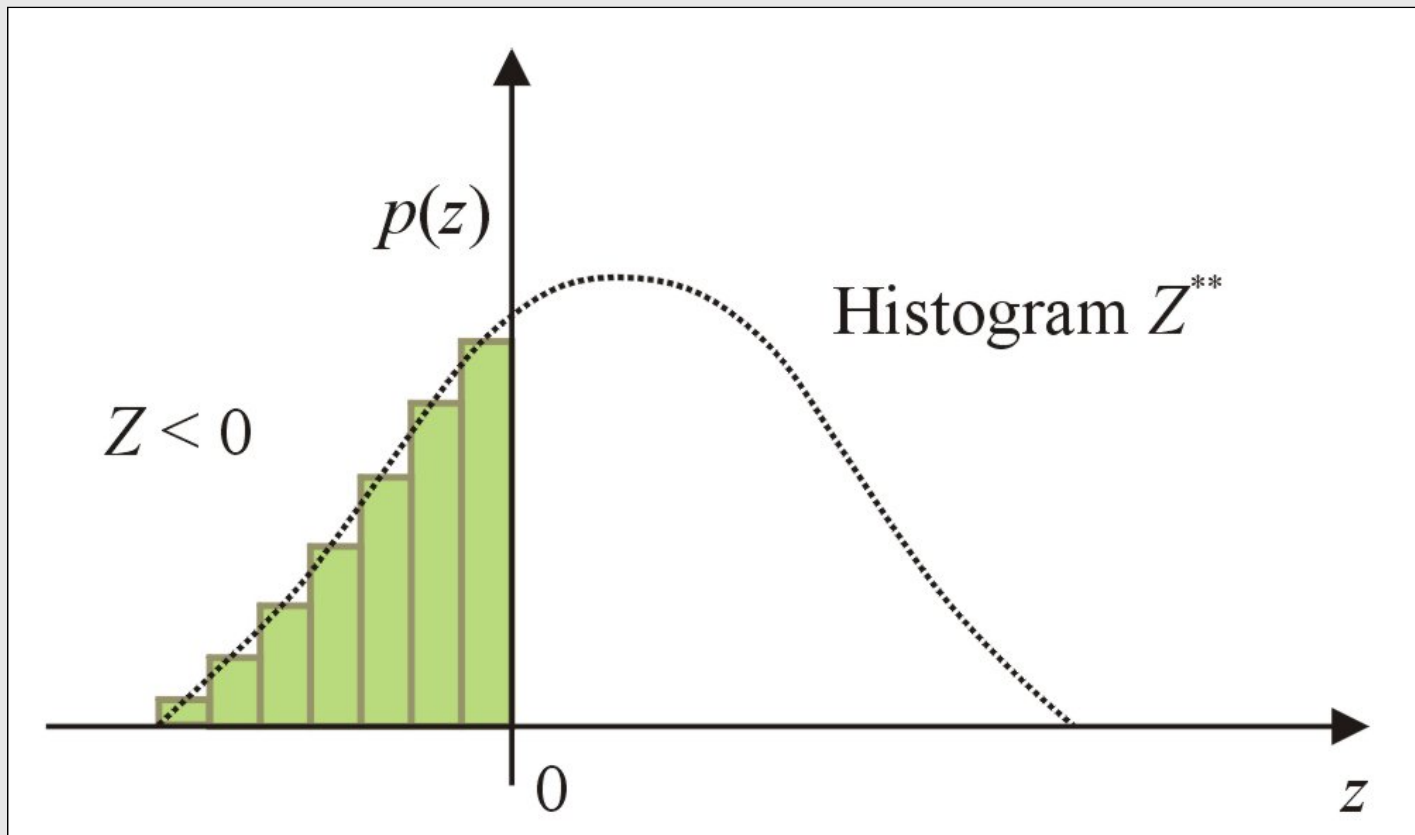
- Nemonotonní histogramy:
  - Zóny v histogramech se nemění pouze jedním směrem,
  - Histogramy mají minimálně dvě stejné zóny,
  - Např. zatížení větrem, zemětřesením, výrobní a montážní nepřesnosti (imperfekce).



