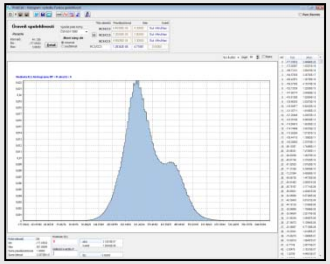
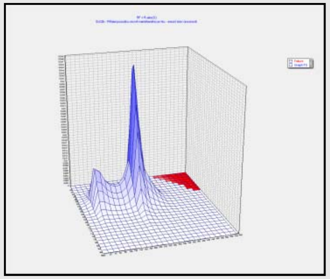
Metoda Přímého Optimalizovaného Pravděpodobnostního Výpočtu v úlohách stavební mechaniky





doc. Ing. Martin Krejsa, Ph.D.

Katedra stavební mechaniky
Fakulta stavební
Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

Osnova přednášky

- Úvod do pravděpodobnostních metod a pravděpodobnostního posuzování spolehlivosti
- Metoda Přímého Optimalizovaného Pravděpodobnostního Výpočtu – **POPV**:
  - Podstata metody, základní výpočetní algoritmus
  - Aplikace metody POPV v programovém systému ProbCalc
    - Program HistAn - analýza 1 náhodné proměnné
    - Program HistOp - jednoduché aritmetické operace se 2 náhodnými proměnnými
    - Programu ProbCalc – složitější pravděpodobnostní výpočty a posouzení spolehlivosti
  - Přehled optimalizačních technik, používaných u metody **POPV**
  - Aplikace metody **POPV**

Spolehlivost stavebních konstrukcí

- Spolehlivost je obecně definovaná jako vlastnost věci sloužit účelu, pro který byla zhotovena.
- Spolehlivost konstrukce nebo nosného prvku – schopnost plnit stanovené požadavky za určených podmínek během návrhové životnosti.
  - Bezpečnost,
  - Hospodárnost,
  - Životnost (trvanlivost) a použitelnost dílců a soustav navrhované nebo posuzované konstrukce.

foto: doc. Ing. Karel Kubečka, Ph.D.

Nahodile proměnné veličiny

Náhodnost se uplatňuje u každé části systému, zejména:

- Konstrukce:
  - vlastnosti materiálu
  - geometrické nepřesnosti:
    - imperfekce
    - průřezové charakteristiky
- Zatížení:
  - stálé zatížení
  - užitné zatížení
  - vítr
  - sníh
- Prostředí:
  - vlhkost (koroze)

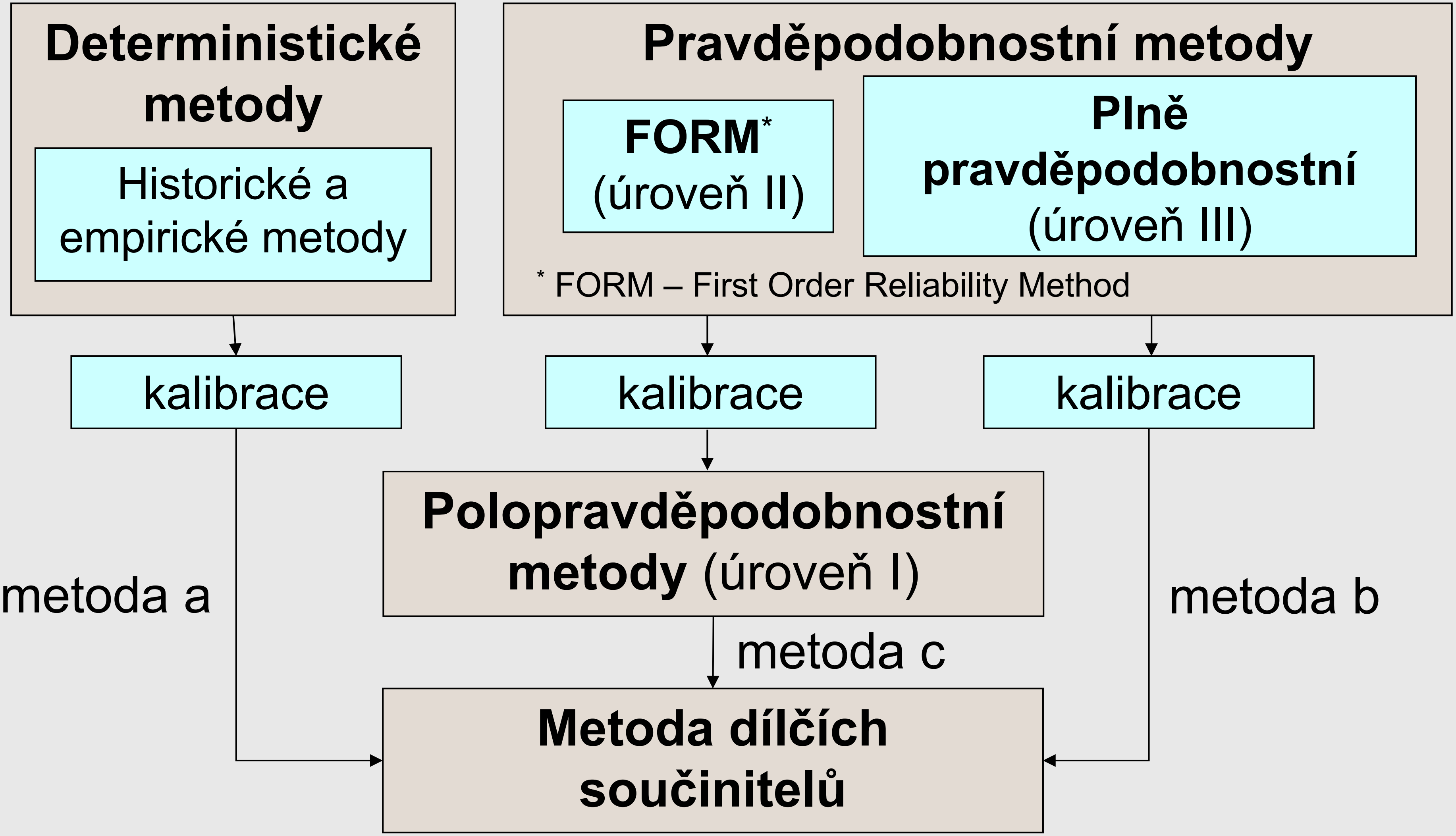
Dílčí součinitel spolehlivosti

- Snížení pravděpodobnosti překročení mezního stavu únosnosti se provádí úpravou **charakteristických hodnot** zatížení a vlastností materiálu, tedy zaváděním **návrhových hodnot**, dílčími součiniteli spolehlivosti γ.

$$S_d = S_k.\gamma \qquad R_d = \frac{R_k}{\gamma_M} \qquad \gamma \geq 1$$

- Charakteristické hodnoty základních veličin (zatížení, geometrické a materiálové vlastnosti) jsou odvozeny ze statistických charakteristik těchto veličin.
- Metodika výpočtu se podle EC zavádí v celé EU, ale některé číselné hodnoty se volí v každé zemi individuálně – Národní předmluva a Národní příloha.

Přehled spolehlivostních metod



Pravděpodobnostní přístup

- Míra spolehlivosti se v metodách II. a III. úrovně vyjadřuje prostřednictvím pravděpodobnostních ukazatelů spolehlivosti (index spolehlivosti β, pravděpodobnost poruchy p_f).

- Kritérium spolehlivosti:

$$p_f \leq p_d \qquad \beta_d < \beta$$

  p_f ... pravděpodobnost poruchy
  p_d ... návrhová pravděpodobnost

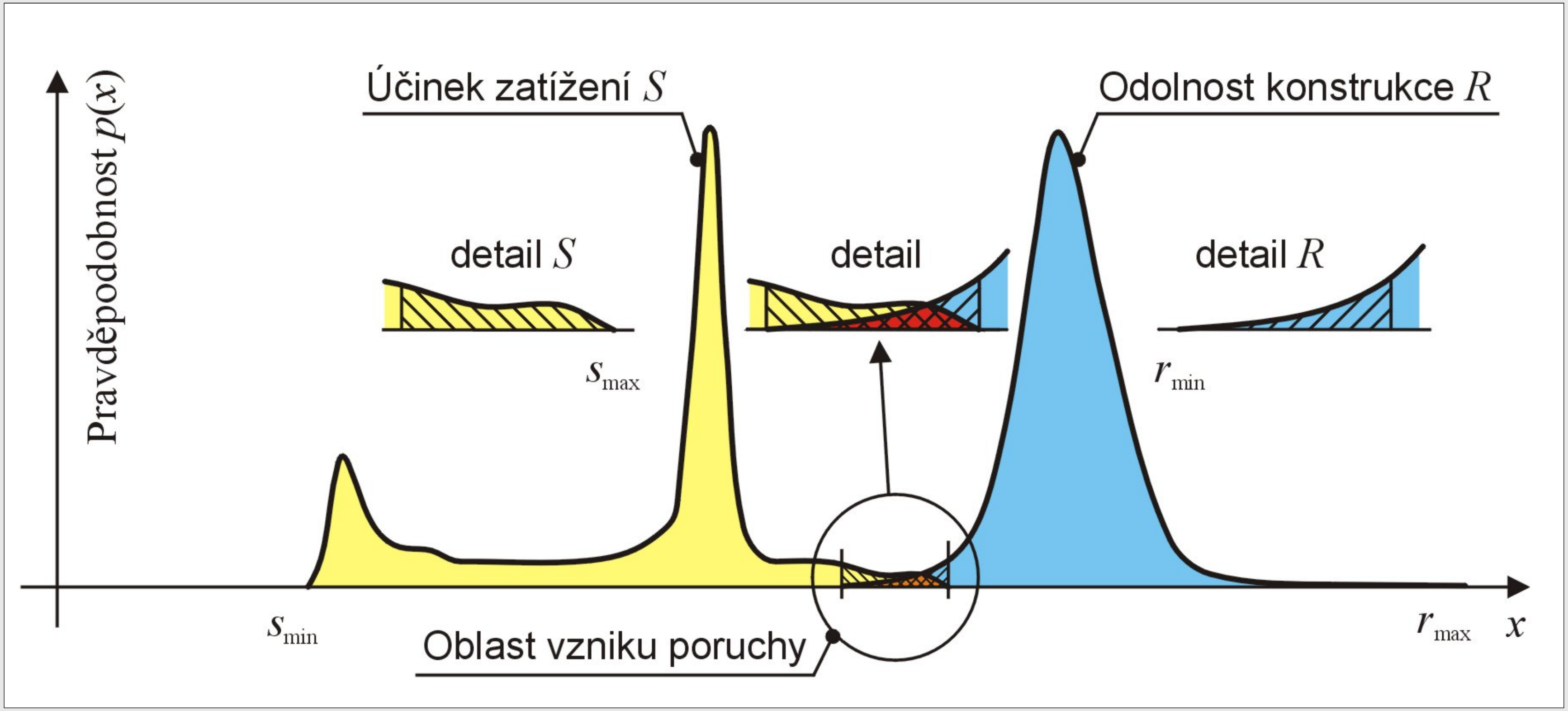
- Funkce spolehlivosti:

$$RF = R - S$$

  R ... odolnost konstrukce
  S ... účinek zatížení

$$p_f = P(RF = R - S < 0)$$

Výpočet pravděpodobnosti poruchy



Porucha nastane, je-li splněna podmínka: $RF < 0$ kde $RF = R - S$

S … účinek zatížení

R … odolnost konstrukce

Návrhová pravděpodobnost p_d

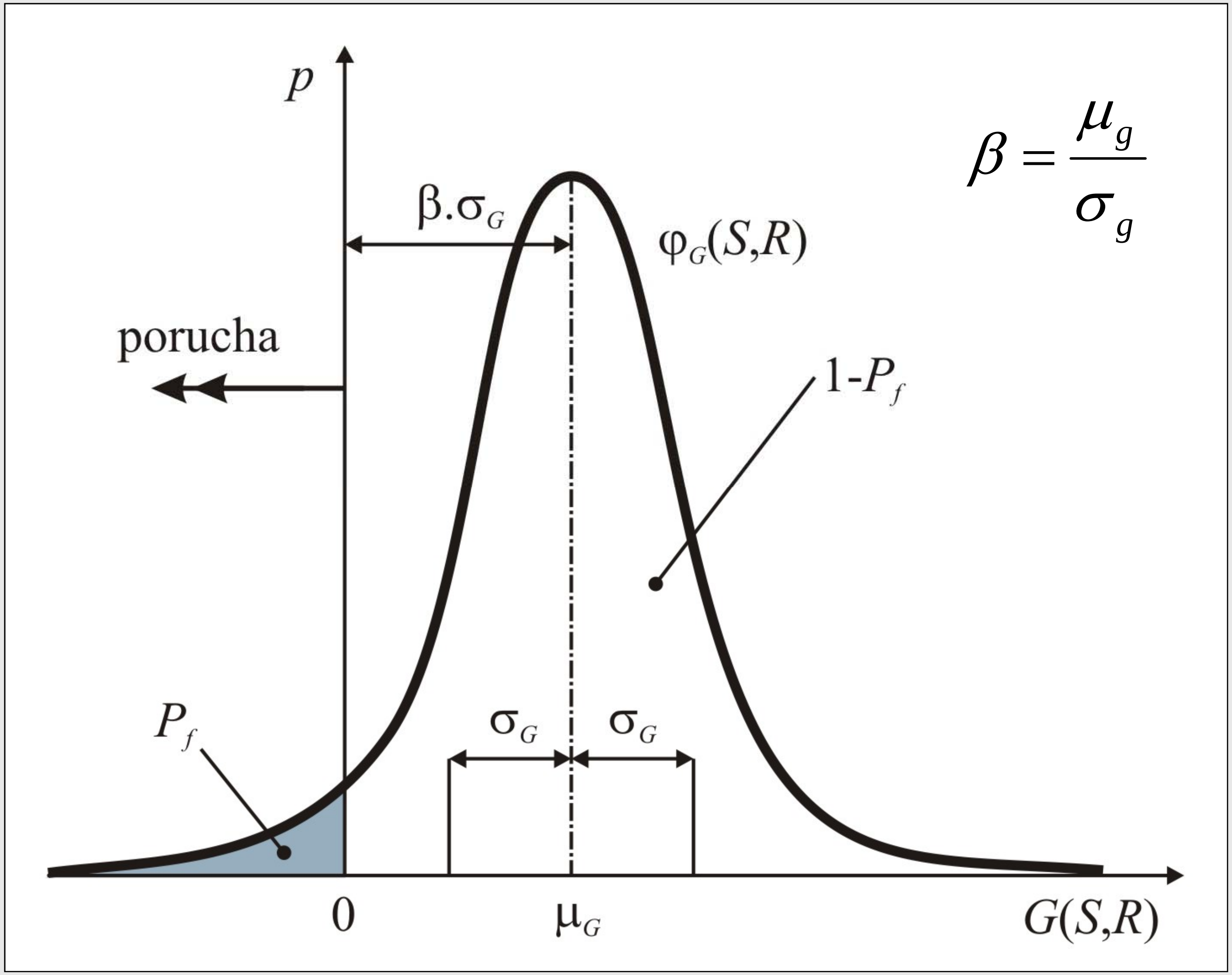
Třída (úroveň) spolehlivosti	**Minimální hodnoty β**		p_d
	referenční doba 1 rok	referenční doba 50 let	
RC3 (velké důsledky)	5,2	4,3	$8{,}4\cdot10^{-6}$
RC2 (střední důsledky)	4,7	3,8	$7{,}2\cdot10^{-5}$
RC1 (malé důsledky)	4,2	3,3	$4{,}8\cdot10^{-4}$

Doporučené minimální hodnoty indexu spolehlivosti β a návrhové pravděpodobnosti p_d pro mezní stav únosnosti podle ČSN EN 1990

Definice tříd následků podle EN 1990

Třídy Následků	*Popis*	*Příklady pozemních nebo inženýrských staveb*
CC3	**Velké následky s ohledem na** ztráty lidských životů nebo **velmi významné následky ekonomické,** sociální nebo pro prostředí	Stadióny, budovy určené pro veřejnost, kde jsou následky poruchy vysoké (např. koncertní sály)
CC2	**Střední následky s ohledem** na ztráty lidských životů nebo **značné následky ekonomické,** sociální nebo pro prostředí	Obytné a administrativní budovy určené pro veřejnost, kde jsou následky poruchy středně závažné (např. kancelářské budovy)
CC1	**Malé následky s ohledem na** ztráty lidských životů nebo **malé/zanedbatelné následky** ekonomické, sociální nebo pro prostředí	Zemědělské budovy, kam lidé běžně nevstupují (např. budovy pro skladovací účely, skleníky)

Pravděpodobnost poruchy p_f a index spolehlivosti β



$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g}$$

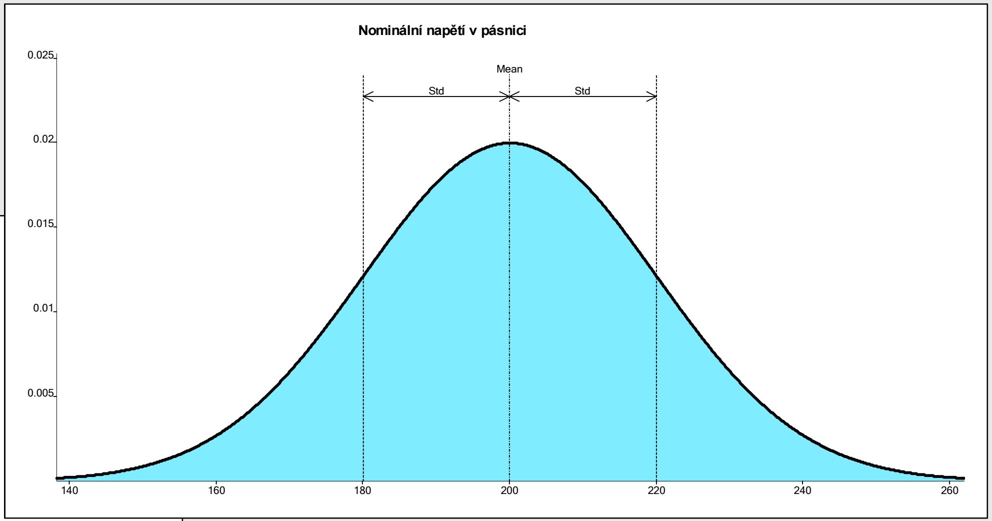
β představuje geometricky vzdálenost průměru μ_g rezervy spolehlivosti G od počátku, stanovenou v jednotkách směrodatné odchylky σ_g .

(Ne)parametrické rozdělení pravděpodobnosti

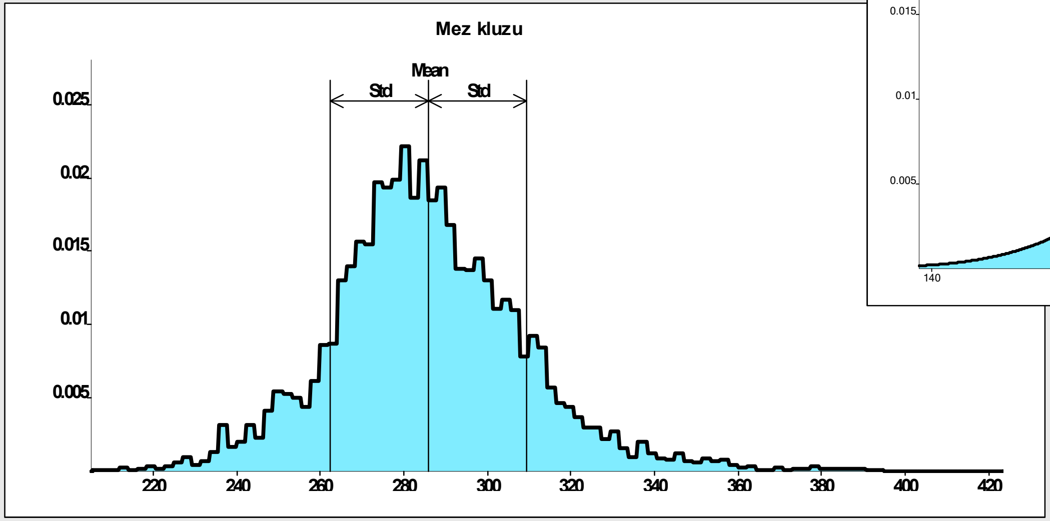
Parametrická rozdělení pravděpodobnosti popsány analytickou funkcí – např. obecný vzorec funkce hustoty normálního (Gaussova) rozdělení

$$f(x|\mu,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Parametry - charakteristiky rozdělení náhodné veličiny (např. μ střední hodnota a σ směrodatná odchylka)



Neparametrické (empirické) rozdělení pravděpodobnosti



definovány na základě měření, často i dlouhodobých

Výpočet pravděpodobnosti poruchy

Analýza spolehlivosti vede k odhadu pravděpodobnosti poruchy:

$$p_f = \int_{D_f} f(X_1, X_2, \ldots, X_n) \mathrm{d}X_1, \mathrm{d}X_2, \ldots, \mathrm{d}X_n$$

kde D_f je oblast poruchy a $f(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ funkce sdružené hustoty pravděpodobnosti náhodných veličin $f(X_1, X_2, \ldots, X_n)$.

Určení pravděpodobnosti poruchy p_f na základě explicitního výpočtu integrálu bývá velice obtížné.

Pravděpodobnostní metody

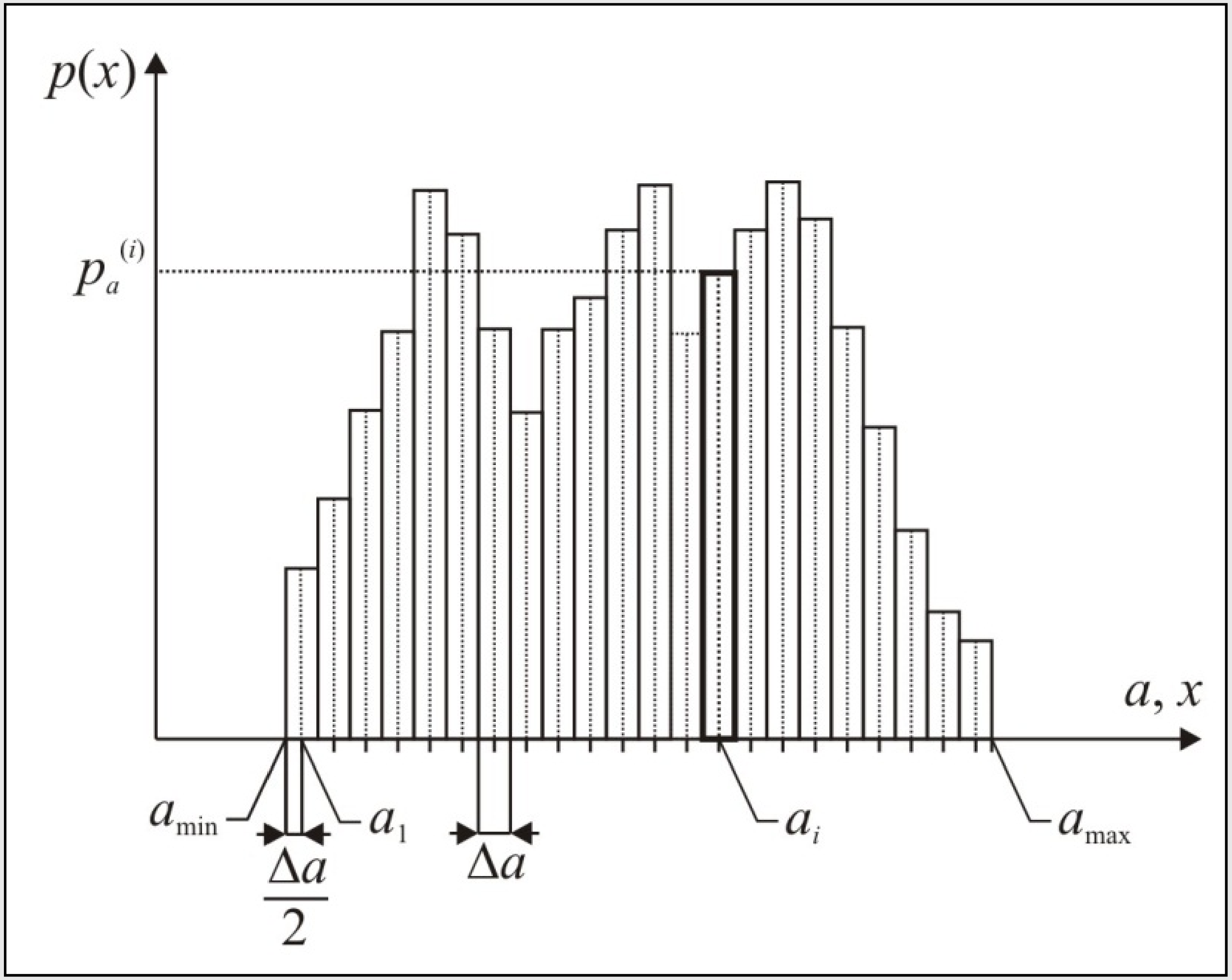
- Simulační metody
  - Prostá simulace Monte Carlo
  - Stratifikované simulační techniky
    - Latin Hypercube Sampling – LHS
    - Stratified Sampling - SC
  - Pokročilé simulační metody:
    - Importance Sampling – IS
    - Adaptive Sampling – AS
    - Directional Sampling – DS
    - Line Sampling – LS
- Aproximační metody
  - First (Second) Order Reliability Method - FORM (SORM)
  - Metody výběru vhodného rozdělení pravděpodobnosti založené na náhodném výběru rezervy spolehlivosti
  - Perturbační techniky
  - Metody plochy odezvy
    - Response Surface - RS
- Numerické metody
  - Přímý Optimalizovaný Pravděpodobnostní Výpočet - **POPV**

Přehled
např. [Novák, 2005]

Základní charakteristika metody POPV

- Pro množství úloh velmi efektivní výpočet.
- Výsledek pravděpodobnostního výpočtu je zatížen pouze numerickou chybou a chybou plynoucí z diskretizace vstupních a výstupních veličin.
- Na rozdíl od simulačních metod je výsledek pokaždé stejný.
- Stejně jako u jiných pravděpodobnostních metod jsou i u metody POPV vstupní proměnlivé náhodné veličiny (zatížení, geometrické a materiálové charakteristiky, imperfekce ad.) vyjádřeny histogramy s tzv. neparametrickým (empirickým) rozdělením pravděpodobnosti, přičemž metoda není omezena ani pro použití parametrických rozdělení pravděpodobnosti.

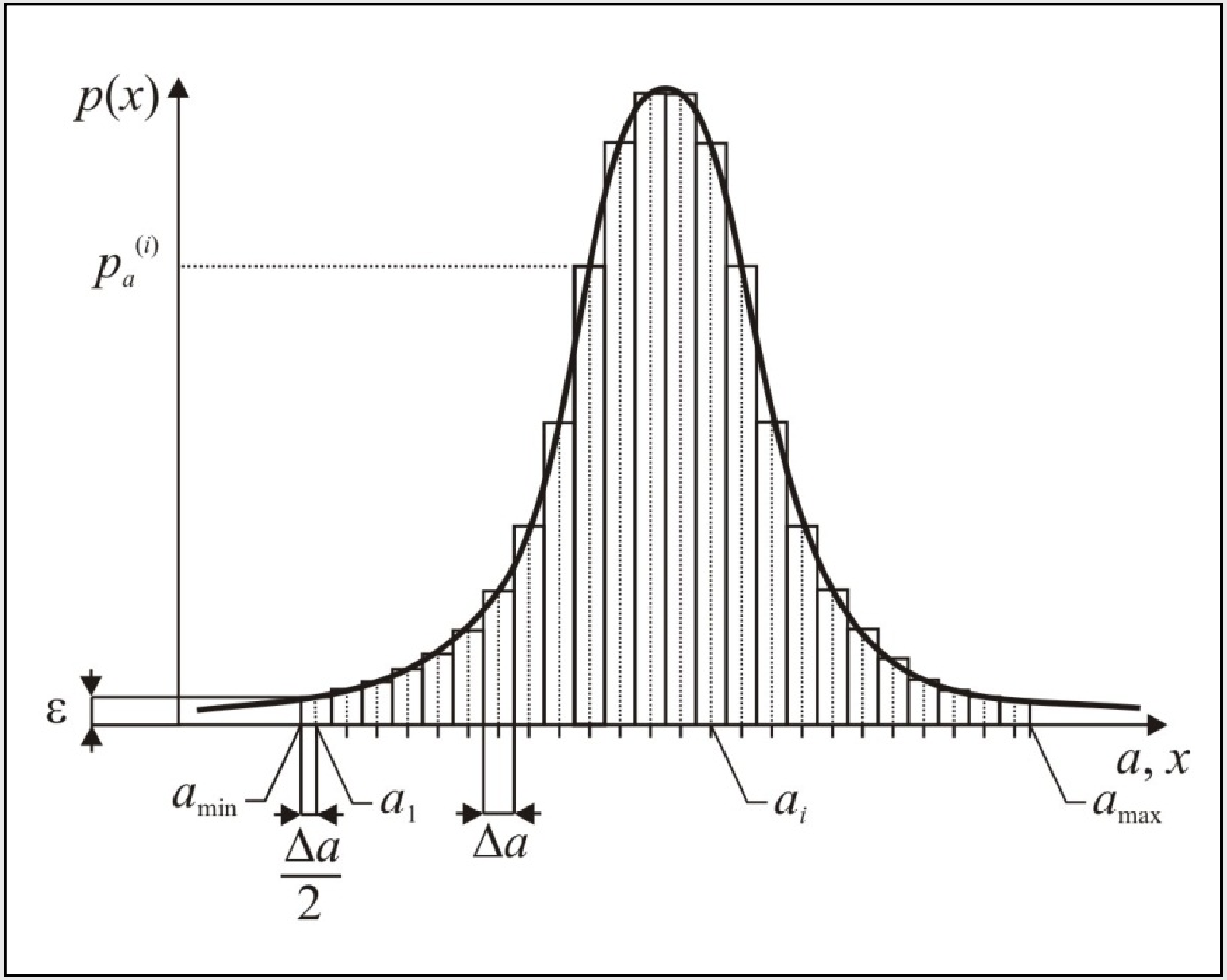
Histogram omezeného rozdělení pravděpodobnosti



Histogram omezeného diskrétního (discrete) rozdělení pravděpodobnosti

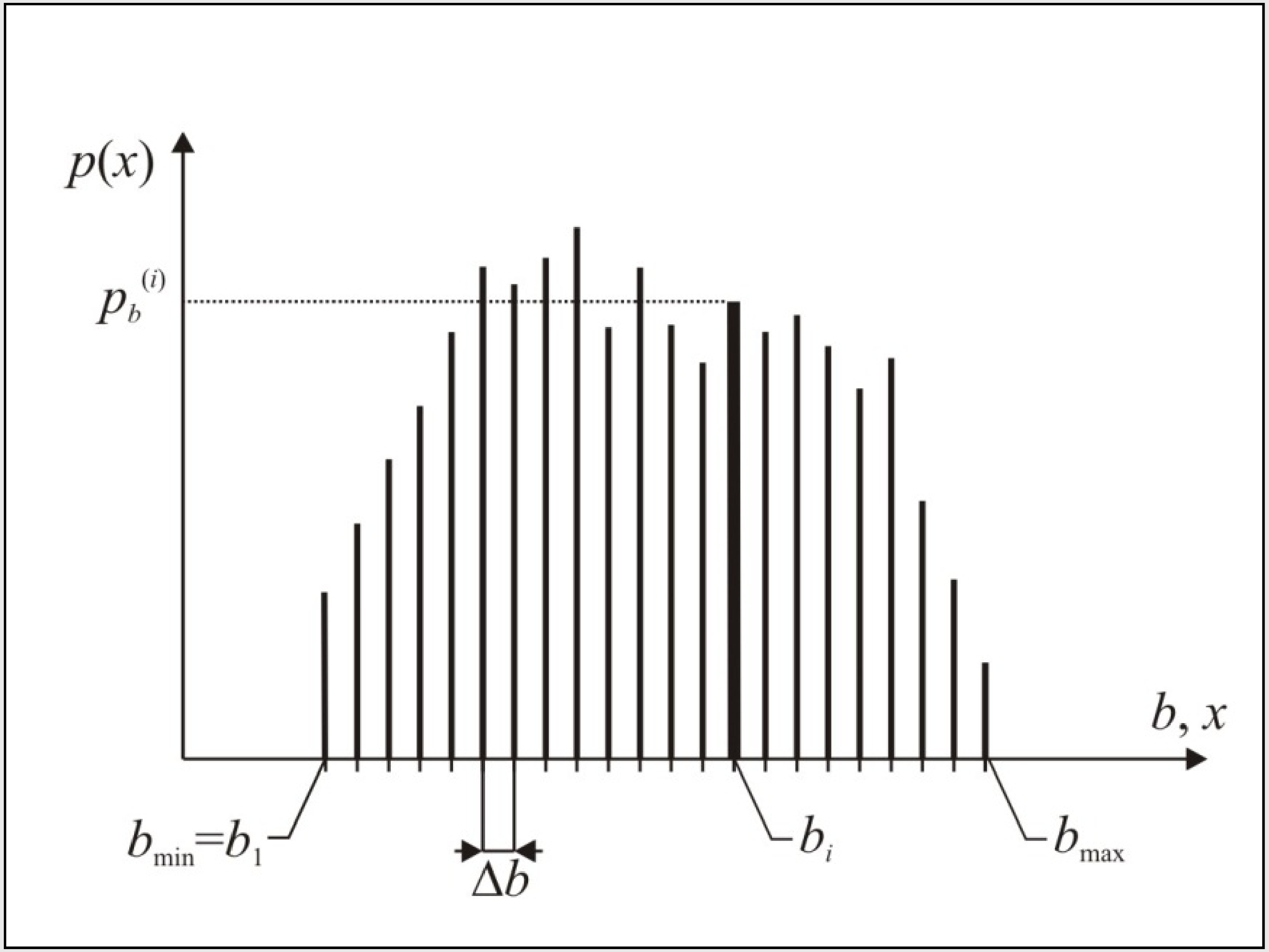
Histogram omezeného rozdělení pravděpodobnosti

Histogram aproximace parametrického rozdělení pravděpodobnosti omezeným diskrétním (discrete) rozdělením pravděpodobnosti



Histogram čistě diskrétního rozdělení pravděpodobnosti

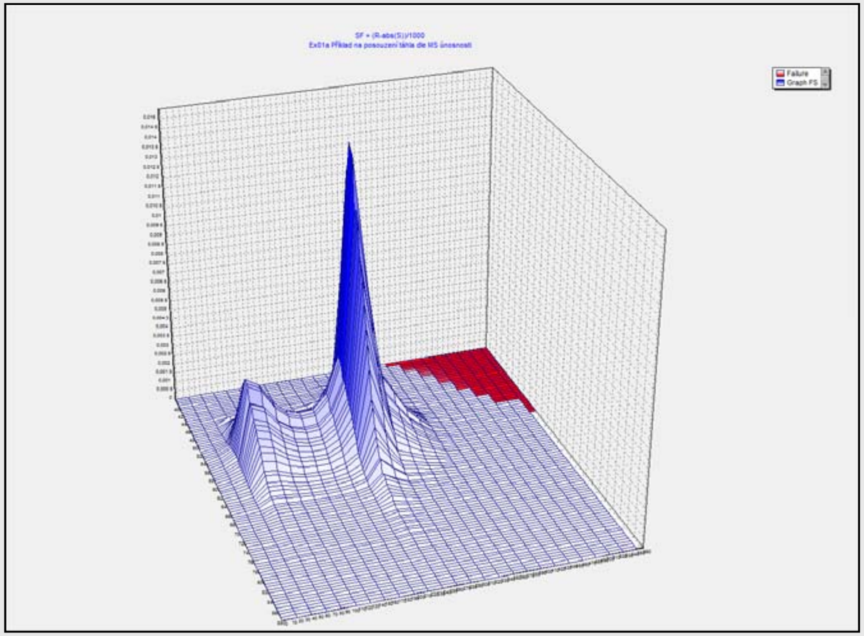
Histogram čistě diskrétního (pure discrete) rozdělení pravděpodobnosti



Název metody POPV

- Původní označení metody Přímý Determinovaný Pravděpodobnostní Výpočet (PDPV) bylo odvozeno od skutečnosti, že postup výpočtu je pro danou úlohu jednoznačně determinován svým algoritmem, na rozdíl např. od metody Monte Carlo, kde se výpočetní data pro danou simulaci náhodně generují.

- Po konzultaci s odborníky zabývajícími se spolehlivostí konstrukcí byl název upřesněn na Přímý Optimalizovaný Pravděpodobnostní Výpočet - **POPV**.



Název metody POPV

- Pojem „optimalizovaný“ vychází z následující skutečnosti - počet náhodných veličin vstupujících do pravděpodobnostního výpočtu je omezen schopností danou úlohu numericky zvládnout. Při velkém počtu náhodně proměnných je totiž úloha časově velmi náročná i při dostupné výkonné výpočetní technice. Z tohoto důvodu byly navrženy a odladěny způsoby, které snižují počet numerických operací při zachování korektnosti výpočtu – tzv. optimalizační techniky.
- Velmi důležitý pro výsledný počet numerických operací a předpokládaný strojový čas výpočtu je rovněž počet tříd (intervalů) v jednotlivých vstupních histogramech.
- Podrobnosti viz http://www.fast.vsb.cz/popv

Podstata metody POPV

- Výpočetní algoritmus metody POPV vychází ze základních pojmů a postupů teorie pravděpodobnosti, které je pro názorné vysvětlení následující problematiky nutno blíže přiblížit.
- V případě, že má za určitých podmínek nastat jeden z n navzájem se vylučujících náhodných jevů (žádný z nich nemá větší možnost výskytu než jiný), pak lze tvrdit, že tyto náhodné jevy mají stejnou pravděpodobnost:

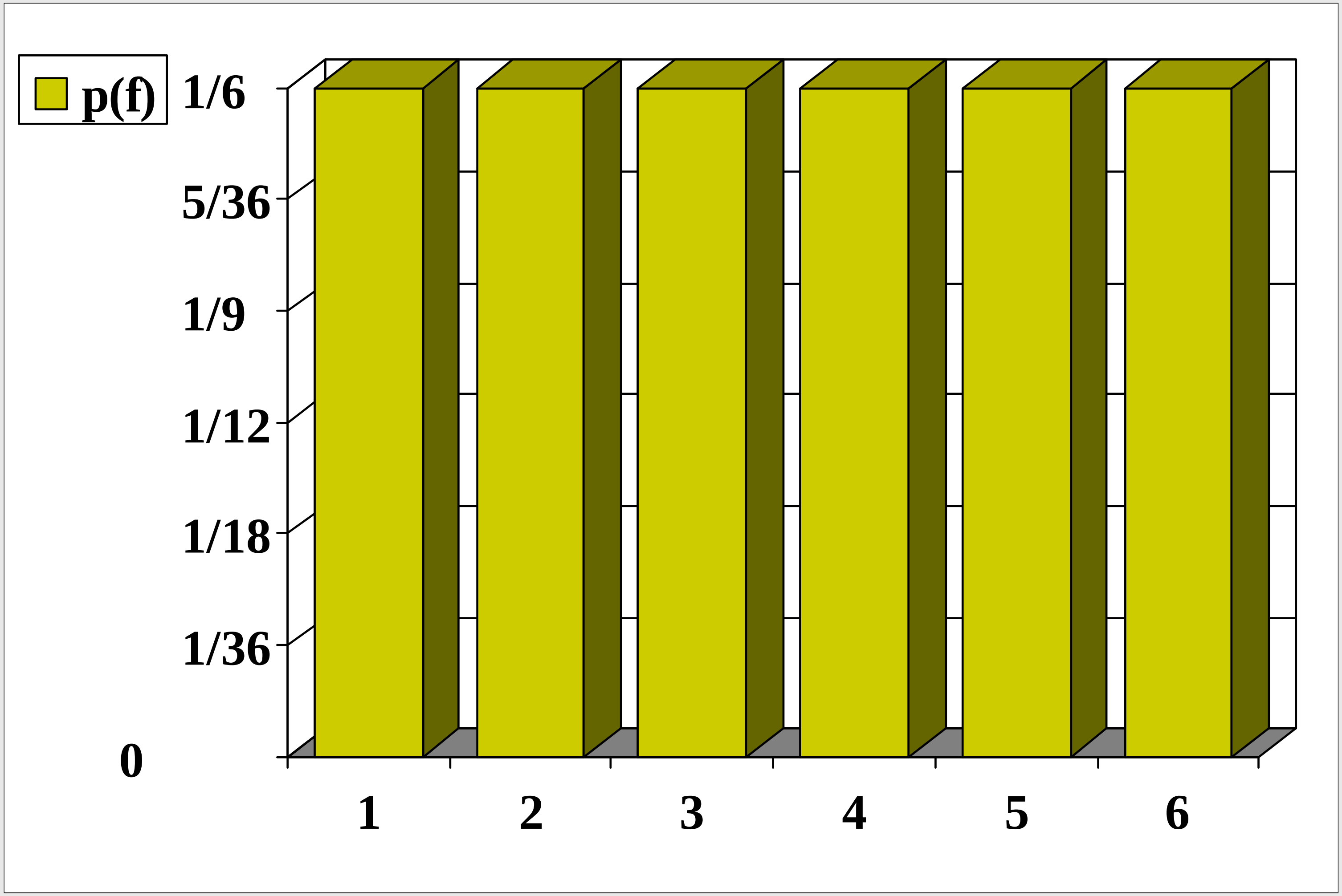
$$p = \frac{1}{n}$$

- Pravděpodobnost současného výskytu několika nezávislých jevů se rovná součinu pravděpodobností těchto jevů, pravděpodobnost výskytu stejného jevu z několika navzájem se vylučujících jevů se rovná součtu pravděpodobností těchto jevů.

Pravděpodobnost výskytu čísla při hodu hrací kostky

$$p_1 = \frac{1}{n}$$

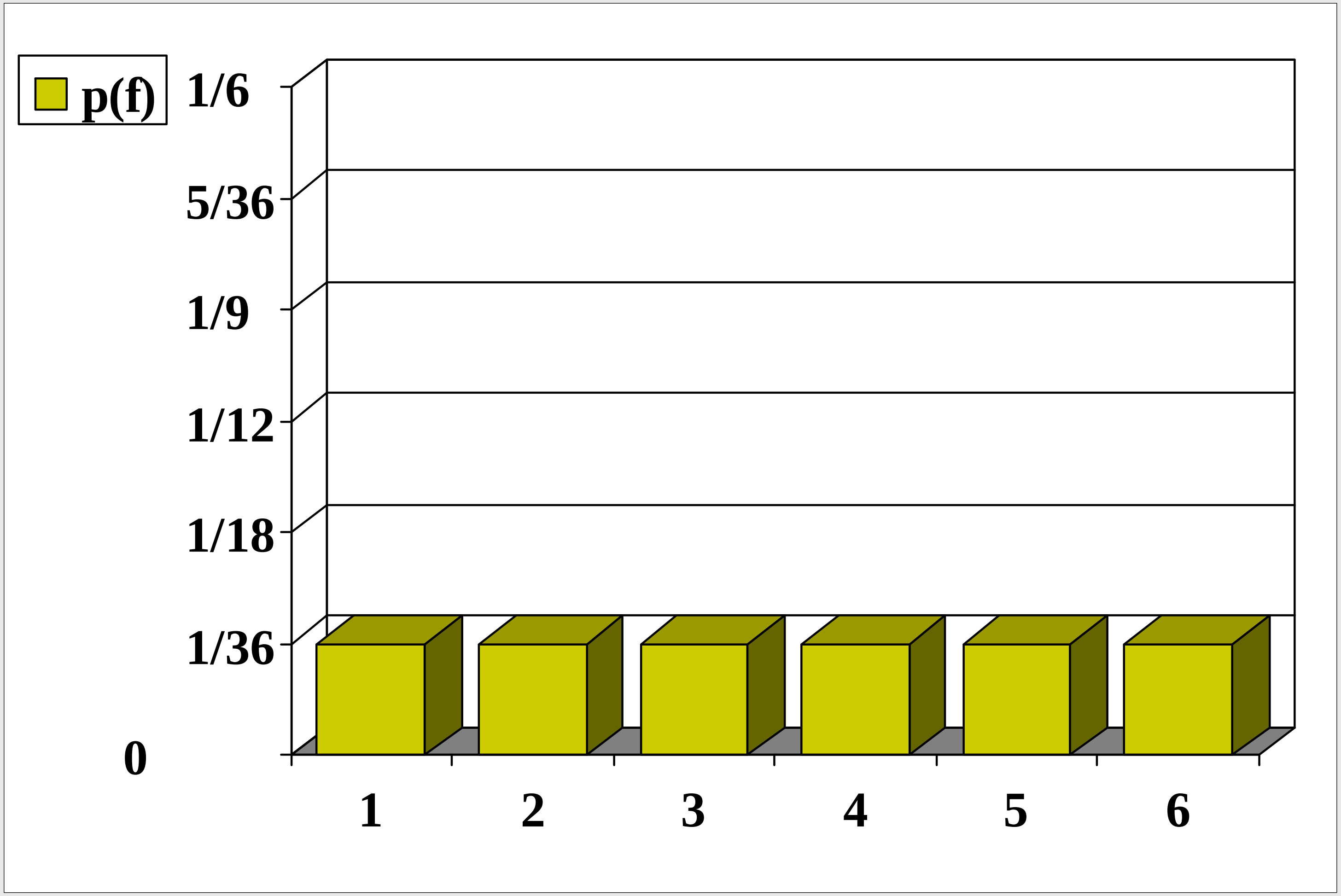
$$p_1 = \frac{1}{6} = 0{,}1\overline{6}$$