# Trendová analýza a optimalizace



Výsledný histogram funkce spolehlivosti  $RF$  metodou POPV při uplatnění **trendové optimalizace** - histogram  $Z^{**}$





# Grupování dílčích výsledků

Je obdobou grupování vstupních veličin.

Platí-li např.:

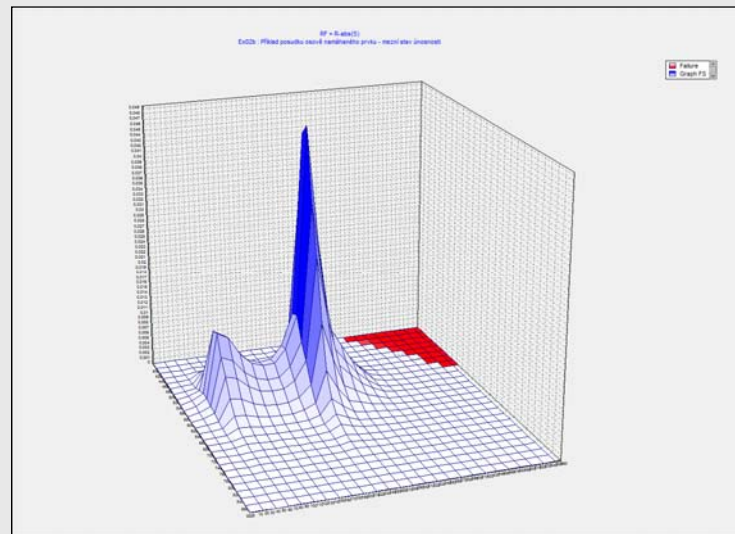
$$RF = R - f(A_1, A_2, A_3, \dots, A_N)$$

pak je často výhodné provést samostatně výpočet

$$S = f(A_1, A_2, A_3, \dots, A_N)$$

a následně

$$RF = R - S$$



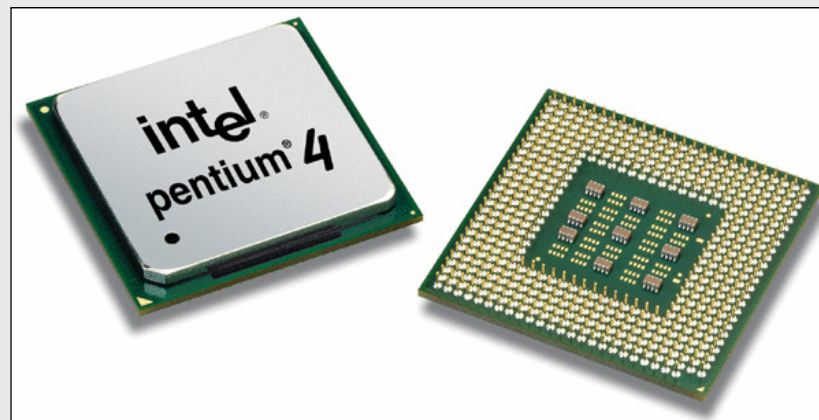
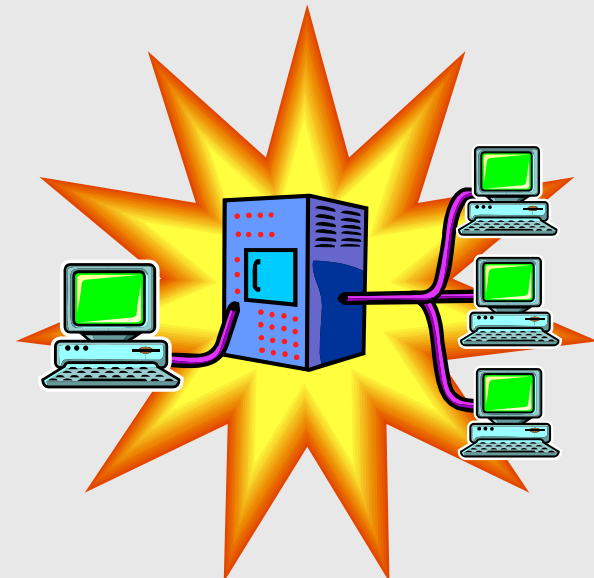