Pravděpodobnost výskytu čísla ve dvou hodech hrací kostky

$$p = p_1 . p_2$$

$$p_1 = \frac{1}{36} = 0{,}02\overline{7}$$

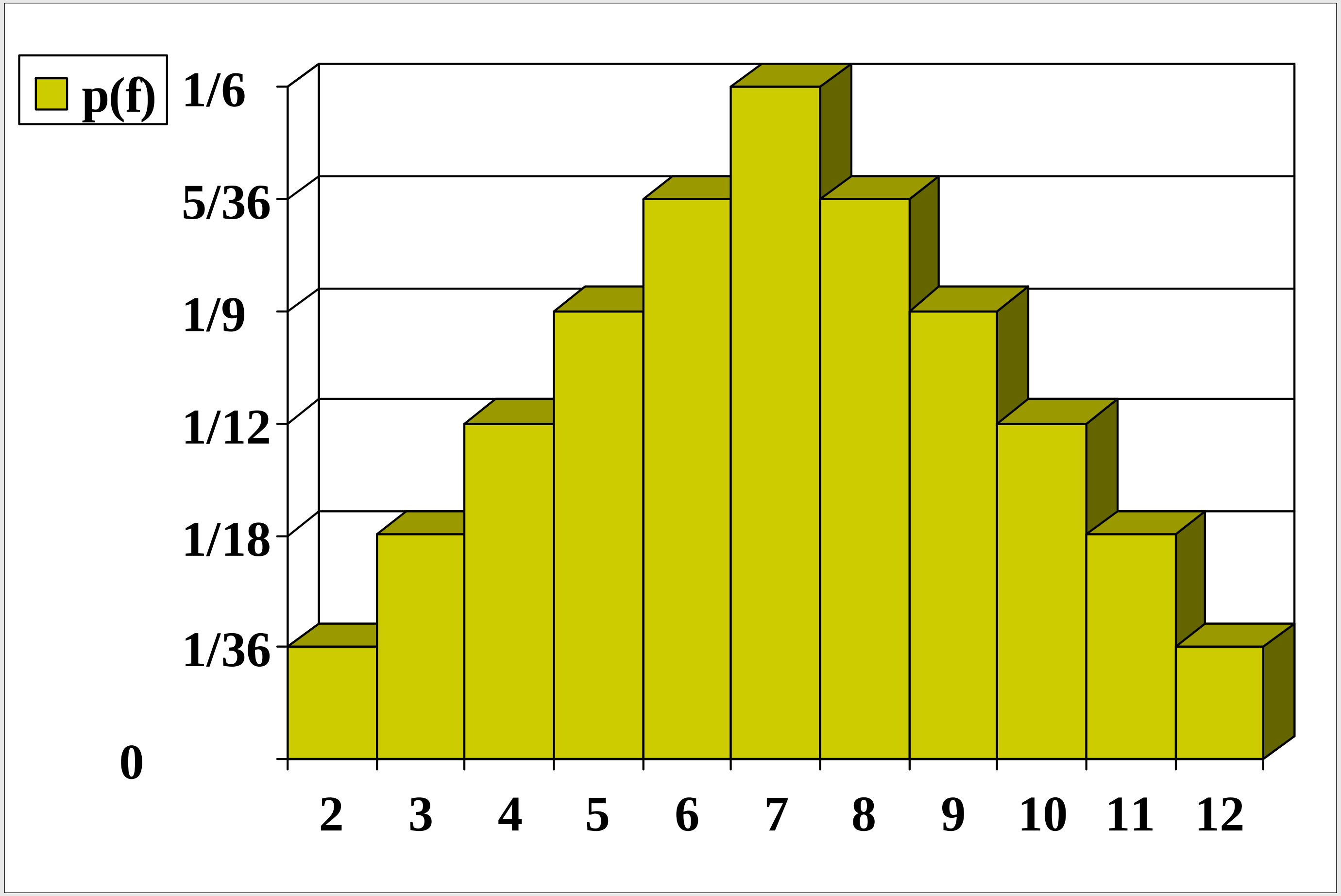


Pravděpodobnost součtu čísel ve dvou hodech hrací kostky

$$p(2) = \frac{1}{36}$$

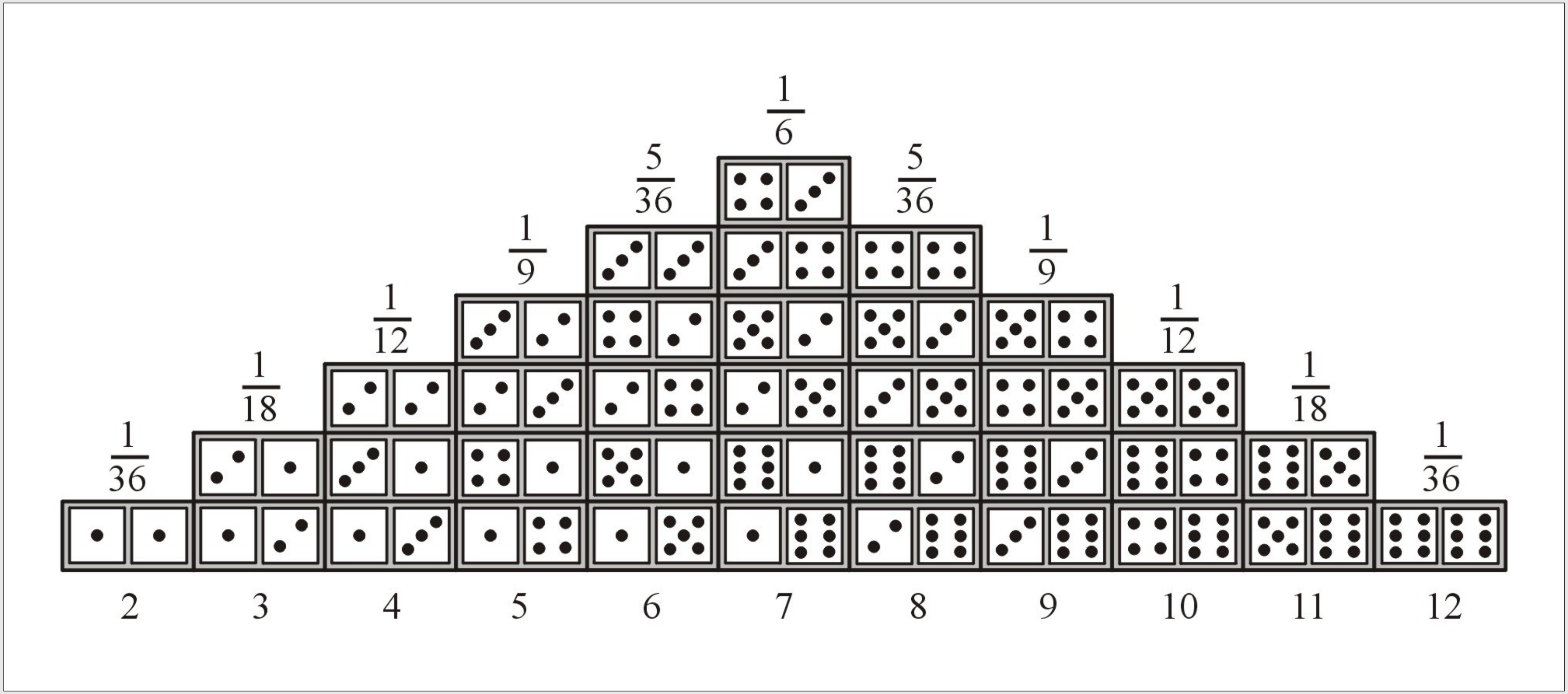
$$p(3) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{1}{18}$$

$$p(4) = \dots$$



Pravděpodobnost součtu čísel ve dvou hodech hrací kostky

Výsledné hodnoty součtu čísel ve dvou hodech hrací kostky - různé pravděpodobnosti, protože je více možností jak součet získat.

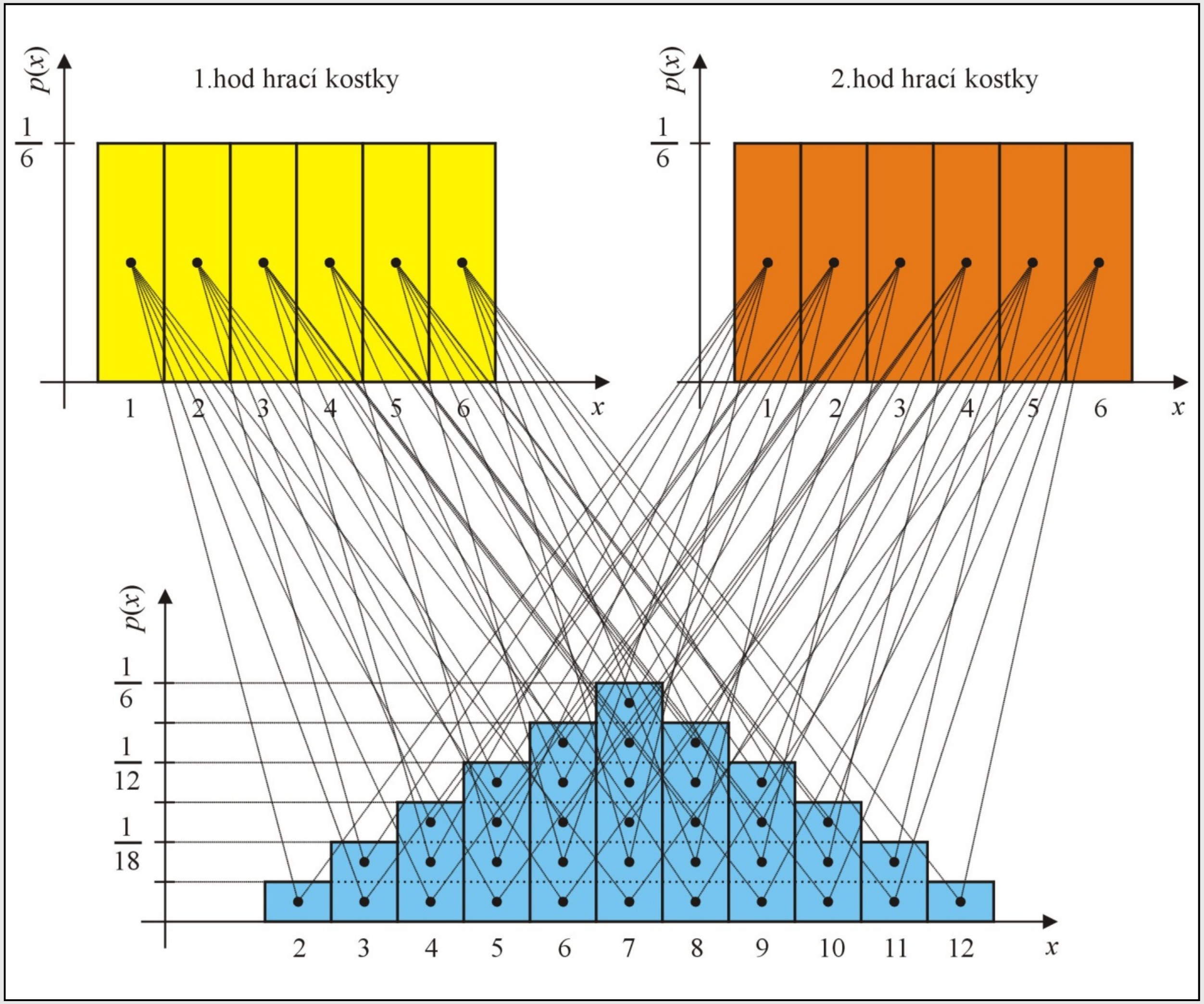


Pravděpodobnost <u>součtu</u> čísel ve dvou hodech hrací kostky

Princip sestavení výsledného histogramu pro součet čísel ve dvou hodech hrací kostky

Součet všech pravděpodobností je roven:

$$p_s = \sum_{i=2}^{12} p(s) = 1$$



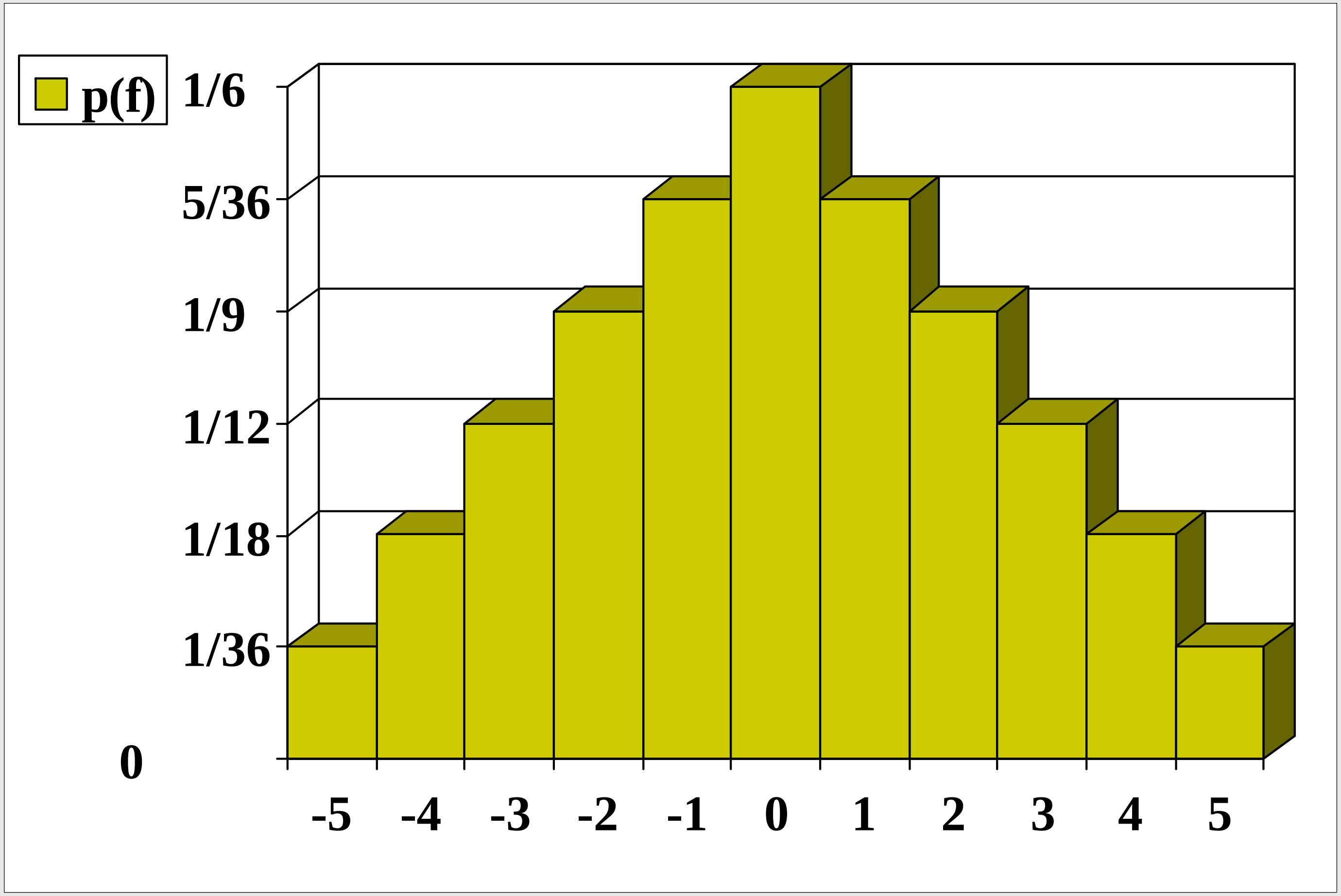
Pravděpodobnost rozdílu čísel ve dvou hodech hrací kostky

Naprosto shodným způsobem lze postupovat v případě součinu, rozdílu a podílu čísel ze dvou po sobě jdoucích hodů hrací kostkou.

$$p(5) = \frac{1}{36}$$

$$p(4) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{1}{18}$$

$$p(3) = \ldots$$



Pravděpodobnost **součinu** čísel ve dvou hodech hrací kostky

$$p(1) = \frac{1}{36}$$

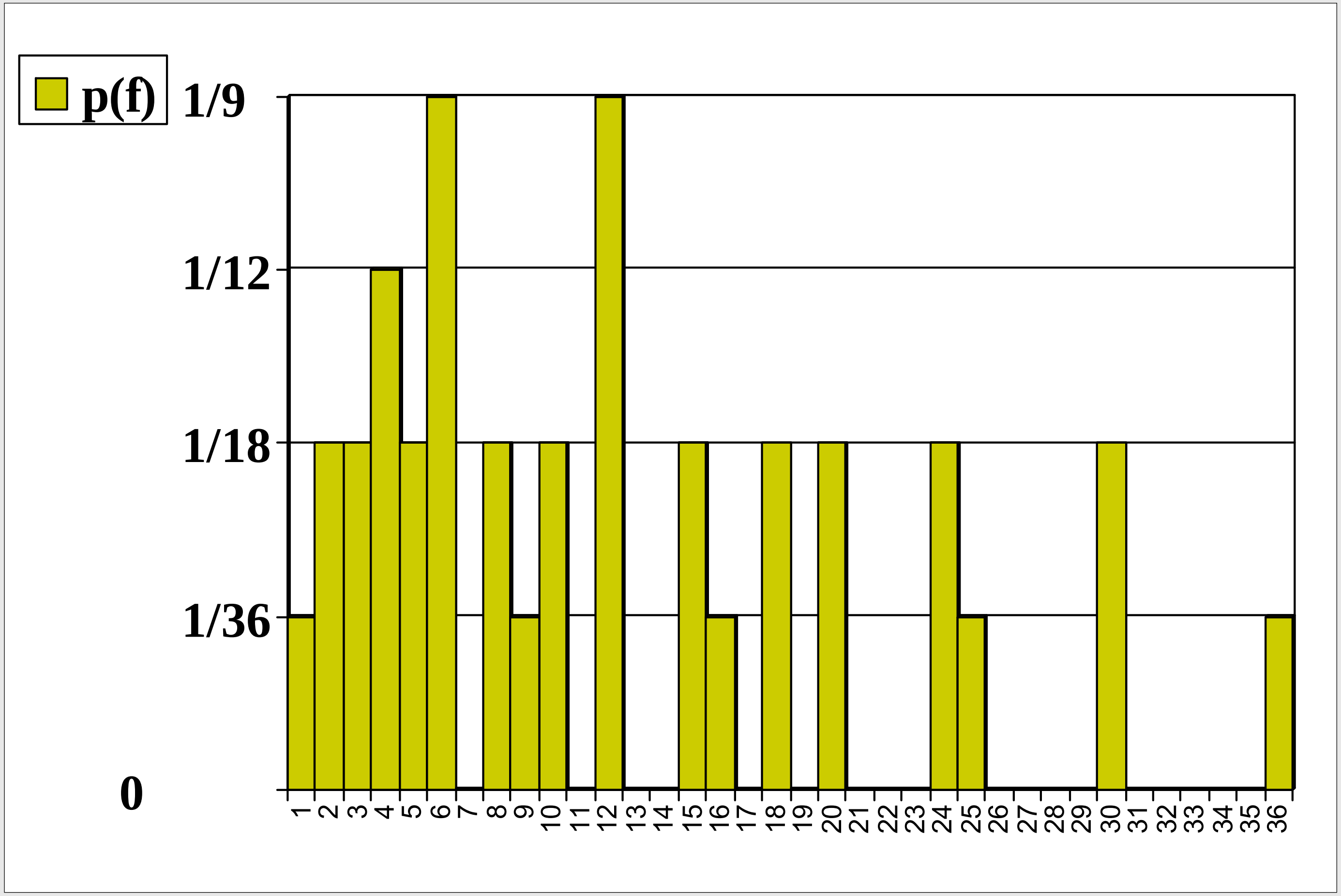
$$p(2) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{1}{18}$$

$$p(3) = \ldots$$

…

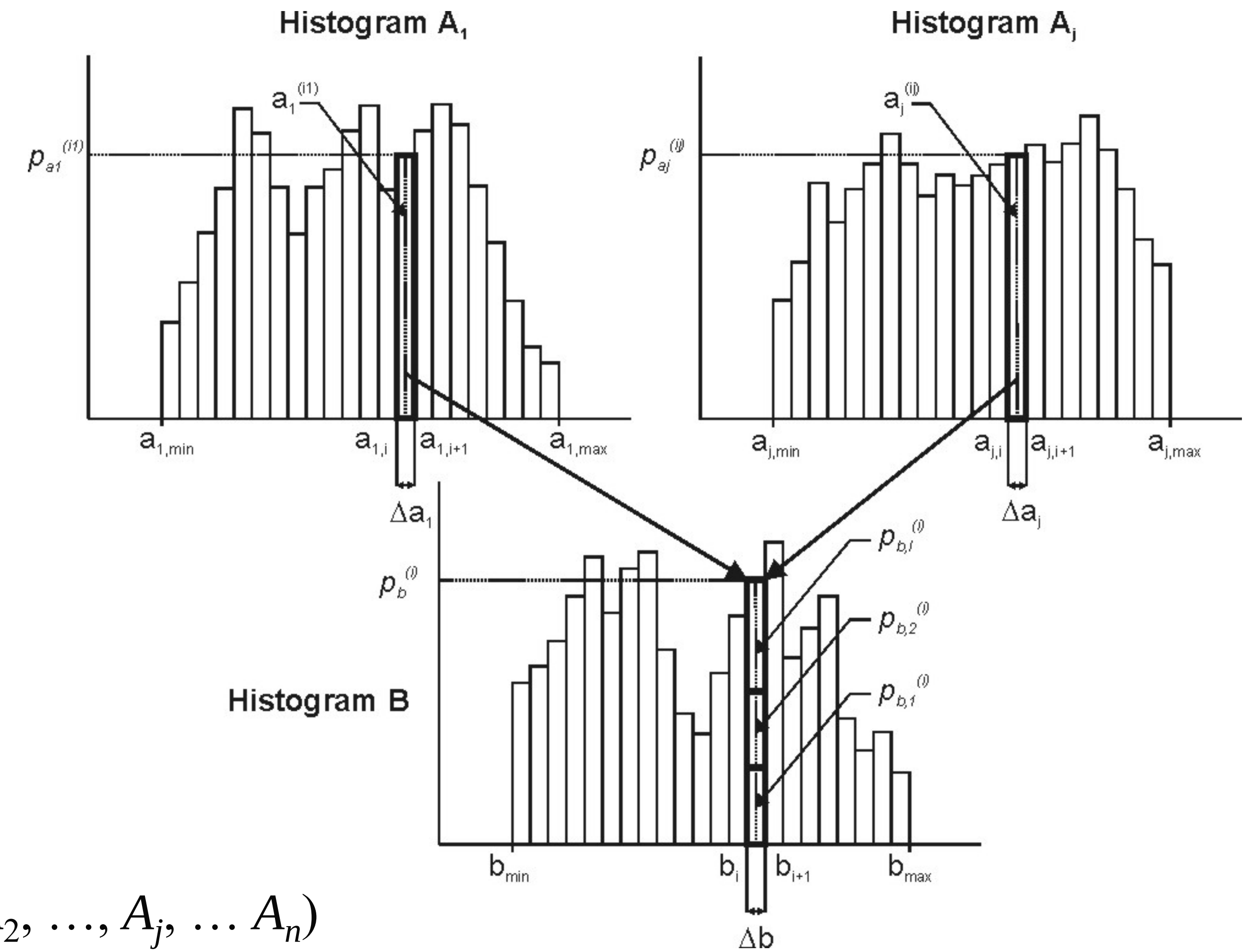
$$p(35) = 0$$

$$p(36) = \frac{1}{36}$$



Základní výpočetní algoritmus POPV

Princip provádění numerických operací se dvěma histogramy



$$B = f(A_1, A_2, \ldots, A_j, \ldots A_n)$$

Základní výpočetní algoritmus POPV

Výpočetní náročnost je u základního výpočetního algoritmu metody POPV dána zejména:

- Počtem náhodných vstupních veličin $i = 1 \ldots N$,
- Počtem tříd (intervalů) n_i histogramu každé náhodné vstupní veličiny,
- Náročností řešené úlohy (výpočetního modelu),
- Algoritmem pravděpodobnostního výpočtu (způsobem, jakým je výpočetní model nadefinován v prostředí tzv. „kalkulačky“ nebo dynamické knihovny).

Základní výpočetní algoritmus

Pravděpodobnostní výpočet metodou POPV s N histogramy A_j o stejném počtu n tříd lze algoritmicky vyjádřit:

```
Vstup  : Histogramy A_1, A_2, ..., A_N, definované podle obr. 6.3
Výstup: Histogram B, který je výsledkem f(A_1, A_2, ..., A_N)
for j ← 1 to N do
  | Δa_j ← (a_j,max − a_j,min) / n        /* šířka tříd histogramu A_j podle (6.12) */
end
begin
  | stanovení b_min, b_max ze všech kombinací a_j,min, a_j,max ,
  | příp. 0 pokud sign(a_j,min) ≠ sign(a_j,max)
end
for k ← 1 to N do
  | p_b^(k) ← 0        /* vynulování pravděpodobností v histogramu B */
end
for i_1 ← 1 to n do
  | a_1 ← a_1,min + Δa_1/2 + (i_1 − 1) · Δa_1        /* pozice v histogramu A_1 */
  | for i_2 ← 1 to n do
  |   | a_2 ← a_2,min + Δa_2/2 + (i_2 − 1) · Δa_2    /* pozice v histogramu A_2 */
  |   | ⋮
  |   | for i_N ← 1 to n do
  |   |   | a_N ← a_N,min + Δa_N/2 + (i_N − 1) · Δa_N        /* pozice v A_N */
  |   |   | begin
  |   |   |   | p_b^(k) ← p_b^(k) + (p_a1^(i_1) · p_a2^(i_2) · ... · p_aN^(i_N))
  |   |   |   | pro b_k ≦ f(a_1, a_2, ..., a_N) < b_(k+1)
  |   |   |   |         /* přičtení pravděpodobnosti do třídy b^(k) */
  |   |   |   |         /* třída b^(k) je určena výsledkem funkce f */
  |   |   | end
  |   | end
  |   | ⋮
  | end
end
```

Počet výpočetních operací

- Pro N histogramů, vyjadřujících náhodnost vstupních veličin, o stejném počtu n tříd je počet výpočetních operací úměrný:

$$P_O = n^N$$

- Pro konkrétní hodnoty $N = 10$ a $n = 256$ je pak počet výpočetních operací roven:

$$P_O = n^N = 256^{10} = 1208925819\,6146291747\,06176 = 1,208926\,.10^{24}$$

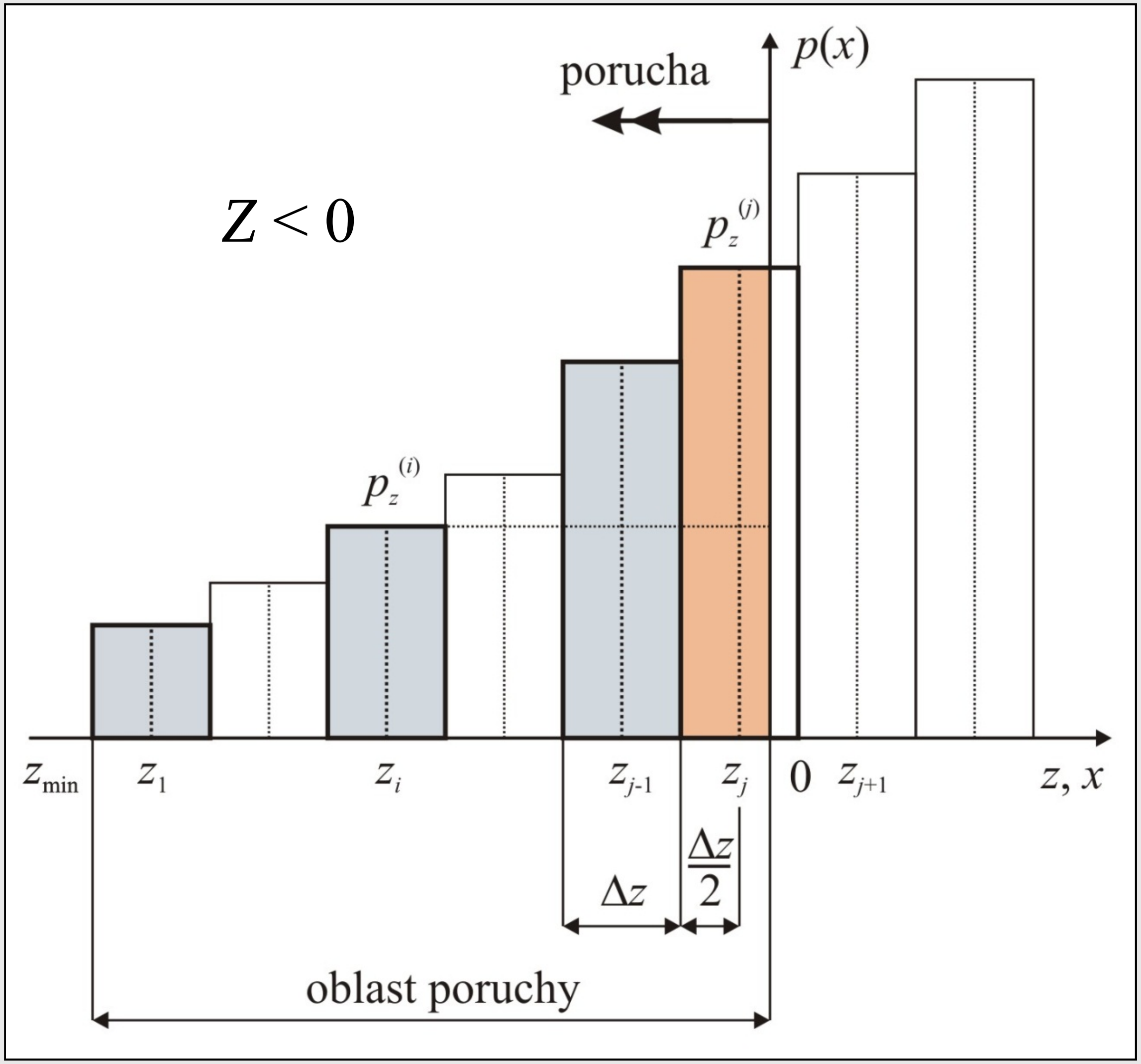
Výpočet pravděpodobnosti poruchy

Schéma výpočtu pravděpodobnosti poruchy p_f z histogramu funkce spolehlivosti Z.

Histogram Z obsahuje n tříd (intervalů) o šířce Δz.

$$p_f = \sum_{i=1}^{j-1} p_z^{(i)} + p_z^{(j)} . \left(1 - \frac{z_j + \dfrac{\Delta z}{2}}{\Delta z} \right) =$$

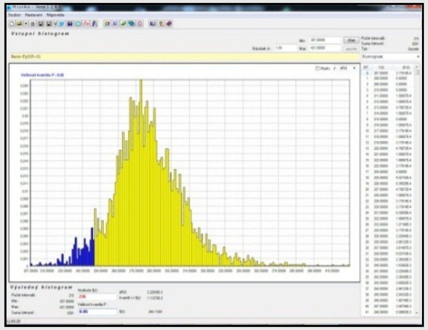
$$= \sum_{i=1}^{j-1} p_z^{(i)} + p_z^{(j)} . \left(\frac{1}{2} - \frac{z_j}{\Delta z} \right)$$

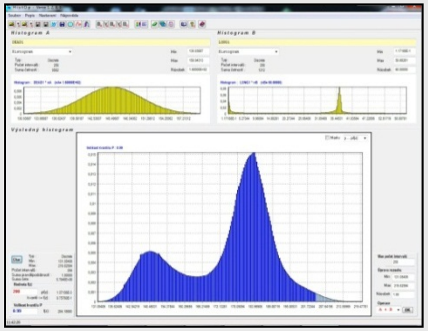


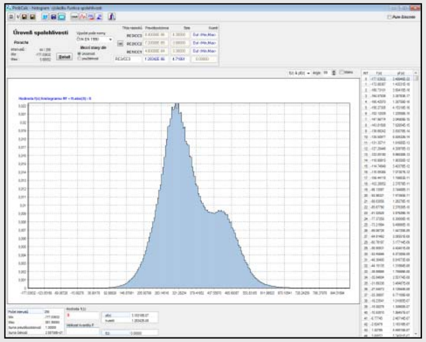
Programový systém ProbCalc

Tvořen třemi softwarovými produkty, vytvořenými ve vývojářském prostředí Borland Delphi:

- **HistAn**:
  - Slouží pro podrobnější analýzu vstupních histogramů.
- **HistOp**:
  - Umožňuje základní aritmetické operace se 2 histogramy.
- **ProbCalc**:
  - Umožňuje pravděpodobnostní posouzení spolehlivosti konstrukcí a výpočty pravděpodobnostních úloh s obecně definovaným výpočetním modelem, který může být definován pomocí tzv. kalkulačky (textový mód) nebo DLL knihovny (strojový kód).



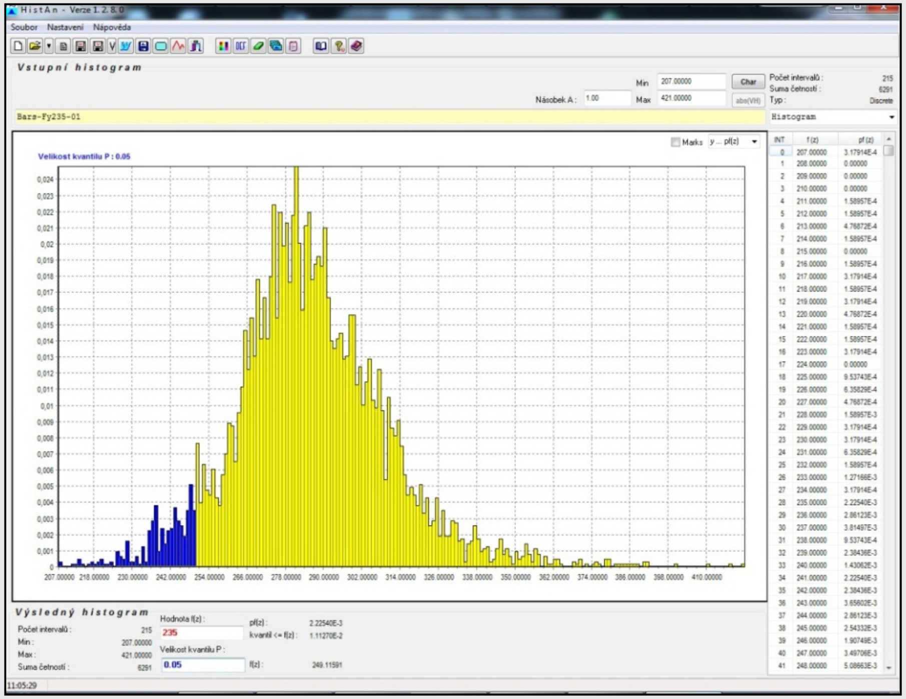




Programový nástroj HistAn

Slouží pro podrobnější analýzu vstupních histogramů.

- Minimum a maximum hodnoty náhodné proměnné (okrajové hranice histogramu)
- Počet tříd (intervalů) histogramu a četností v nich definovaných
- Jednoduché výpočty (stanovení funkční hodnoty s odpovídajícím kvantilem nebo kvantilu pro zadanou hodnotu náhodné proměnné)
- Určení kombinace několika vstupních histogramů
- Určení tzv. sumárního histogramu (výpočty s tzv. větrnou růžicí)
- Tvorba histogramů s parametrickým rozdělením
- Zpracování naměřených (prvotních) dat



Programový nástroj HistOp

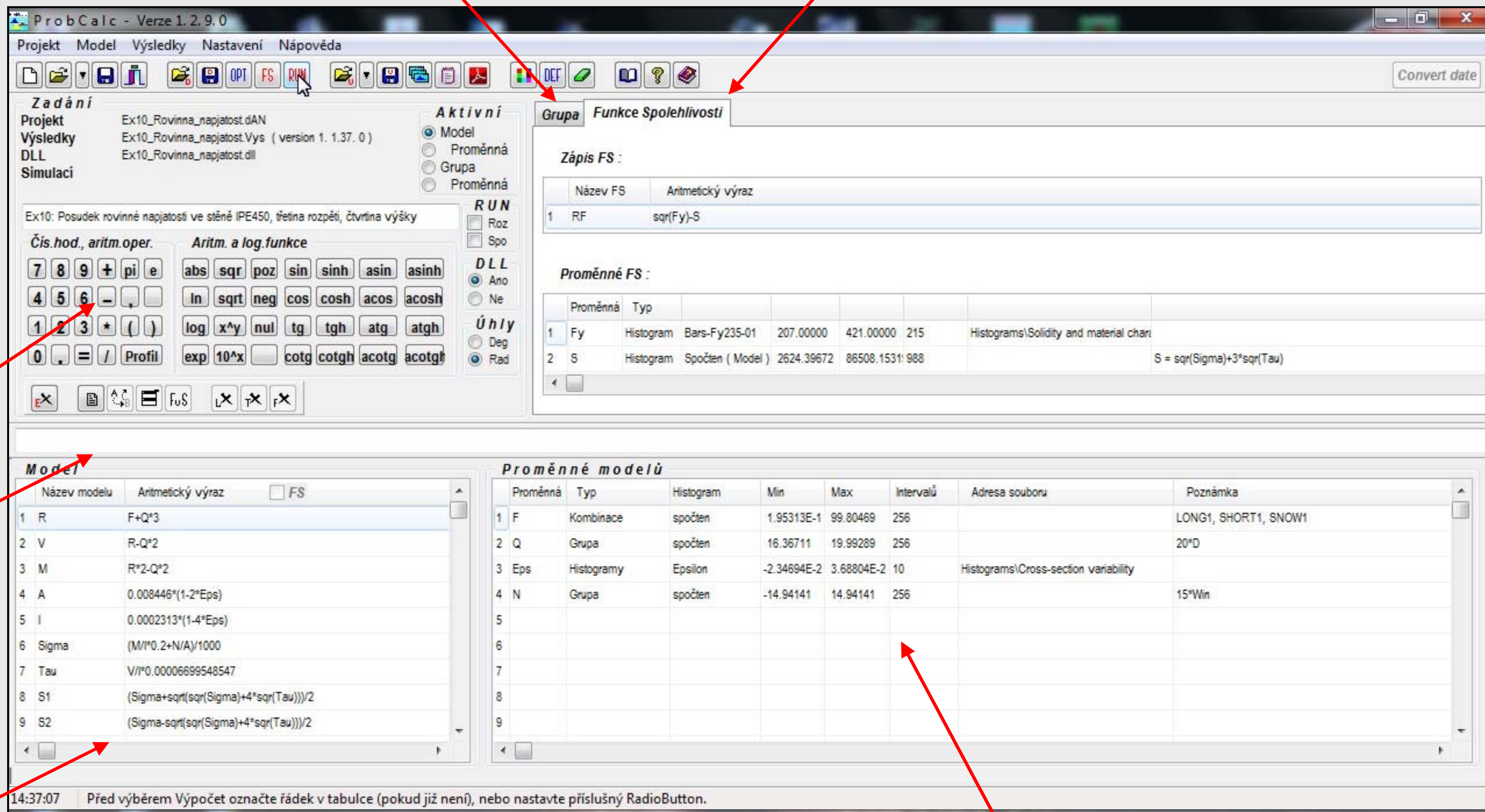
S jeho využitím lze provádět základní aritmetické operace s histogramy A a B :

- Součet histogramů A a B
- Rozdíl histogramů A a B
- Součin histogramů A a B
- Podíl histogramů A a B
- Druhá mocnina histogramu A
- Absolutní hodnota histogramu A

Programový nástroj ProbCalc

Grupování proměnných

Funkce spolehlivosti



Kalkulátor

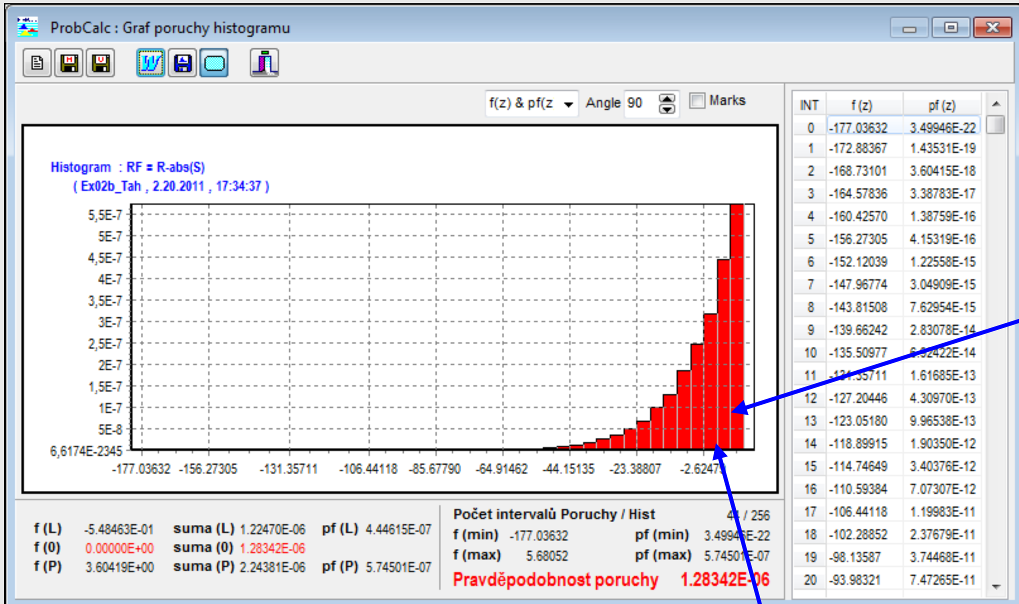
Příkazový řádek

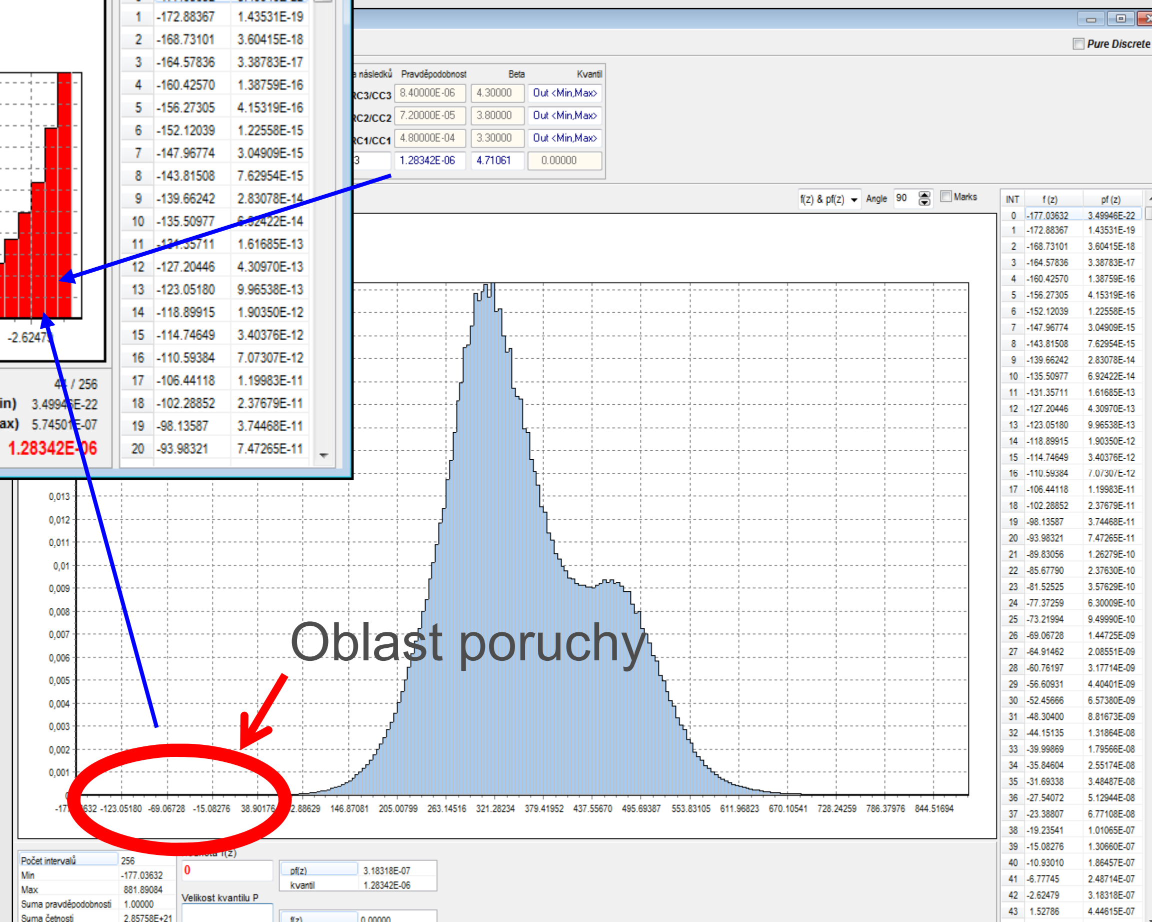
Definice analytického modelu

Seznam náhodných proměnných

Posouzení spolehlivosti

Histogram funkce spolehlivosti *RF*



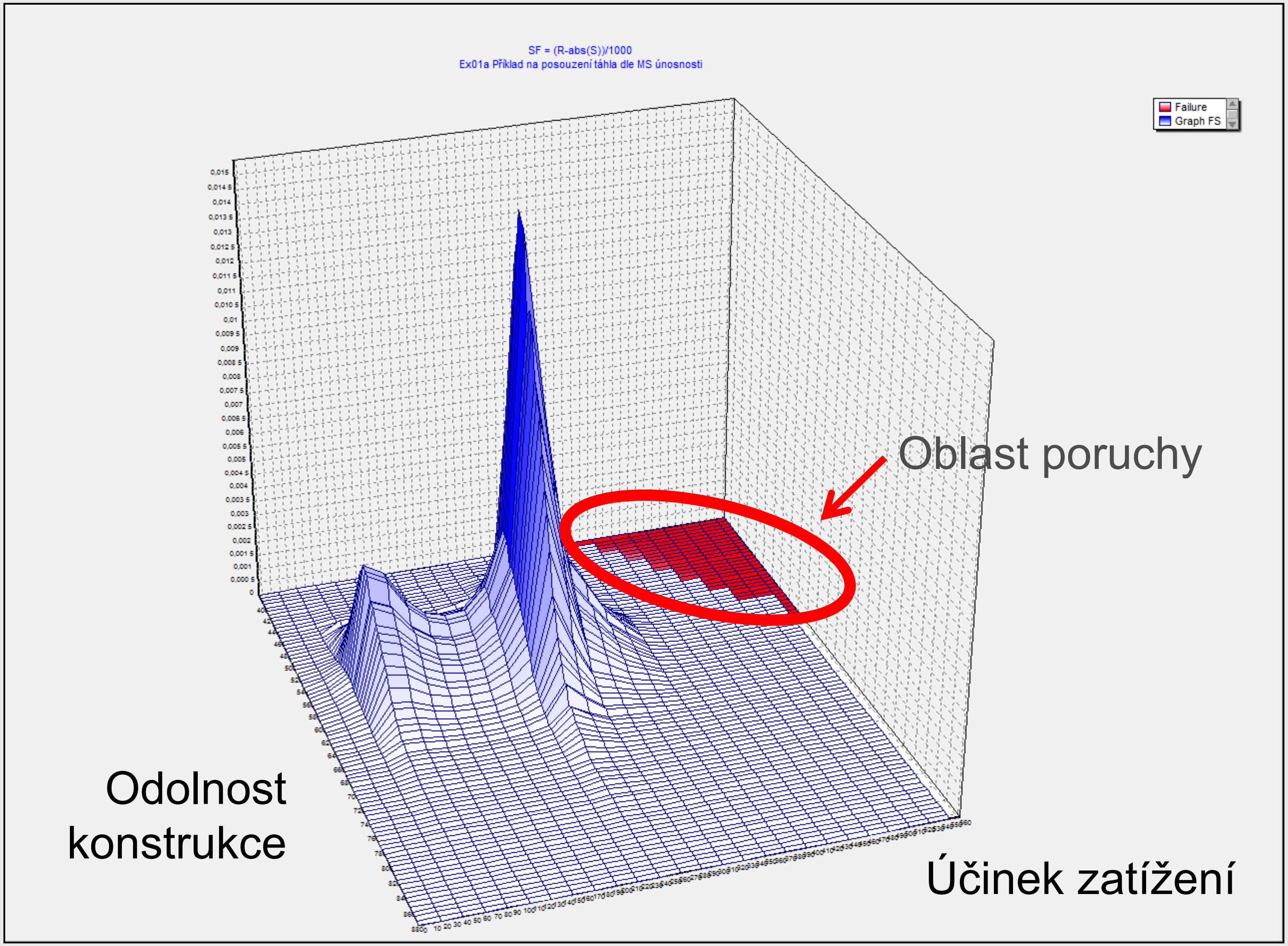


Pravděpodobnost poruchy

$p_f = 1{,}28.10^{-6}$

splňuje požadavky ČSN EN 1990 pro třídu následků RC3/CC3 s návrhovou pravděpodobností $8{,}4.10^{-6}$