# Paralelizace výpočtů a kombinace optimalizačních postupů



Metoda POPV rovněž umožňuje:

- kombinovat uvedené optimalizační postupy,
- paralelizaci výpočtu (zatím odzkoušeno na počítačích se dvěma procesory).



# Kombinace optimalizačních postupů



- Doporučená posloupnost optimalizačních postupů v programu ProbCalc:
  1. **Grupování**, které se doporučuje použít podle možností vždy,
  2. **Intervalová optimalizace** - doporučuje se minimalizovat počet tříd histogramů zejména při odladování algoritmu výpočtu, následně pak počet tříd histogramů optimalizovat pro dosažení korektního výsledku,
  3. **Ostatní optimalizační postupy**, které se mohou použít podle možností a složitosti úlohy.
- **Důležitý faktor – způsob definování výpočetního modelu!**

# Ukázka pravděpodobnostního posouzení spolehlivosti



Ukázka dvou odlišných přístupů k zadání matematického modelu pravděpodobnostního výpočtu

## Funkce spolehlivosti

$$RF = ( R - E )$$

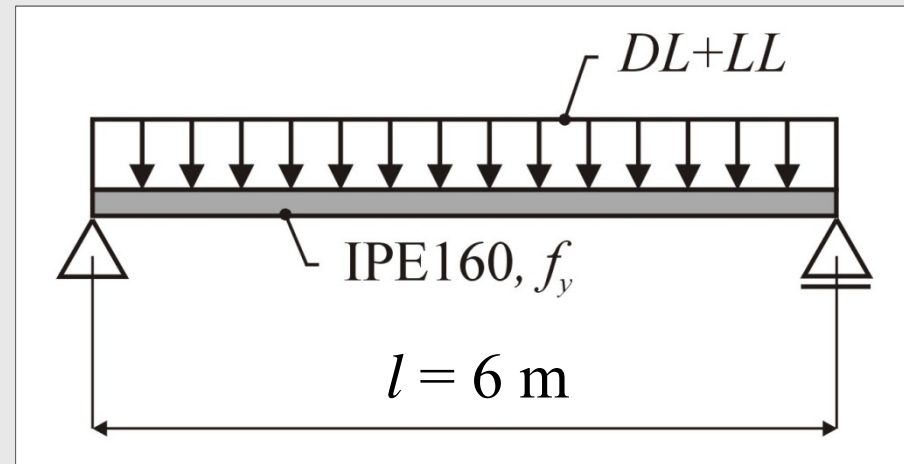
## Odolnost konstrukce

$$R = M_{Rd} = W_{nom} \cdot ( 1 - 3 \cdot \varepsilon ) \cdot f_y$$

## Účinek zatížení

$$S = M_{Ed} = 2,1 \cdot DL + 3,5 \cdot LL$$

Statické schéma ohýbaného nosníku



# Aplikace metody POPV



- Ukázky **aplikačního softwaru**, využívajícího metodu POPV:
  - Samostatný systém pro **návrh kotevní výztuže důlních děl**,
  - Software pro **pravděpodobnostní výpočet šíření únavových trhlin**.

**KOTVENÍ (Verze: 1.015.0)** Program výpočtu spolehlivosti kotvení důlní výztuže

Projekt Výsledky Nastavení Nápvěda

**Zadání 1.**

Název: Výsledky\_Kotveni\_Komb\_Vyz

B:	Šířka důlního díla [m]	Graf	B*	[m]
1	Sika_Duhno_dila_dis		4.99805	
			2B*	[m]
			9.99609	

**Horninové poměry nad důlním dílem:**

Vřstava č.	Druh horniny	Pevnost v jednoosém tlaku [MPa]	Mocnost [m]	Graf
1	Prachovec	Pevnost_PRACHOVEC_dis	5.39609	
2	UHní_popel_do_10%	Pevnost_UHLI_dis	1	
3	Jilovec	Pevnost_JILOVEC_dis	2	
4	UHní_popel_10-20%	Pevnost_UHLI_dis	1	
5	Pískovec_jemnozrný	Pevnost_PISKOVEC_JEMNOZRNÝ_dis	2	
6	Pískovec_hrubozrný	Pevnost_PISKOVEC_HRUBOZRNÝ_dis	3	
7	Pískovec_ střednězrný	Pevnost_PISKOVEC_STREDNEZRNÝ_dis	1	
8				
9				
10				

**β Beta** souč. vrstevnatosti (z tabulky) 7.60000E-1 **Redukovaná pevnost**

H efektivní hloubka pod povrchem [m] 800

K: konvergenční koeficient Graf  
1 KonvergKoef\_dis

Kn: součinitel Graf  
1 SoucinitekKn\_dis

RMR: Geomechanický klasifikační koeficient Graf  
1 Ivorba RMR

9:20:48 Uloží do schránky aktuální stav okna - KOTVENÍ - Program výpočtu spolehlivosti kotvení důlní výztuže

**Pravid.vypocet šíření únav.trhlin v taž.pásnicích cyklicky namáhaných konstrukcí (Verze : 1.112.0)**

Funkce Nastavení Nápvěda

**Vstupní údaje**

Šíření únavových trhlin z okraje

Počet roků n zac / krok / kon 0 / 5 / 100

Návrhová pravděpodobnost pd 2.277E-2

Šířka pásnice bf [mm] 400 Tloušťka pásnice tf [mm] 25

Materiálová konstanta C 2.2E-13 Materiálová konstanta m 3

**Parametry histogramu**

Eps 1E-7

Intervál n 32

Param / Prvot. data	Typ	Mi	Sigma
Rozkmit špiček napětí DeltaS [MPa]	Parametricky	Normální	30 3
Celkový počet rozkmitů za 1 rok	Parametricky	Normální	1E6 1E5
Mez kluzu materiálu Fy [MPa]	Parametricky	LogNormal_2P	280 28
Nominální napětí v pásnici Sigma [MPa]	Parametricky	Normální	200 20
Počáteční velikost trhliny a0 [mm]	Parametricky	LogNormal_2P	0.2 0.05
Nejmenší měřitelný rozměr trhliny ad [mm]	Parametricky	Normální	10 0.6

**Výsledky**

Rozkmit špiček napětí R = DeltaSigma\*tm

Odolnost konstrukce R(ad)

Odolnost konstrukce R(aac)