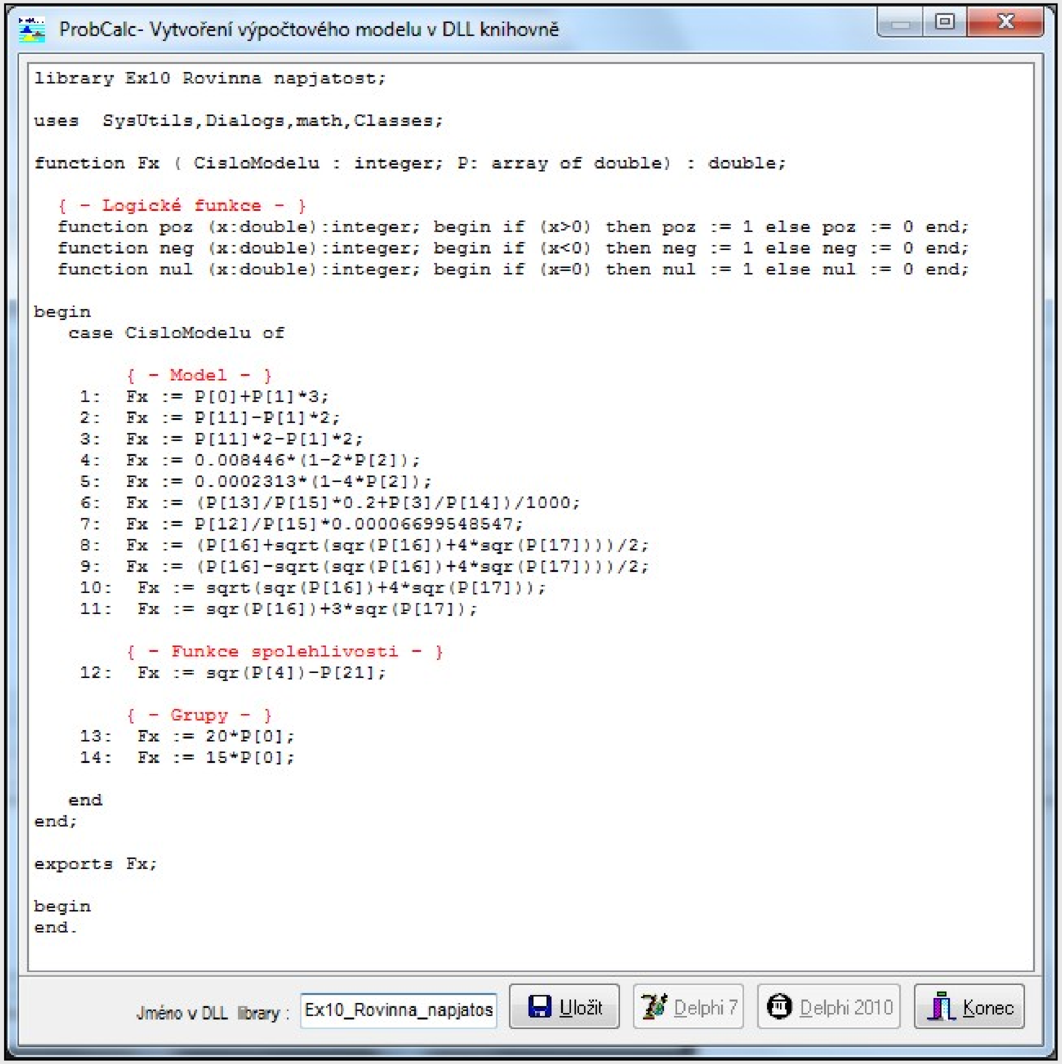
3D zobrazení funkce spolehlivosti



Využití dynamické knihovny

Analyzovaná funkce spolehlivosti nebo definice výpočetního modelu může být vyjádřena s využitím dynamické knihovny.

Pravděpodobnostní výpočet je s využitím dynamické knihovny cca 4x rychlejší (odpadá opakované kompilování do strojového kódu).




```
library Ex10 Rovinna napjatost;

uses  SysUtils,Dialogs,math,Classes;

function Fx ( CisloModelu : integer; P: array of double) : double;

  { - Logické funkce - }
  function poz (x:double):integer; begin if (x>0) then poz := 1 else poz := 0 end;
  function neg (x:double):integer; begin if (x<0) then neg := 1 else neg := 0 end;
  function nul (x:double):integer; begin if (x=0) then nul := 1 else nul := 0 end;

begin
   case CisloModelu of

        { - Model - }
    1:  Fx := P[0]+P[1]*3;
    2:  Fx := P[11]-P[1]*2;
    3:  Fx := P[11]*2-P[1]*2;
    4:  Fx := 0.008446*(1-2*P[2]);
    5:  Fx := 0.0002313*(1-4*P[2]);
    6:  Fx := (P[13]/P[15]*0.2+P[3]/P[14])/1000;
    7:  Fx := P[12]/P[15]*0.00006699548547;
    8:  Fx := (P[16]+sqrt(sqr(P[16])+4*sqr(P[17])))/2;
    9:  Fx := (P[16]-sqrt(sqr(P[16])+4*sqr(P[17])))/2;
    10:  Fx := sqrt(sqr(P[16])+4*sqr(P[17]));
    11:  Fx := sqr(P[16])+3*sqr(P[17]);

        { - Funkce spolehlivosti - }
    12:  Fx := sqr(P[4])-P[21];

        { - Grupy - }
    13:  Fx := 20*P[0];
    14:  Fx := 15*P[0];

   end
end;

exports Fx;

begin
end.
```

Příklad: Výpočetní model

Vyjádření a idealizace skutečného statického či dynamického působení konstrukce v prostoru a čase matematicko-fyzikálními vztahy s použitím metod určujících napjatost, přetvoření, zrychlení apod od zatížení obecně proměnného s časem.

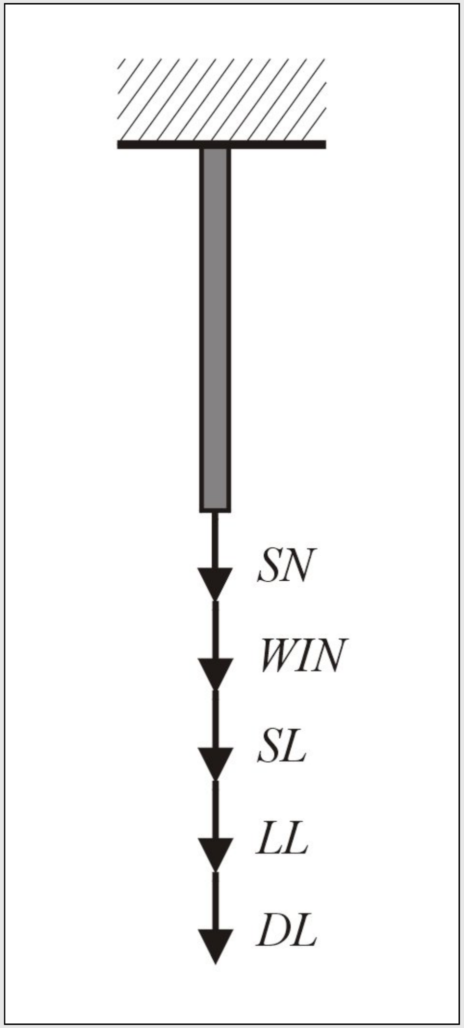
Např:

Funkce spolehlivosti: $RF = R - S$

Odolnost konstrukce: $R = N_{Rd} = A_{nom} \,.\, A_{var} \,.\, f_y$

Účinek zatížení:

$$S = N_{Sd} = 80.DL + 293{,}5.LL + 80.SL + 70.WIN + 40.SN$$



Dosavadní využití programového systému ProbCalc

- Pravděpodobnostní hodnocení kombinací zatížení,
- Pravděpodobnostní posudek spolehlivosti průřezů i systémů staticky (ne)určitých nosných konstrukcí,
- Pravděpodobnostní přístup k hodnocení betonových a drátkobetonových směsí,
- Posudek spolehlivosti obloukové výztuže dlouhých důlních děl s přihlédnutím k jejím prokluzovým vlastnostem,
- Posudek spolehlivosti nosných konstrukcí vystavených nárazu,
- Pravděpodobnostní výpočet šíření únavových trhlin v cyklicky namáhaných ocelových konstrukcích a mostech.

Optimalizace výpočtů metodou POPV

- Grupování vstupních proměnlivých veličin, které lze vyjádřit společným histogramem.
- Intervalová optimalizace - snižování počtu intervalů u histogramů vstupních veličin při zachování původního rozsahu.
- Zónová optimalizace - využití pouze intervalů, které se podílejí na hledané hodnotě, např. pravděpodobnosti poruchy.
- Trendová optimalizace – využití vhodného směru (trendu) v algoritmu pravděpodobnostního výpočtu.
- Grupování dílčích výsledků výpočtu.
- Paralelizace výpočtu - výpočet probíhá současně na několika procesorech.
- Kombinace uvedených optimalizačních postupů.

Grupování vstupních proměnlivých veličin

Nechť je $$B = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + \ldots + A_N$$

přičemž v každém histogramu je n tříd (např. $n = 256$, $N = 10$).

Při uvážení všech možných kombinací je

$$P_0 = n^N = 256^{10} = 1{,}20893.10^{24}$$

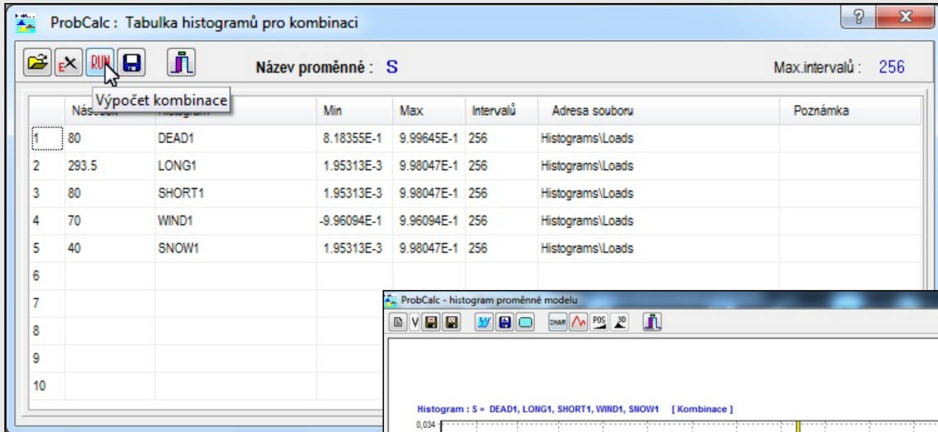
Stejný výsledek lze získat postupným sčítáním vždy dvou histogramů. Pak je

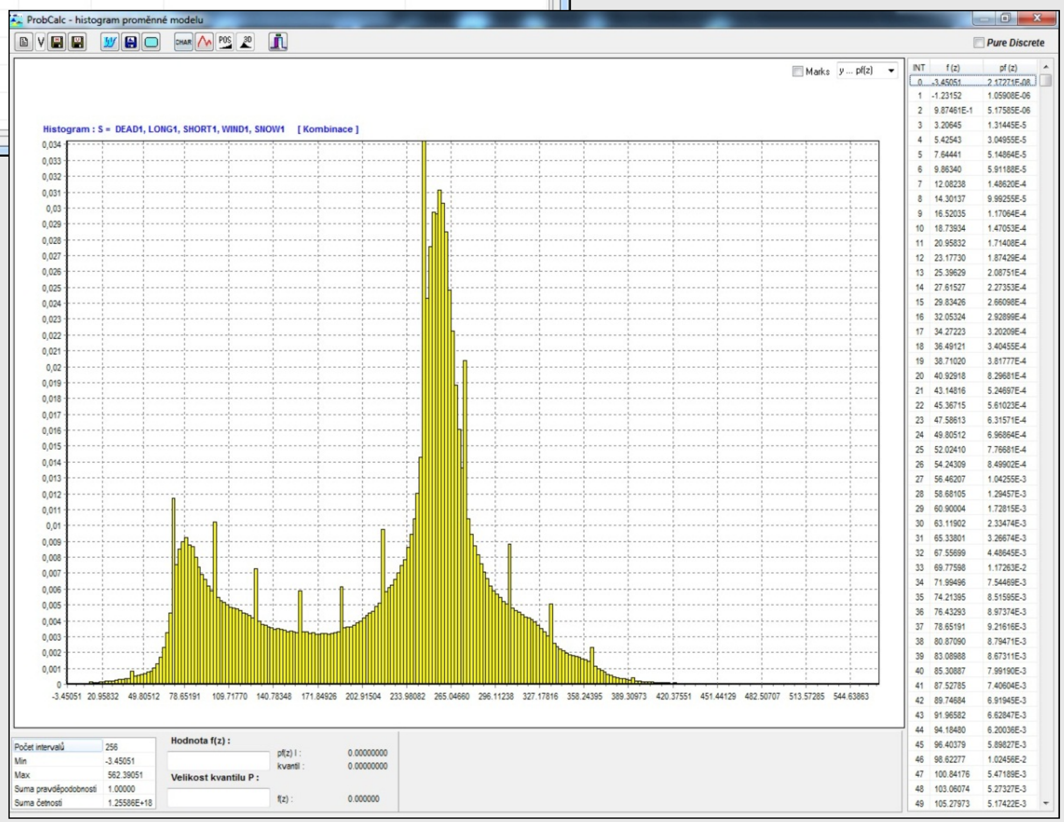
$$P^*_0 = (N - 1)\, n^2 = 9{,}256^2 = 589824$$

a poměr $$P^*_0 / P_0 = (N - 1)\, n^{(N-2)} = 9{,}256^{-8} = 4{,}87891.10^{-19}$$

Pokud je vytváření společných histogramů – grupování korektní, jedná se o velmi racionální postup.

Výpočet kombinace zatížení

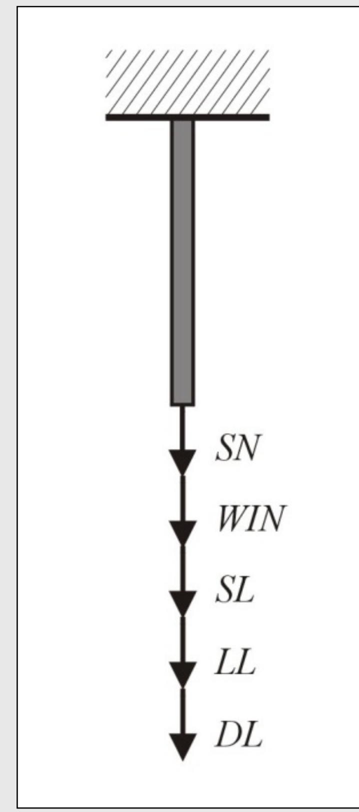




Program
ProbCalc

Např.:

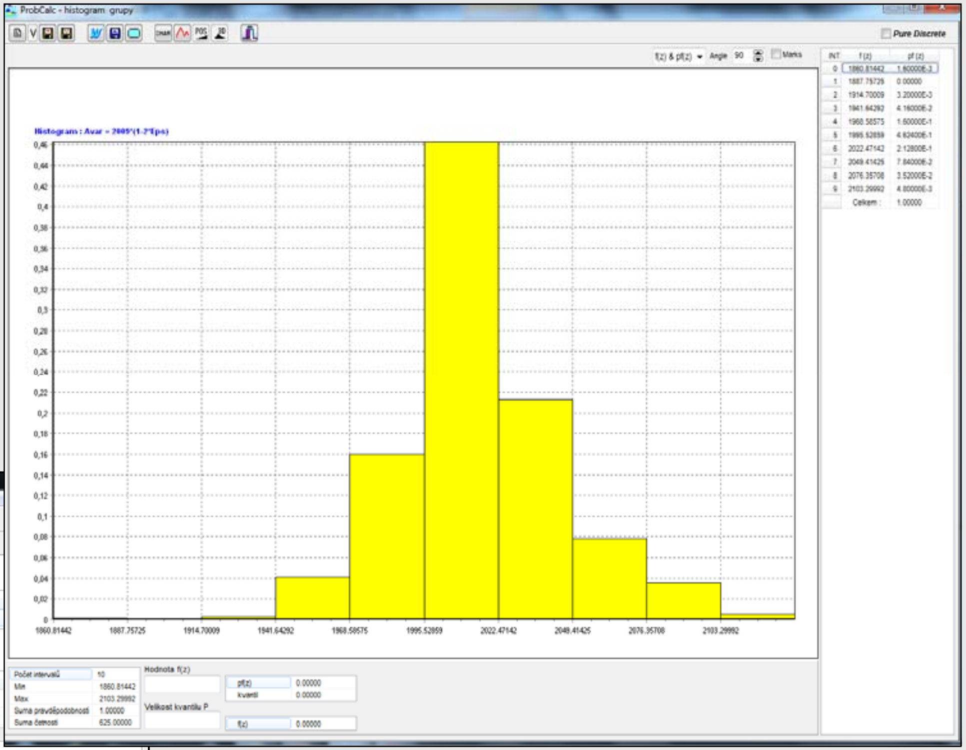
$$S = N_{Ed} = 80.DL + 293{,}5.LL + 80.SL + 70.WIN + 40.SN$$



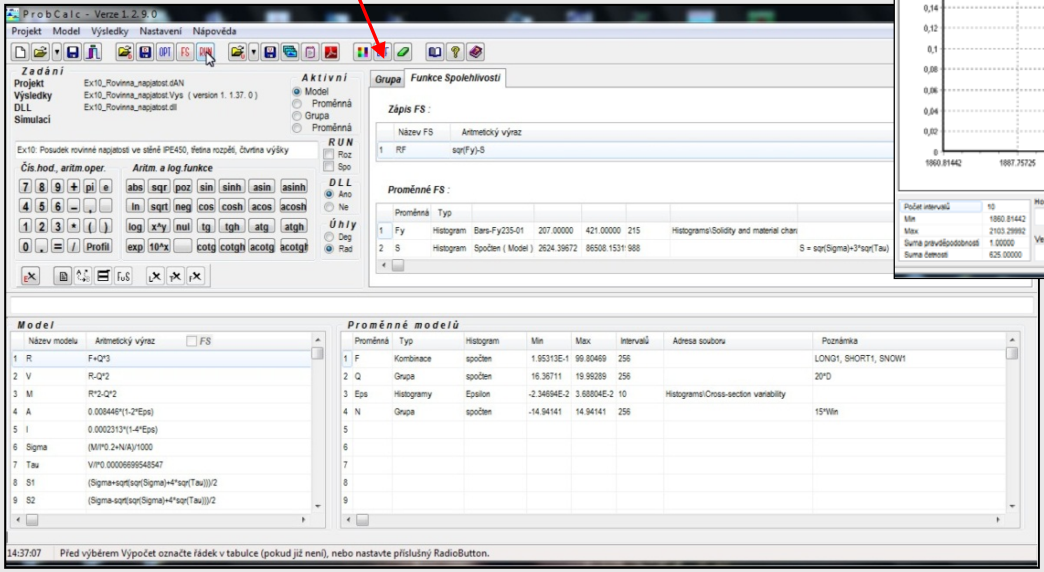
Grupy vstupních veličin

Např. variabilní průřezová plocha A_{var} :

$$A_{var} = A_{nom} \,.\, (1 - 2 \,.\, \varepsilon)$$



Grupování proměnných



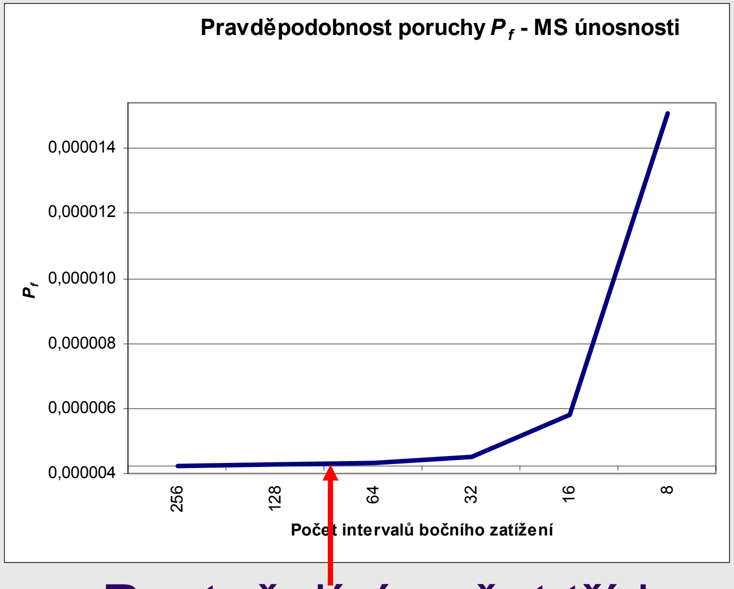
Program ProbCalc

Intervalová optimalizace

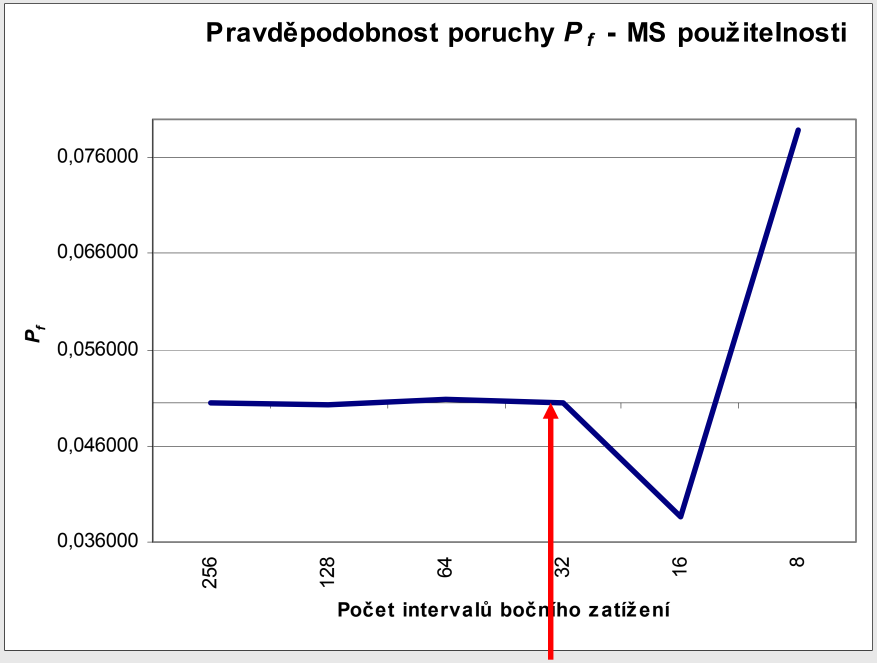
Smyslem intervalové optimalizace je

- minimalizovat počet tříd v histogramech
- snížit tím počet operací a minimalizovat dobu výpočtu

Podmínkou je zachování dostatečné přesnosti výsledků řešení.