Celkový počet rozkmitů Nn za n-let

Funkce spolehlivosti pro jev U = Rad - Sn

Funkce spolehlivosti pro jev F = Raac - Sn

Rok : 100

p ( U ) = 1.15398E-01  
p ( D ) = 5.47021E-01  
p ( F ) = 3.37581E-01

**Graf prohlídky konstrukce**  
Šíření únavových trhlin z okraje

Čas první prohlídky na konstrukci : mezi roky : 53 - 60

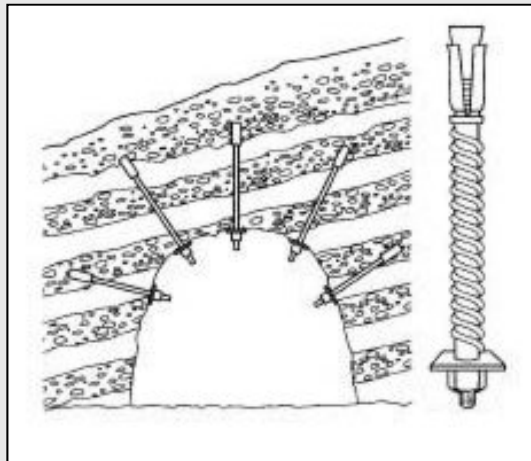
9:03:53

# Samostatný systém pro návrh kotevní výztuže důlních děl



Návrh kotevní výztuže vyžaduje pro dané podmínky určit zejména:

- délku kotev (svorníků)
- jejich počet a rozmístění v okolí důlního nebo podzemního díla
- parametry kotev (typ, materiál, průměr, atd.) určujících jejich únosnost
- zatížení kotev



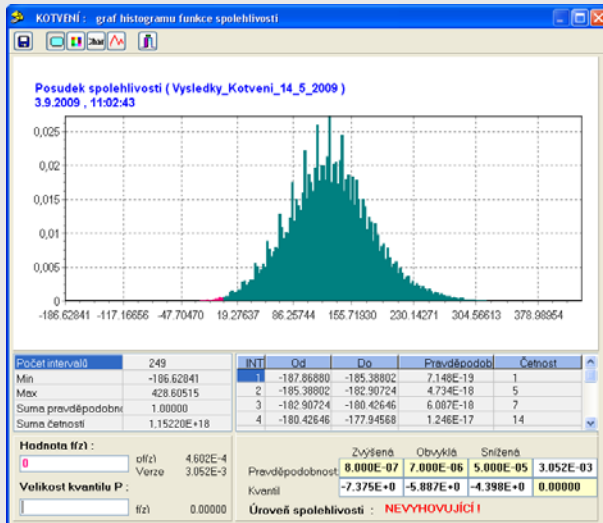
# Samostatný systém pro návrh kotevní výztuže důlních děl



Vypracován programový systém „Anchor“ (Kotvení) pro navrhování a pravděpodobnostní posouzení kotevní výztuže metodou POPV.

## Výstup:

- délka  $l$
- počet  $n$
- únosnost  $Q_{sv}$  kotevní výztuže



**Zadání 1.**

Název: Vysledky\_Kotveni\_Komb\_Vyz

B	Šířka důlního díla [m]	Graf	B*	[m]
1	Širka_Duľního_díla.dis		4.99805	
			2B*	9.99609

**Horninové poměry nad důlním dílem:**

Vrstva č.	Druh horniny	Pevnost v jednoosém tlaku [MPa]	Mocnost [m]	Graf
1	Prachovec	Pevnost_PRACHOVEC.dis	5.39609	
2	Uhlí_popeľ_do_10%	Pevnost_UHLI.dis	.1	
3	Jilovec	Pevnost_JILOVEC.dis	2	
4	Uhlí_popeľ_10-20%	Pevnost_UHLI.dis	1	
5	Pískovec_jemnozrný	Pevnost_PISKOVEC_JEMNOZRNÝ.dis	.2	
6	Pískovec_hrubozrný	Pevnost_PISKOVEC_HRUBOZRNÝ.dis	3	
7	Pískovec_střednězrný	Pevnost_PISKOVEC_STREDNEZRNÝ.dis	1	
8				
9				
10				