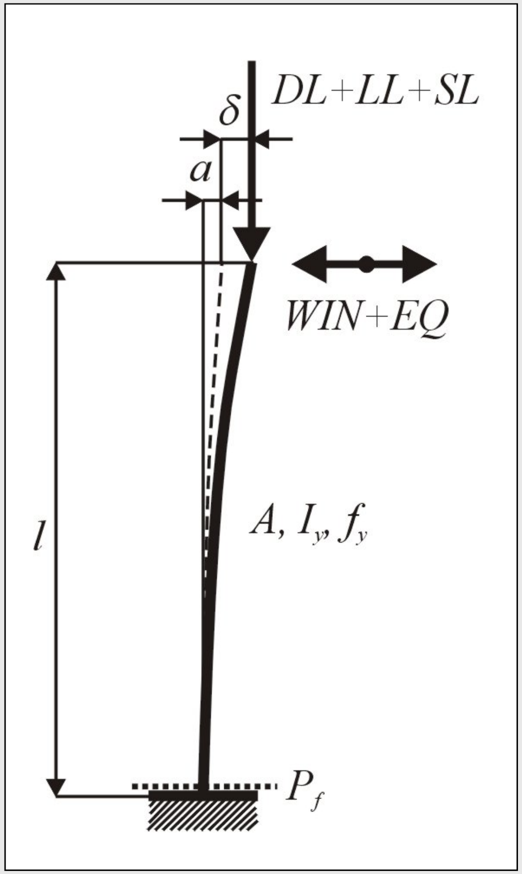
Postačující počet tříd (intervalů) histogramu



Postačující počet tříd (intervalů) histogramu

Využití intervalové optimalizace

Pravděpodobnostní posouzení spolehlivosti sloupu



l … 6 m
průřez HEB 300 z oceli S235
E … 2,1 . 10^{11} Pa
počáteční imperfekce a … +/- 30 mm

Zatížení	Typ	Návrhová hodnota [kN]
D	Stálé	350
L	Dlouhodobé nahodilé	75
S	Krátkodobé nahodilé	75
W	Vítr	40
EQ	Zemětřesení	$\frac{1}{20}.(D+L+S)=\frac{500}{20}=25$

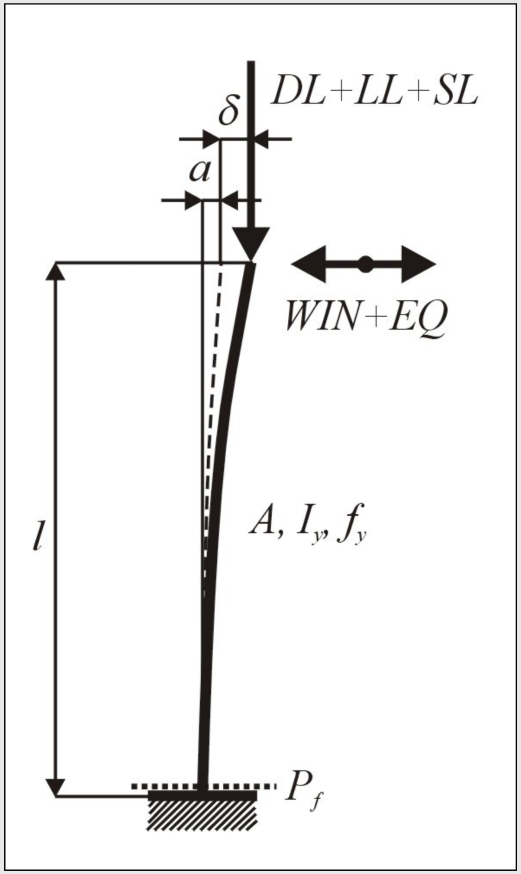
Popis matematického modelu pravděpodobnostního výpočtu

Výpočet maximálního vodorovného přemístění δ dle teorie II. řádu s uvažováním vlivu počátečních imperfekcí:

$$\delta = \frac{W + EQ + \frac{a}{l}.F}{\frac{F}{l.K}}$$

kde

$$K = \frac{\tan\left(l.\sqrt{\frac{F}{EI}}\right)}{l.\sqrt{\frac{F}{EI}}} - 1$$



Ohybový moment v kritickém průřezu:

$$M = \frac{\delta.(1+K)}{K} F$$

Normálové napětí v krajních vláknech průřezu:

$$\sigma = \left|\frac{M}{W}\right| + \left|\frac{F}{A}\right| = F\left(\frac{|\delta|.(1+K)}{K.W} + \frac{1}{A}\right)$$

Popis funkce spolehlivosti

Mezní stav únosnosti $RF = R - S$

R … odolnost konstrukce – napětí na mezi kluzu f_y

Q … účinek zatížení – normálové napětí v krajních vláknech σ

Mezní stav použitelnosti $RF = \delta_{tol} - |\delta|$

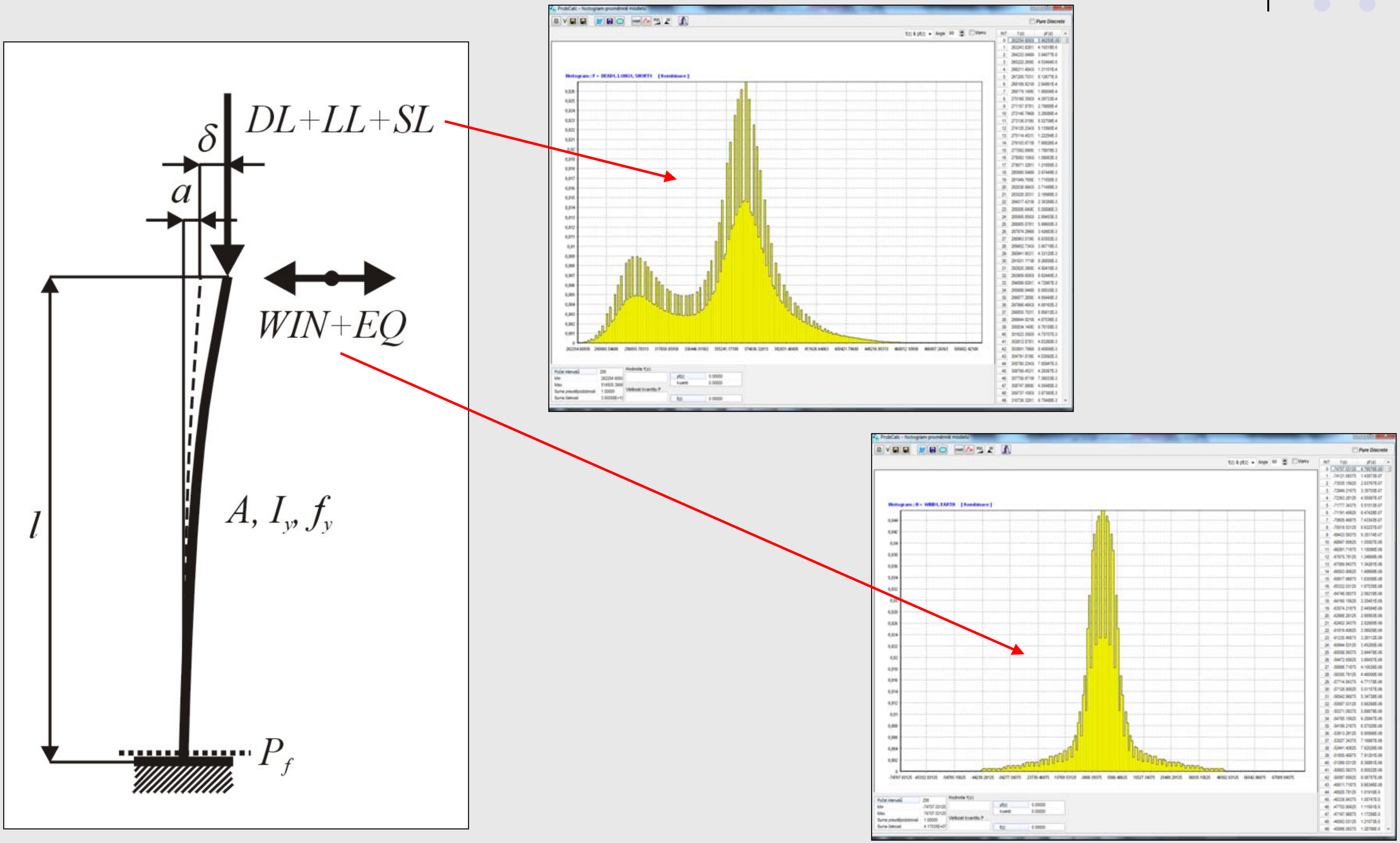
δ_{tol} … odolnost konstrukce – povolená max. deformace (35 mm)

δ … účinek zatížení – maximální vodorovné přetvoření sloupu

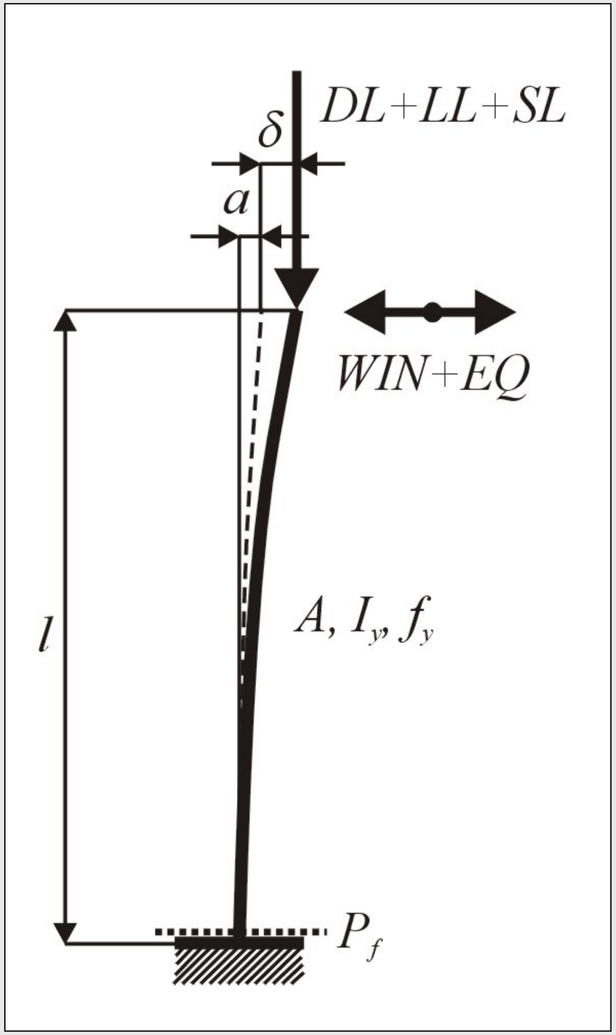
Výpočet obsahuje 8 variabilních veličin:

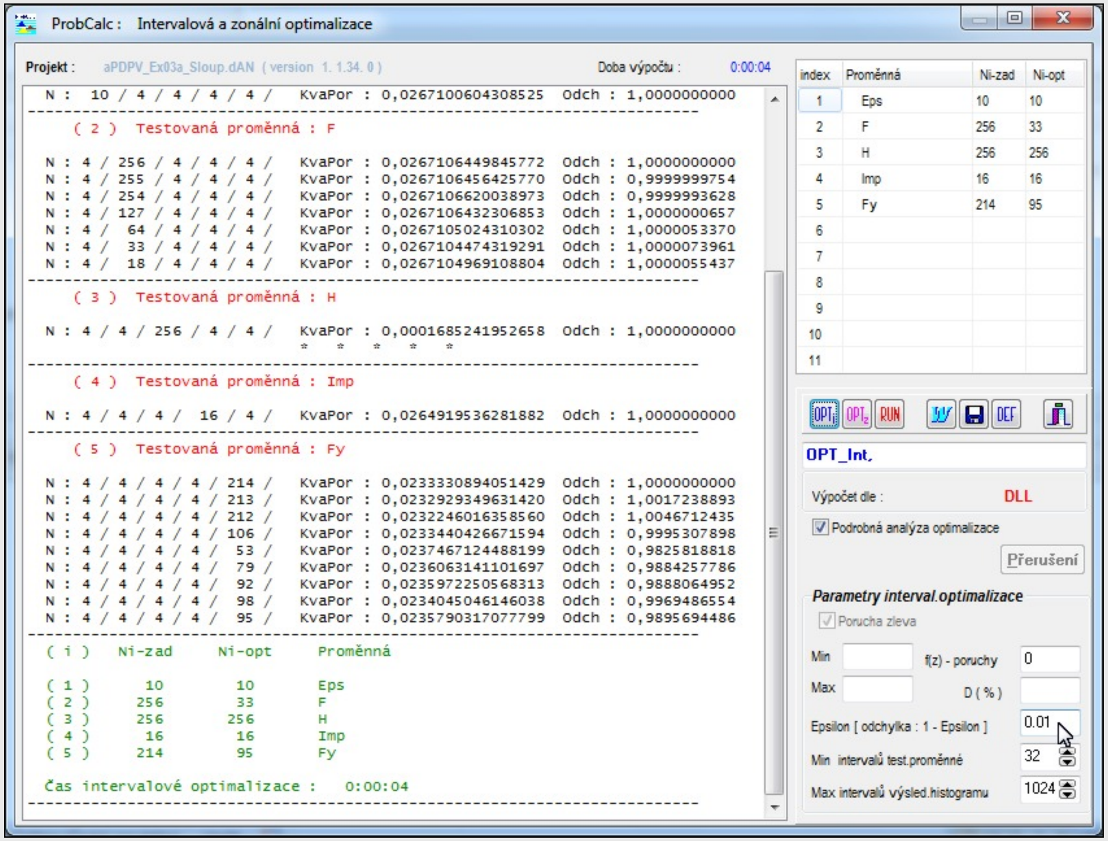
- 5 složek zatížení
- proměnnost průřezu vlivem možného pod a převálcování
- počáteční imperfekce ve sloupu
- napětí na mezi kluzu f_y

Grupování vstupních proměnných



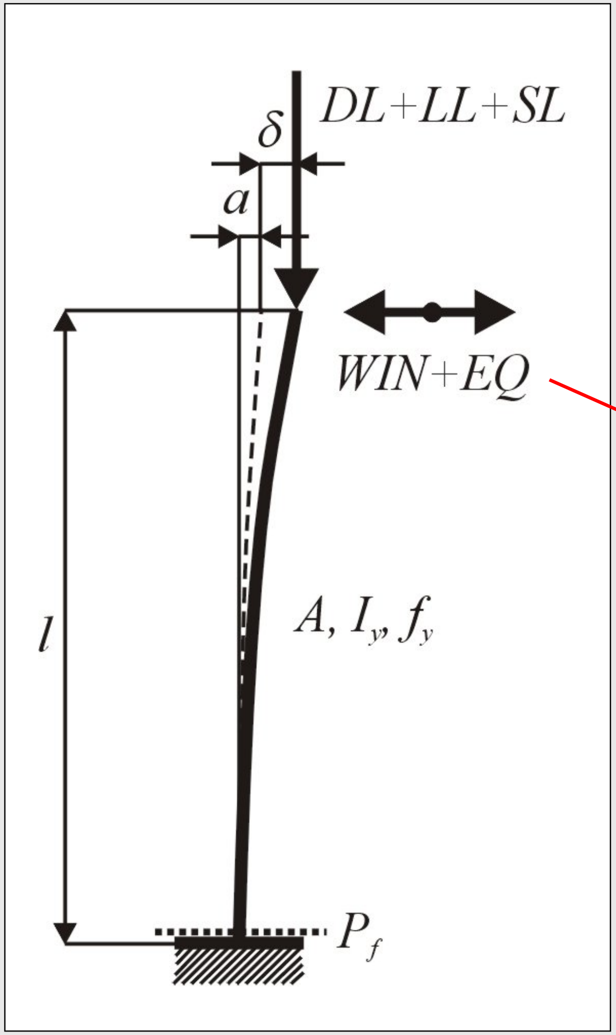
Intervalová optimalizace





Průběh intervalové optimalizace
v programu ProbCalc

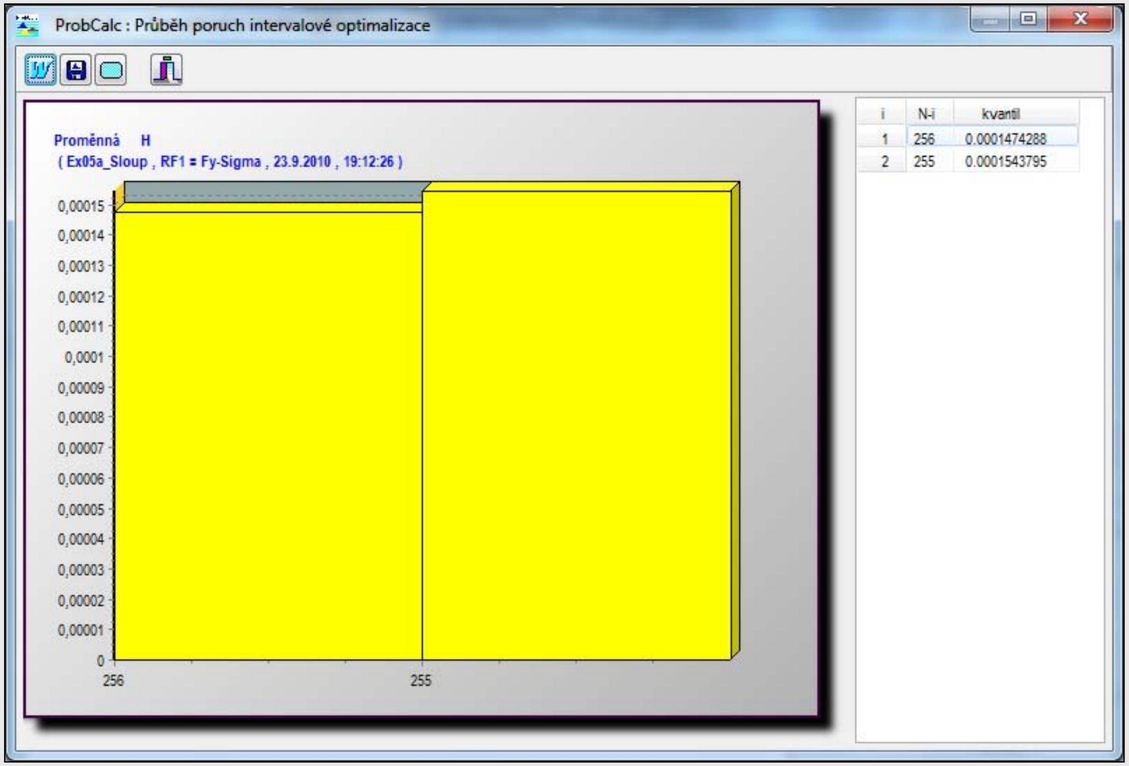
Snižování počtu tříd v histogramech vstupních veličin



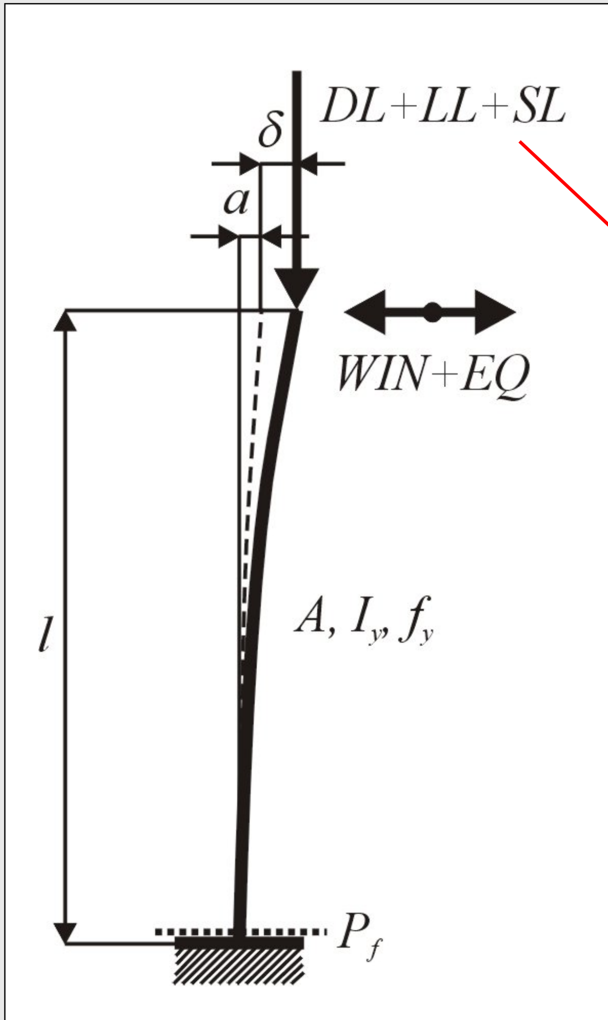
Citlivostní analýza

Kombinace bočních zatížení *W*+*EQ*

Vliv na pravděpodobnost poruchy je **vysoká**.



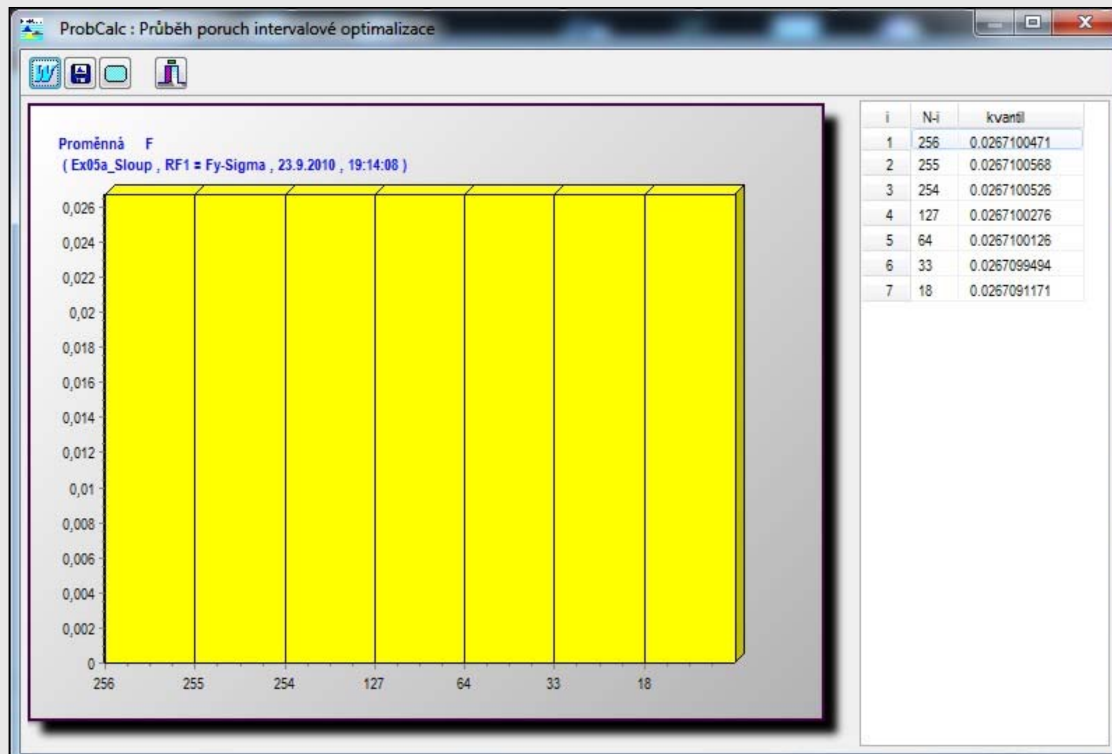
Snižování počtu tříd v histogramech vstupních veličin



Citlivostní analýza

Kombinace bočních zatížení D+L +S

Vliv na pravděpodobnost poruchy je **nízká**.



Vyloučení nepodstatných intervalů histogramů vstupních veličin

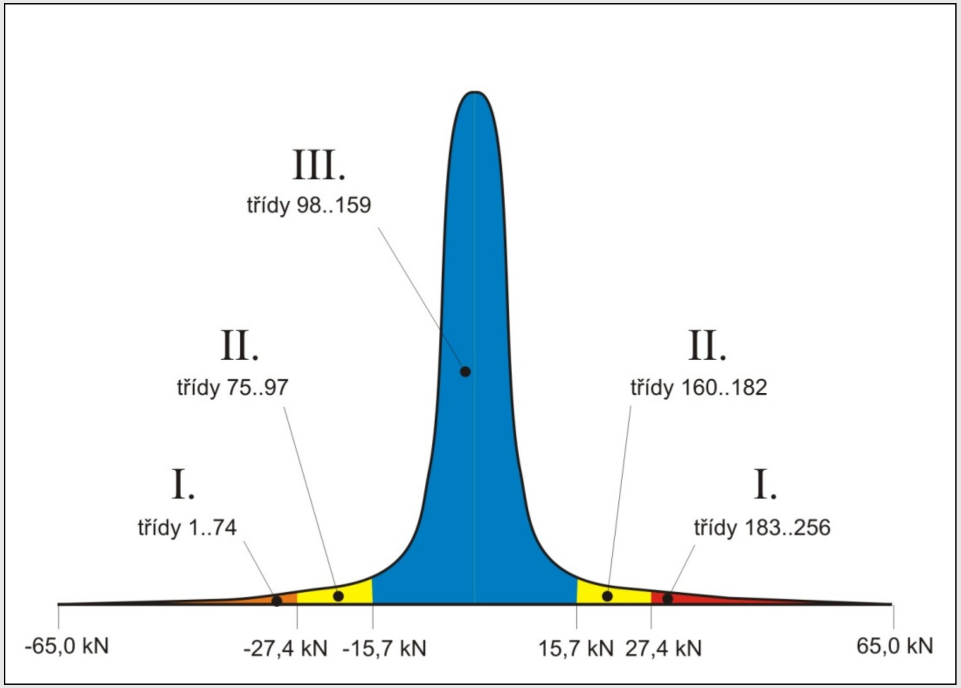
- Každý histogram se rozdělí na zóny, které se na vzniku pravděpodobnosti poruchy p_f při všech možných hodnotách v ostatních histogramech:
  - 1.zóna – podílejí vždy
  - 2.zóna – mohou a nemusí podílet
  - 3.zóna – nepodílejí nikdy
- Znalost zón umožňuje výpočet poruchy:

$$p_f = p_{f1} + p_{f2}$$

p_f =0 vždy

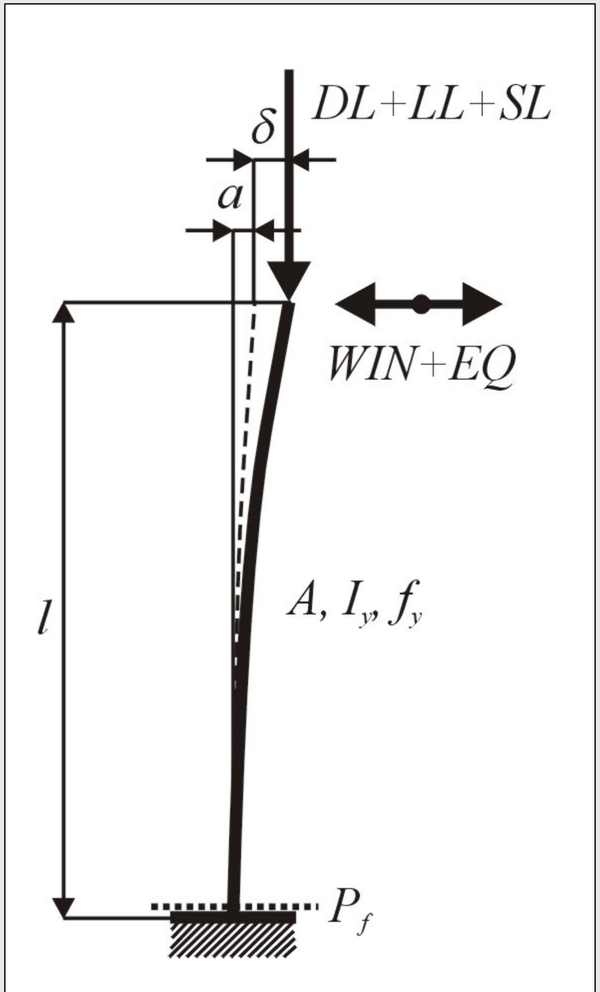
p_{f2} pouze v některých případech

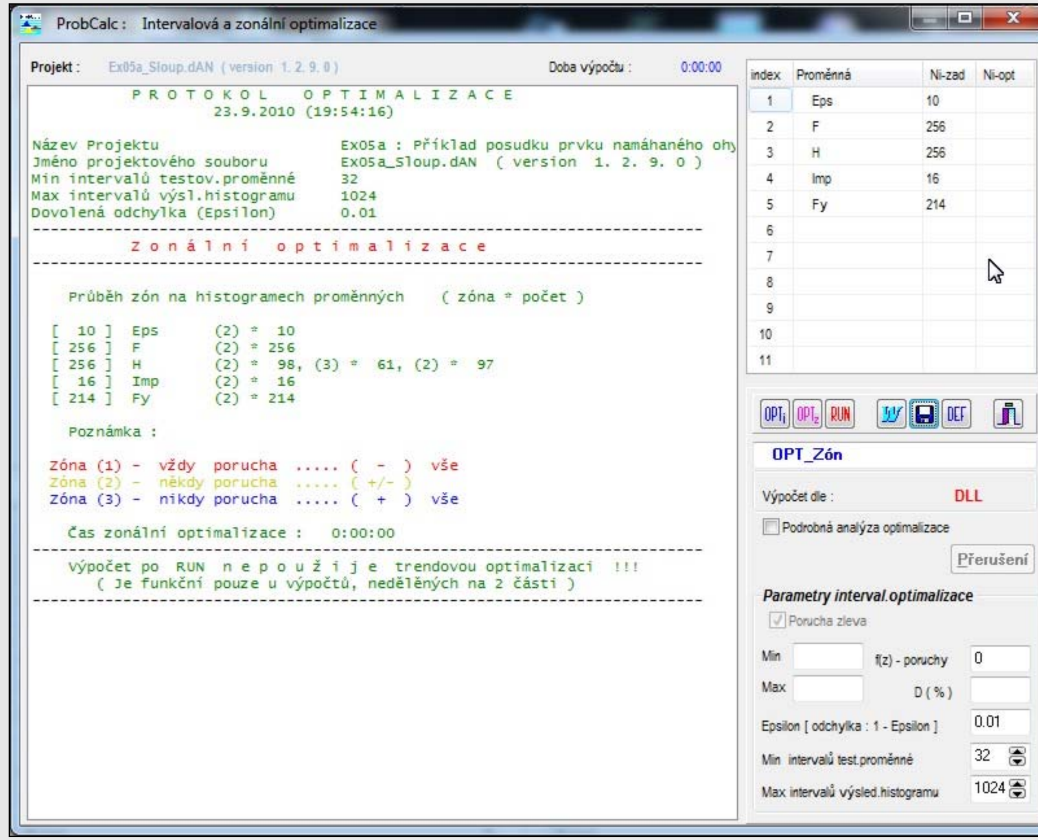
p_{f1} vždy



Zónová analýza a optimalizace

Zónová analýza kombinace bočních zatížení $W+EQ$

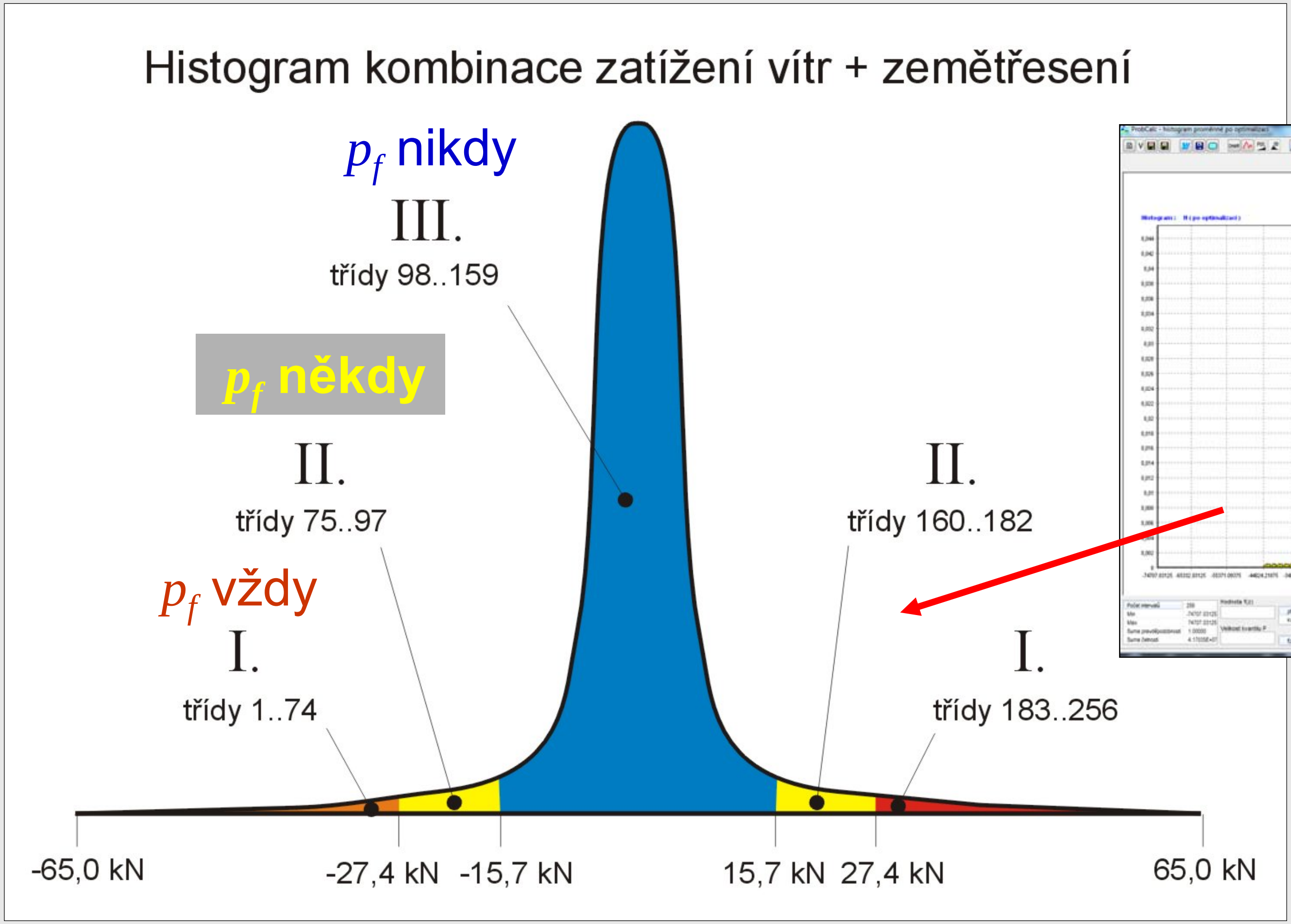




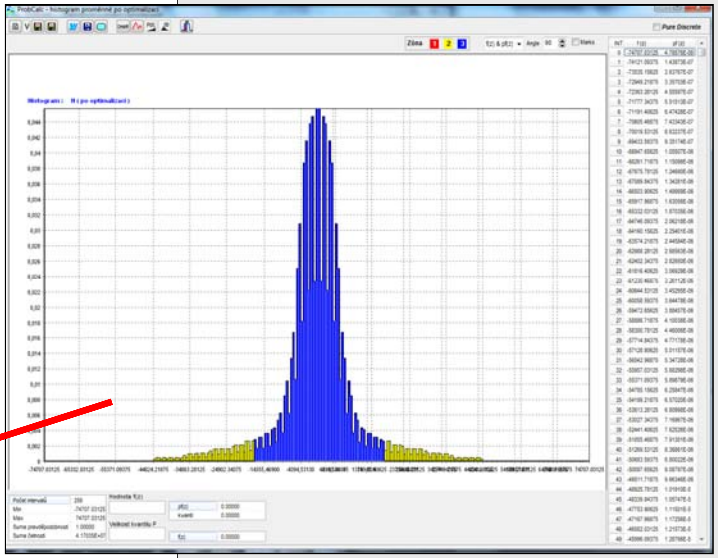
Průběh zónové optimalizace v programu ProbCalc