**Zadání 2.**

Kombinovaná výztuž

q	Údop podpěrné výztuže (kombinovaná výztuž) [MPa]	Graf
1	ÚdopPodVyzt.dis	

gamma: Objemová hmotnost hornin [kN]

d1: vnější průměr svorníků [mm] 20

d2: vnitřní průměr svorníků [mm] 0

n: počet kotev 5

ds: vzdálenost kotev [mm] 1000

Beta: souč. vrstevnatosti (z tabulky) 7.60000E-1

H: efektivní hloubka pod povrchem [m] 800

K: konvergenční koeficient

Kn: součinitel

RMR: Geomechanický klasifikační koeficient

Pracovní plocha programu

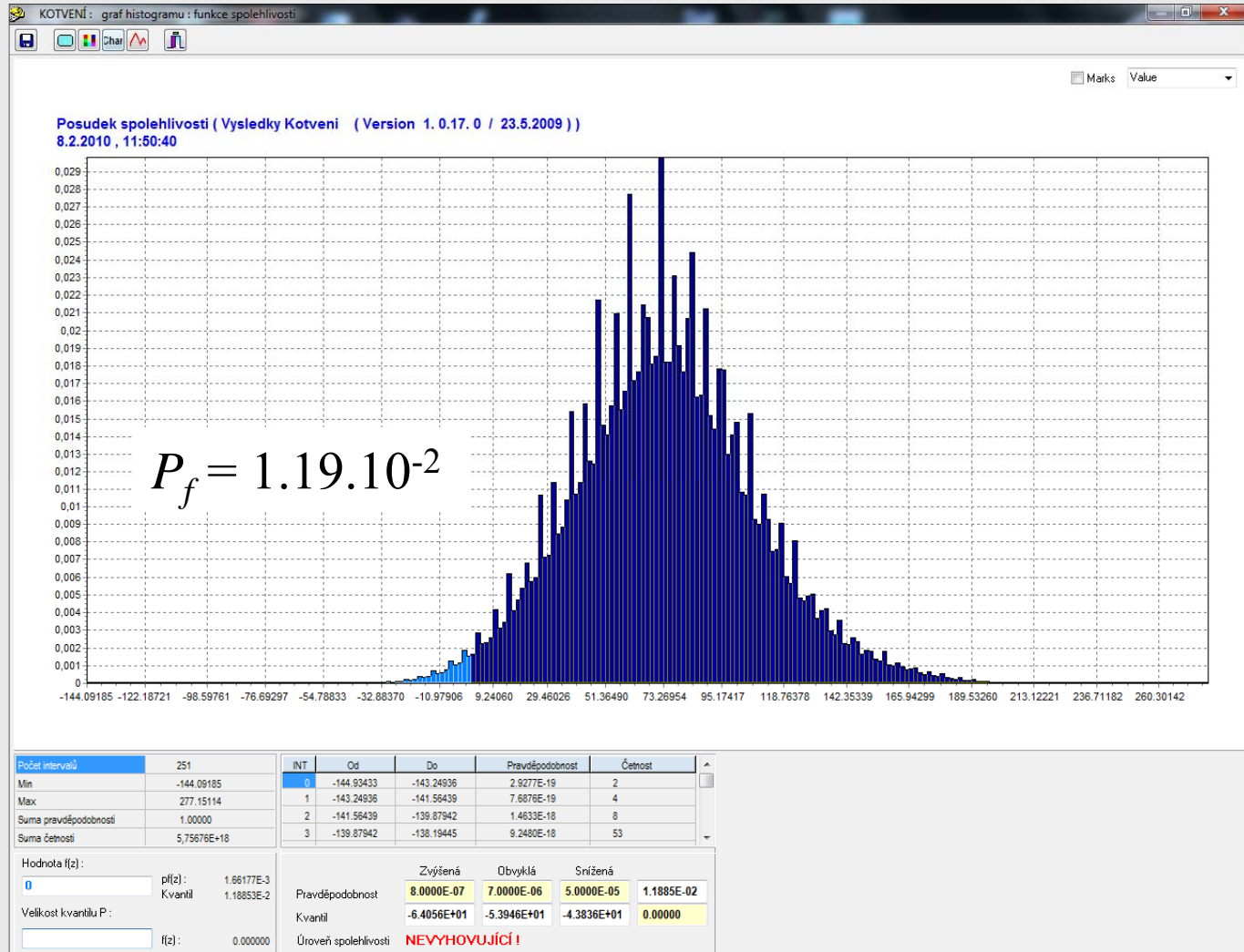
Histogram funkce spolehlivosti s výslednou pravděpodobností poruchy  $P_f = 3,05 \cdot 10^{-3}$  pro 4 kotvy na 1 m díla

# Posudek spolehlivosti kotvení důlní výztuže



$$FS = Q_{sv} - Q$$

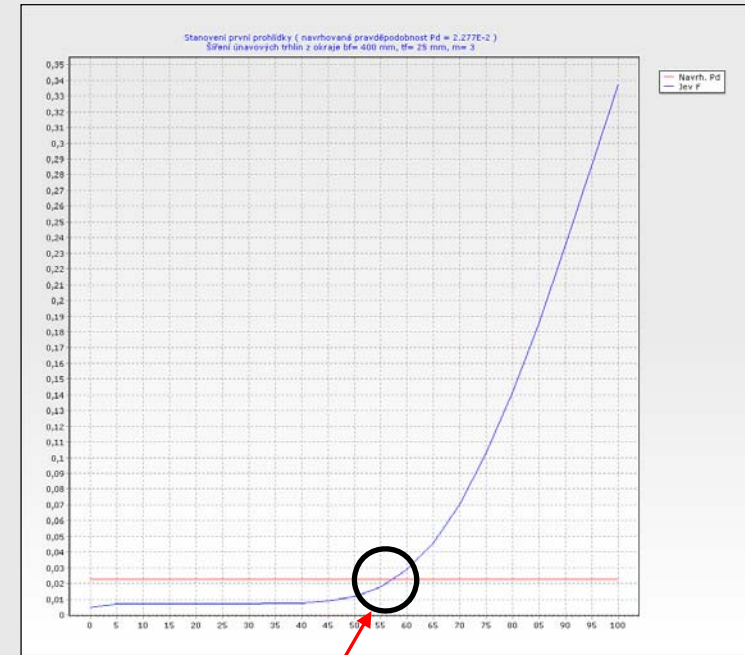
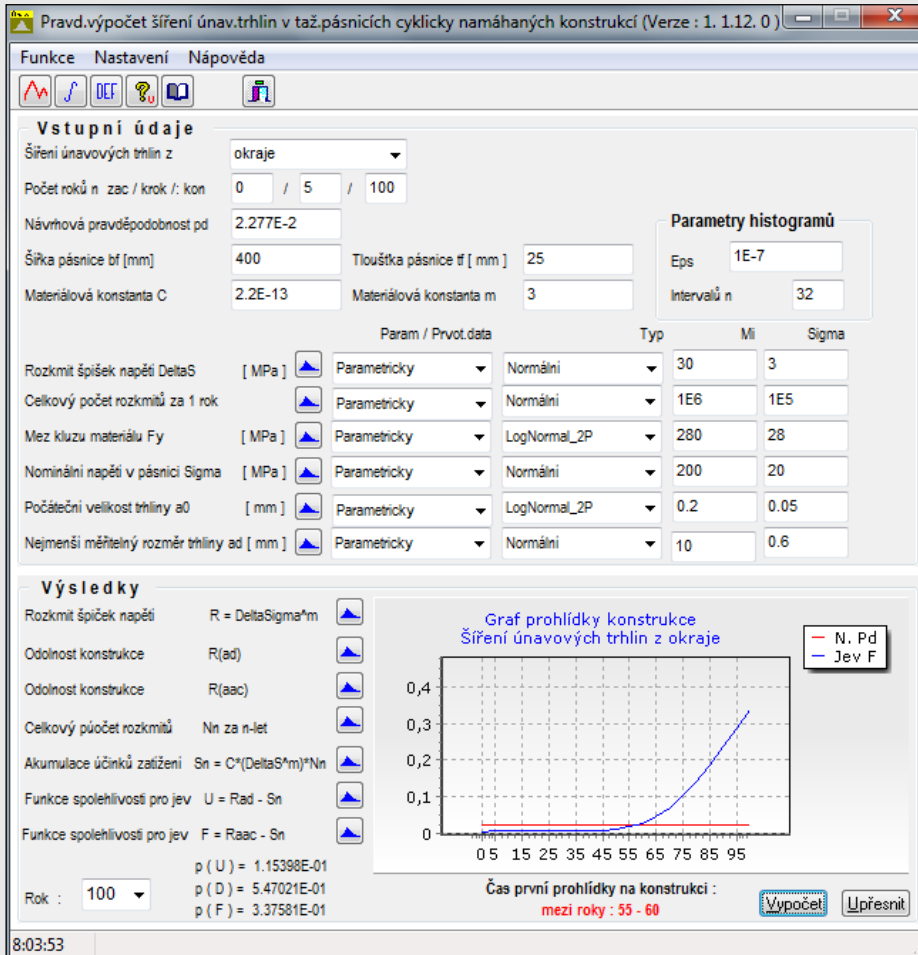
Výsledné  
pravděpo-  
dobnostní  
posouzení  
spolehlivosti  
důlního a  
podzemního  
díla -  
histogram  
funkce  
spolehlivosti  
**RF**



# Software pro pravděpodobnostní výpočet šíření únavových trhlin



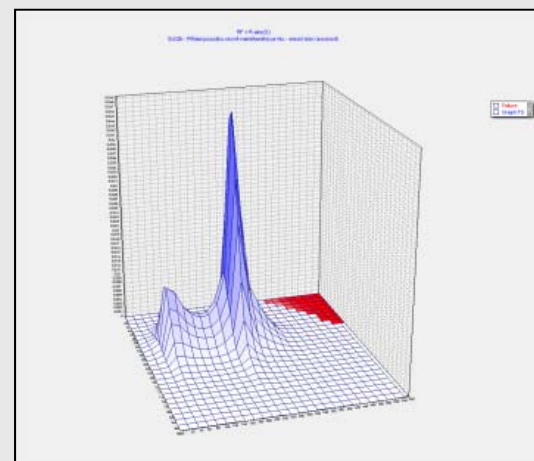
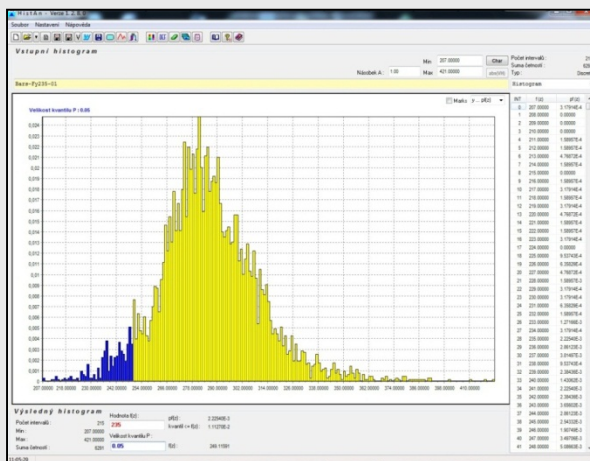
## Program „FCProbCalc“ (Fatigue Crack Probability Calculation)



Výsledkem pravděpodobnostního výpočtu je doba první prohlídky, zaměřené na únavové poškození konstrukce.



# Závěry



## Přednáška:

- demonstrovala, že metoda POPV se jeví jako **efektivní prostředek** pro získání řešení u řady pravděpodobnostních úloh stavební mechaniky,
- byla zaměřena na **základní výpočetní algoritmus metody** i **pokročilejší optimalizační techniky**, které umožňují snížení výpočetních operací při zachování korektnosti řešení,
- naznačila další směr vývoje této pravděpodobnostní metody.

# Děkuji za pozornost!