Zónová analýza a optimalizace

Zónová analýza kombinace bočních zatížení W+EQ



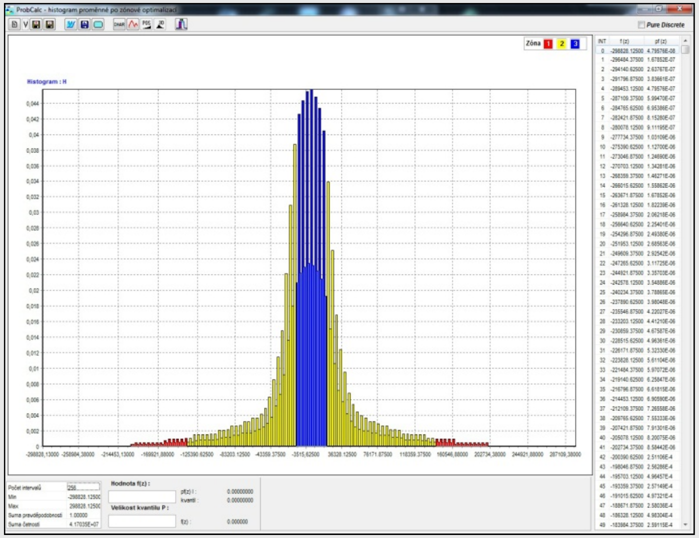
Program ProbCalc

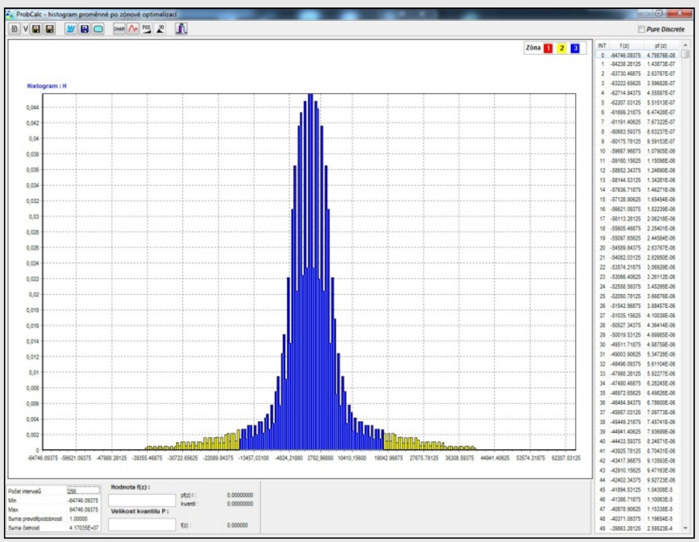


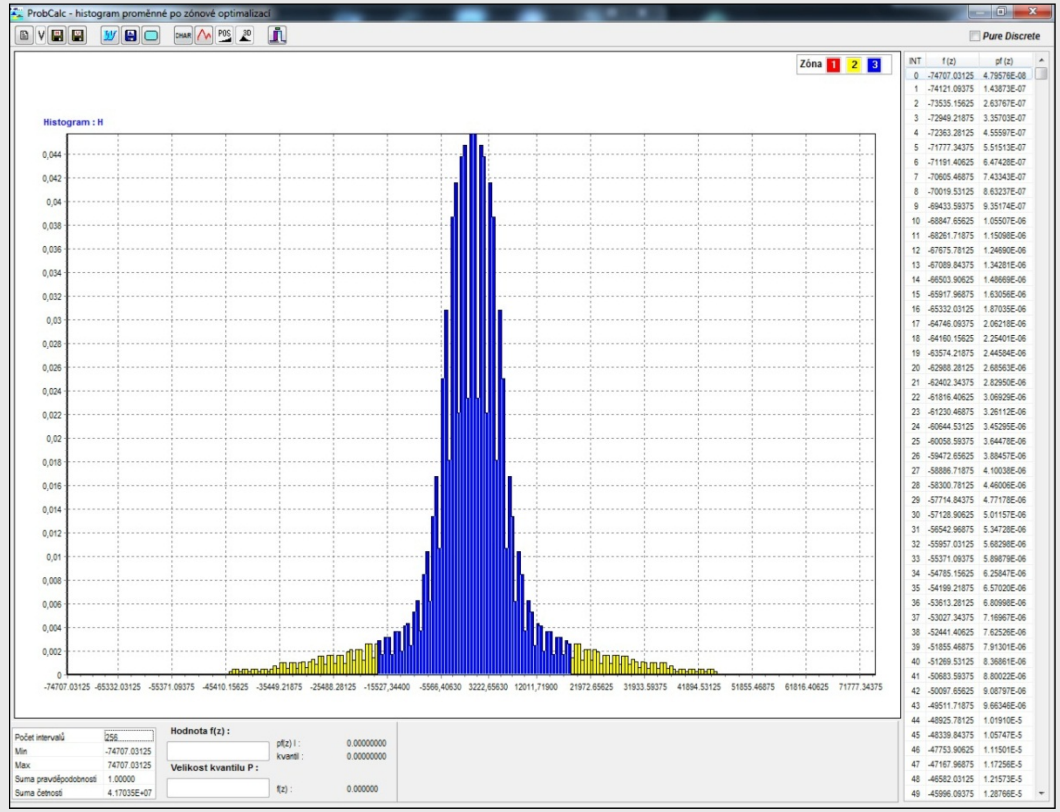
Zónová analýza a optimalizace

Výsledek zónové analýzy

pro různé kombinace bočních zatížení W+EQ

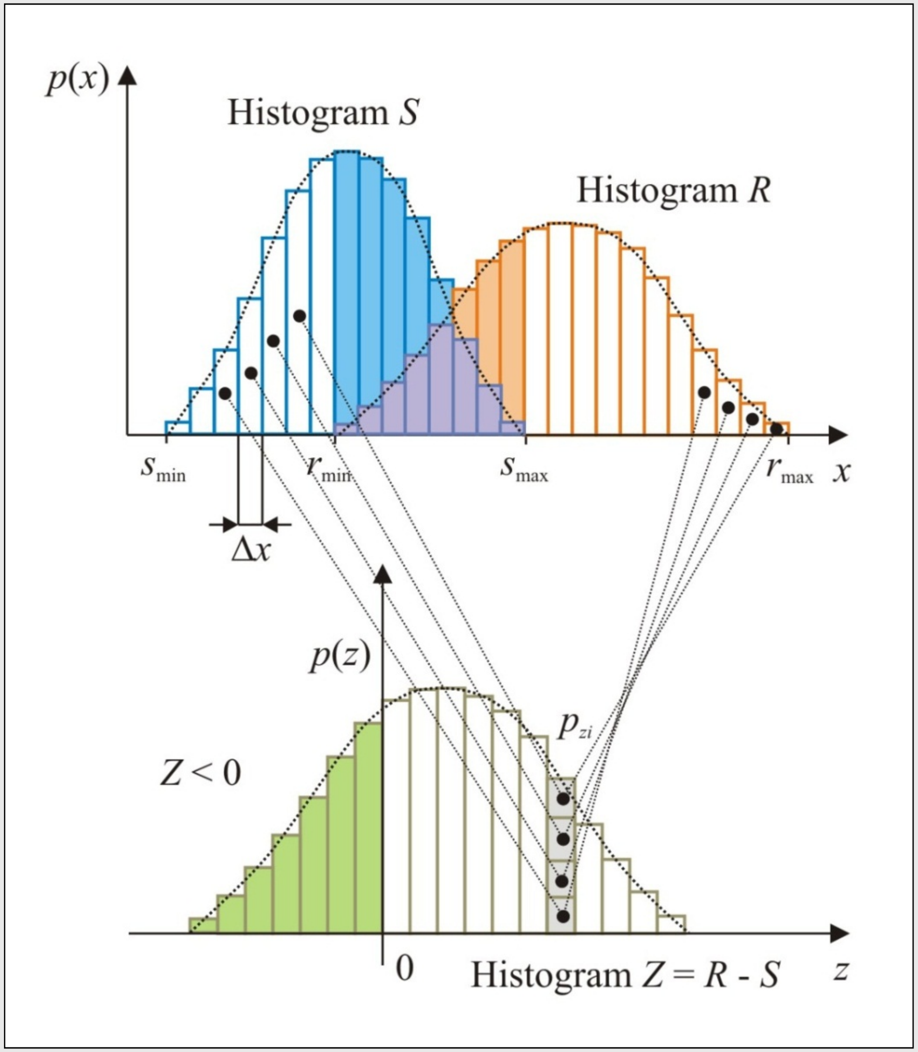






Program ProbCalc

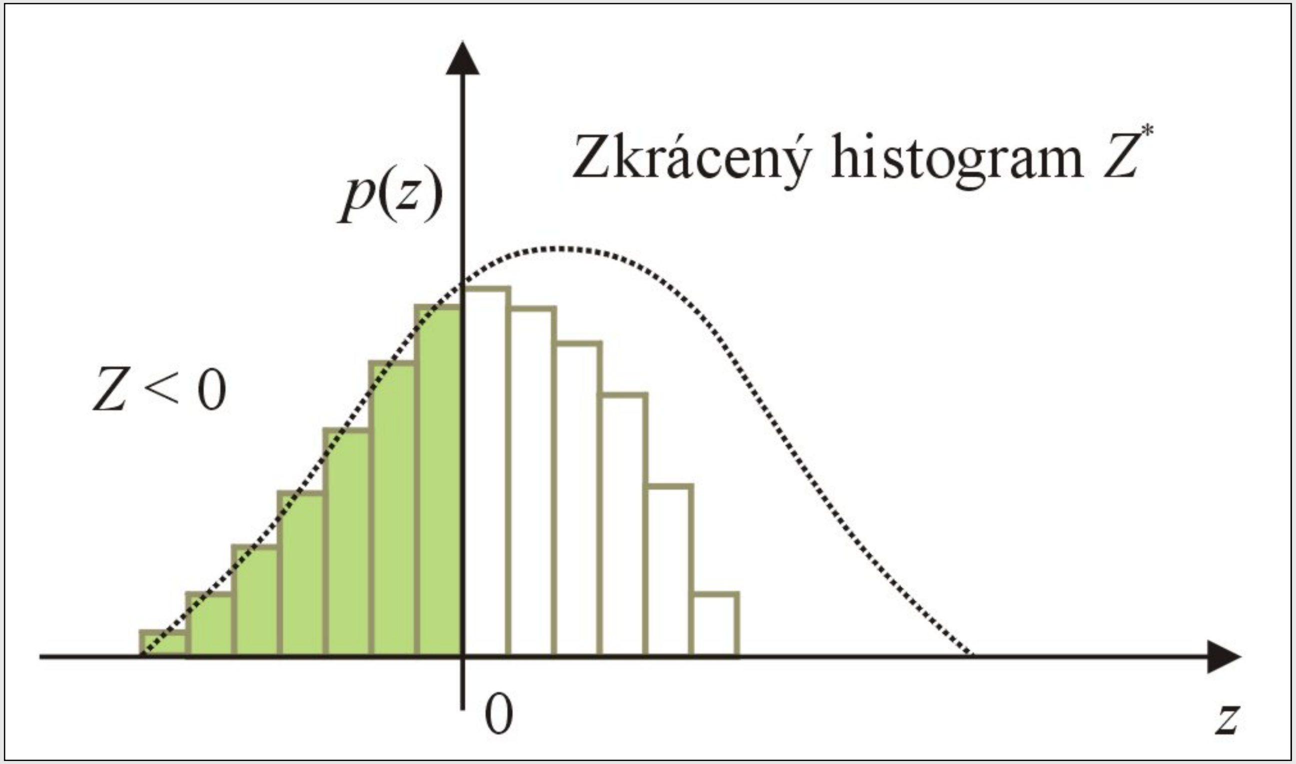
Vyloučení nepodstatných intervalů histogramů vstupních veličin



- Úprava základního výpočetního algoritmu metody POPV – snížení výpočetních operací.
- Výpočet pravděpodobnosti poruchy se soustředí pouze na oblast jejího vzniku.

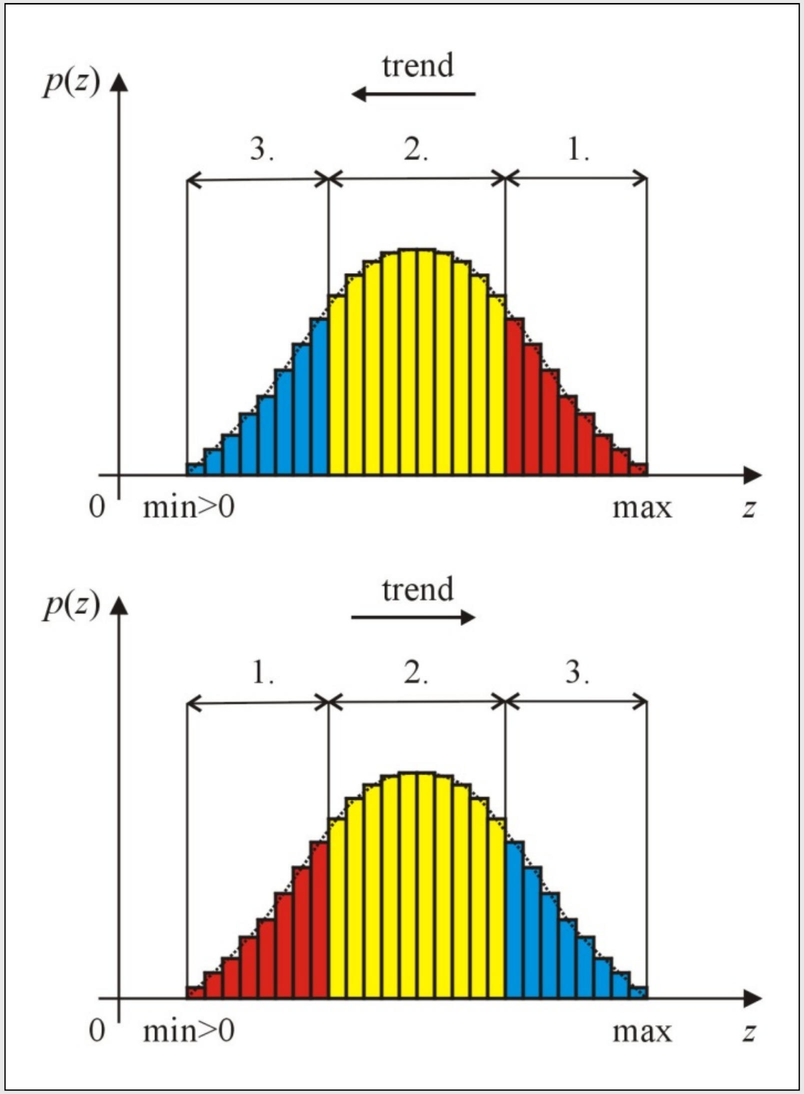
Zónová analýza a optimalizace

Výsledný histogram funkce spolehlivosti RF metodou POPV
při uplatnění zónové optimalizace - tzv. „zkrácený histogram“ Z^*

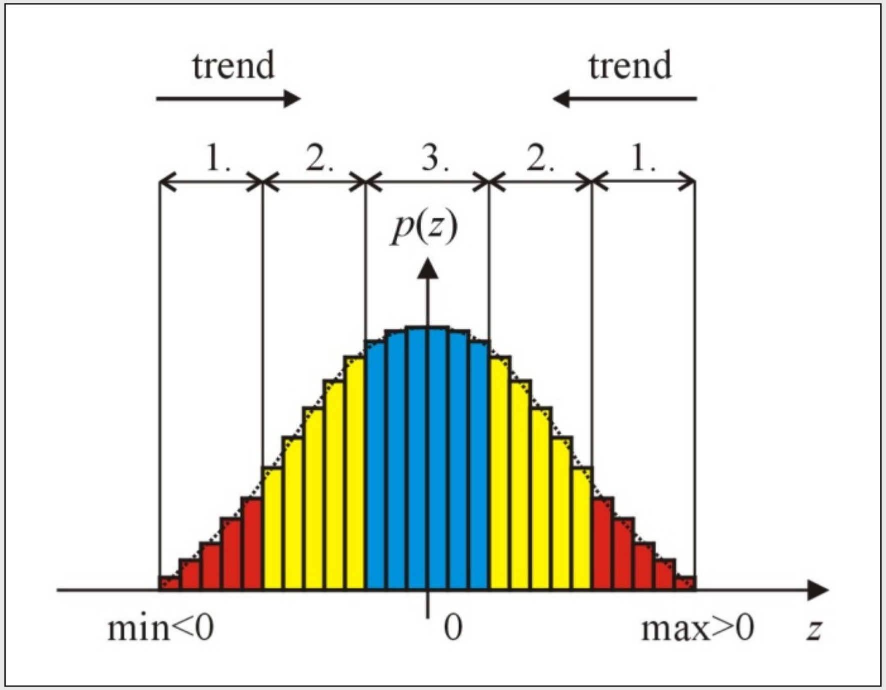


Trendová analýza a optimalizace

- Monotonní histogramy:
  - Zóny v histogramech se mění jedním směrem.
  - Např. pevnostní charakteristiky, vlastní tíha, průřezové charakteristiky…



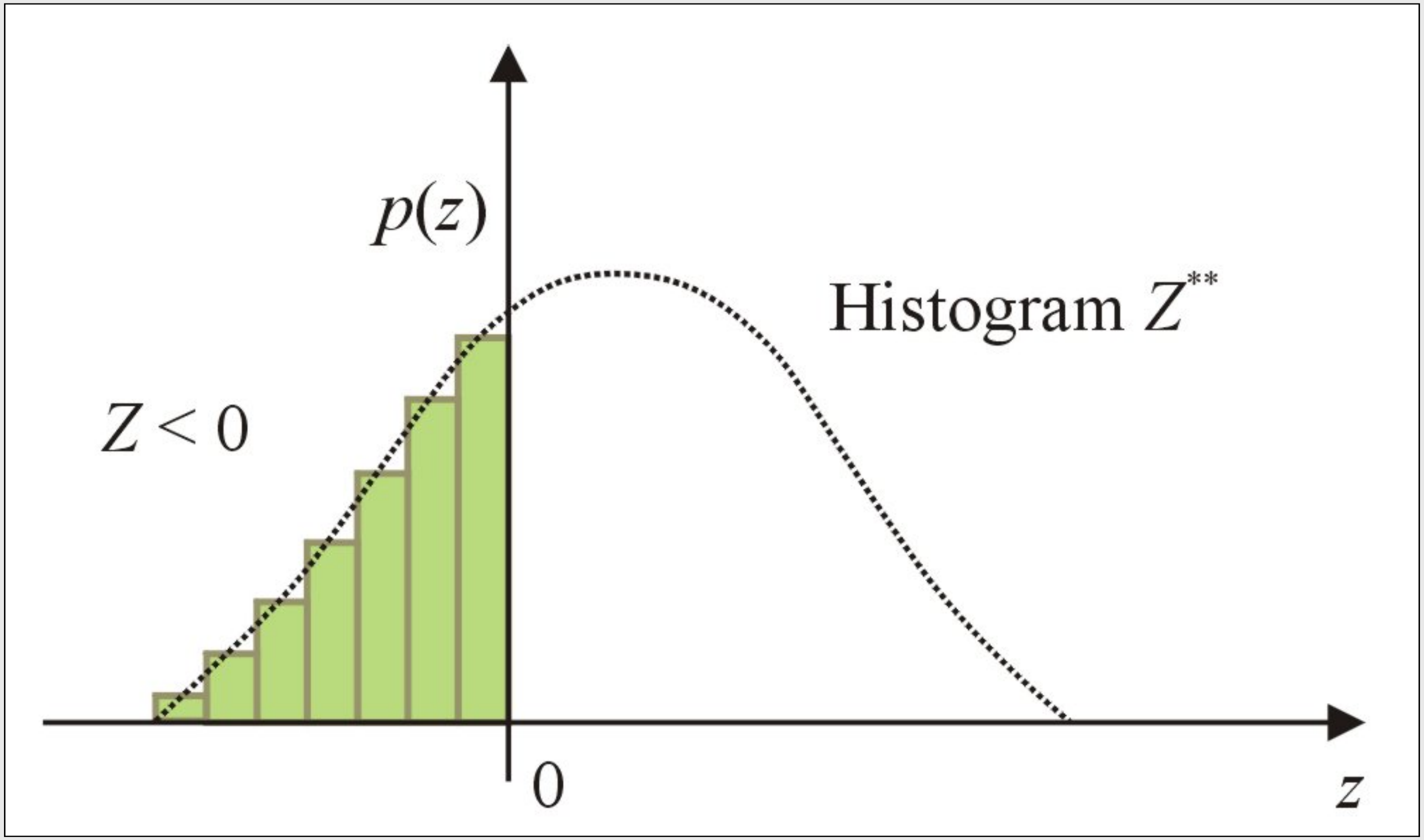
Trendová analýza a optimalizace



- Nemonotonní histogramy:
  - Zóny v histogramech se nemění pouze jedním směrem,
  - Histogramy mají minimálně dvě stejné zóny,
  - Např. zatížení větrem, zemětřesením, výrobní a montážní nepřesnosti (imperfekce).

Trendová analýza a optimalizace

Výsledný histogram funkce spolehlivosti RF metodou POPV při uplatnění trendové optimalizace - histogram Z^{**}



Grupování dílčích výsledků

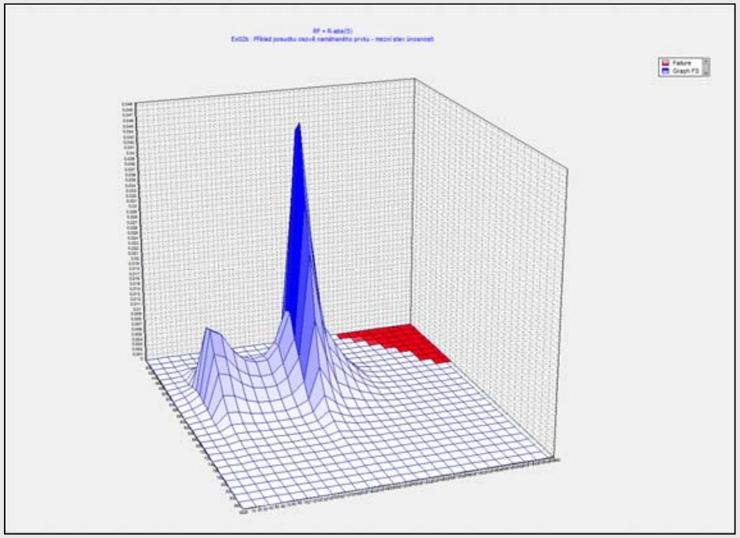
Je obdobou grupování vstupních veličin.

Platí-li např.:

$$RF = R - f(A_1, A_2, A_3, \ldots A_N)$$

pak je často výhodné provést samostatně výpočet

$$S = f(A_1, A_2, A_3, \ldots A_N)$$



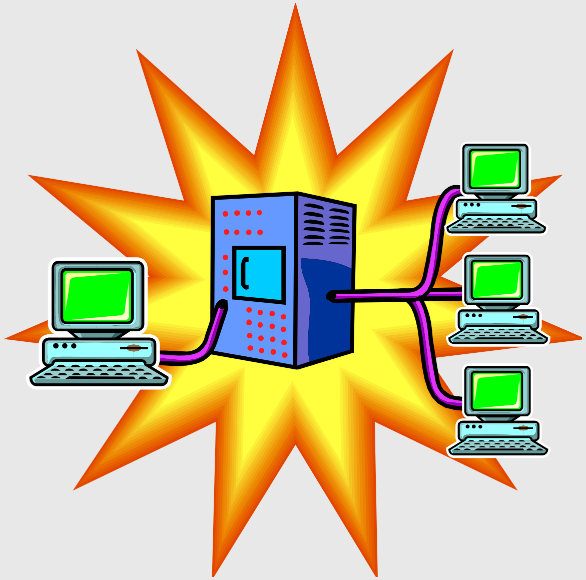
a následně

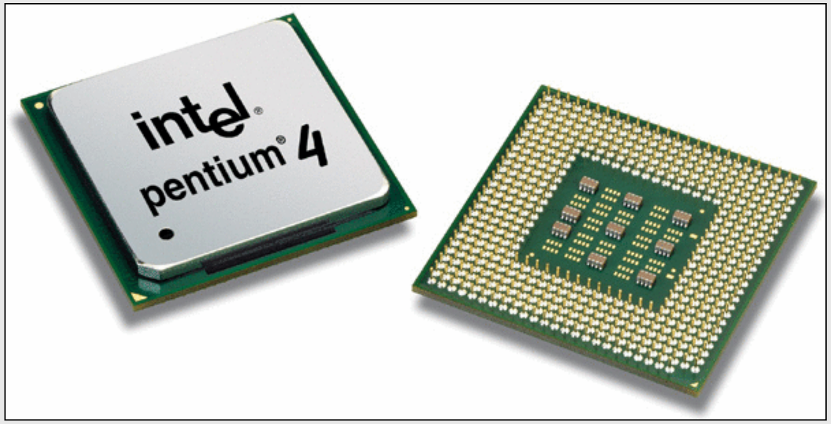
$$RF = R - S$$

Paralelizace výpočtů a kombinace optimalizačních postupů

Metoda POPV rovněž umožňuje:

- kombinovat uvedené optimalizační postupy,
- paralelizaci výpočtu
  (zatím odzkoušeno na počítačích se dvěma procesory).





Kombinace optimalizačních postupů

- Doporučená posloupnost optimalizačních postupů v programu ProbCalc:

  1. **Grupování**, které se doporučuje použít podle možností vždy,

  2. **Intervalová optimalizace** - doporučuje se minimalizovat počet tříd histogramů zejména při odlaďování algoritmu výpočtu, následně pak počet tříd histogramů optimalizovat pro dosažení korektního výsledku,

  3. **Ostatní optimalizační postupy**, které se mohou použít podle možností a složitosti úlohy.

- Důležitý faktor – způsob definování výpočetního modelu!

Ukázka pravděpodobnostního posouzení spolehlivosti

Ukázka dvou odlišných přístupů k zadání matematického modelu pravděpodobnostního výpočtu

Funkce spolehlivosti

$$RF = (R - E)$$

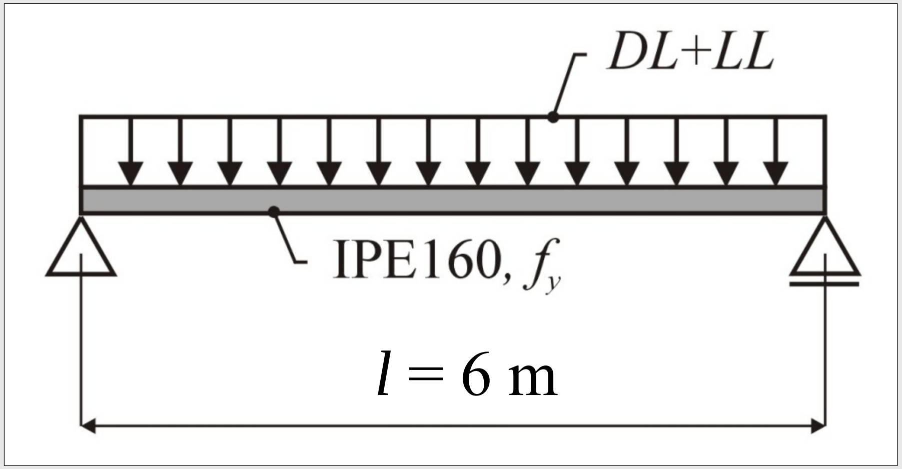
Odolnost konstrukce

$$R = M_{Rd} = W_{nom} \,.\, (1 - 3 \,.\, \varepsilon) \,.\, f_y$$

Účinek zatížení

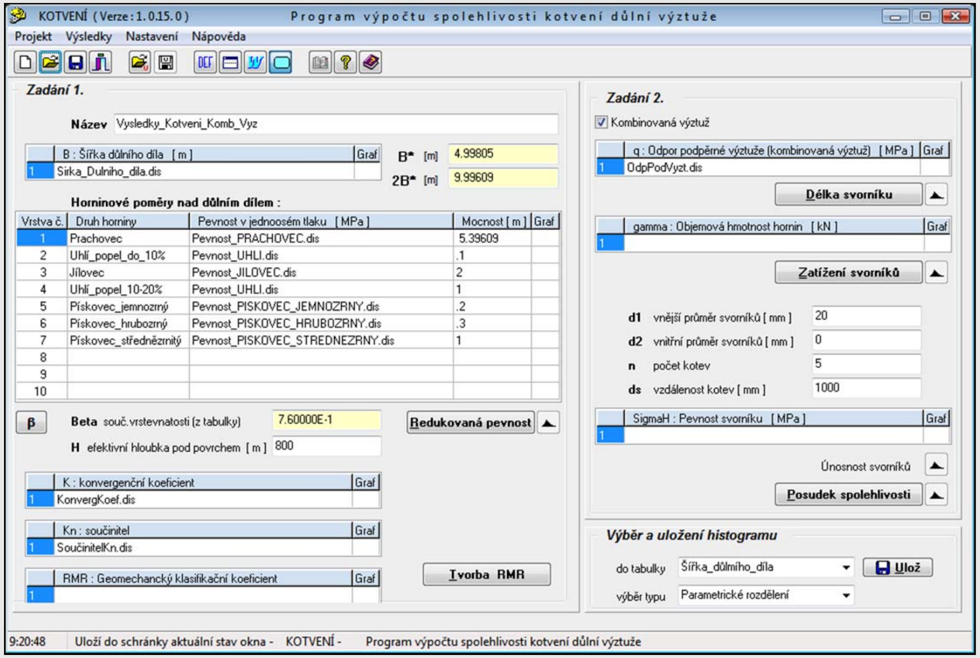
$$S = M_{Ed} = 2{,}1.DL + 3{,}5.LL$$

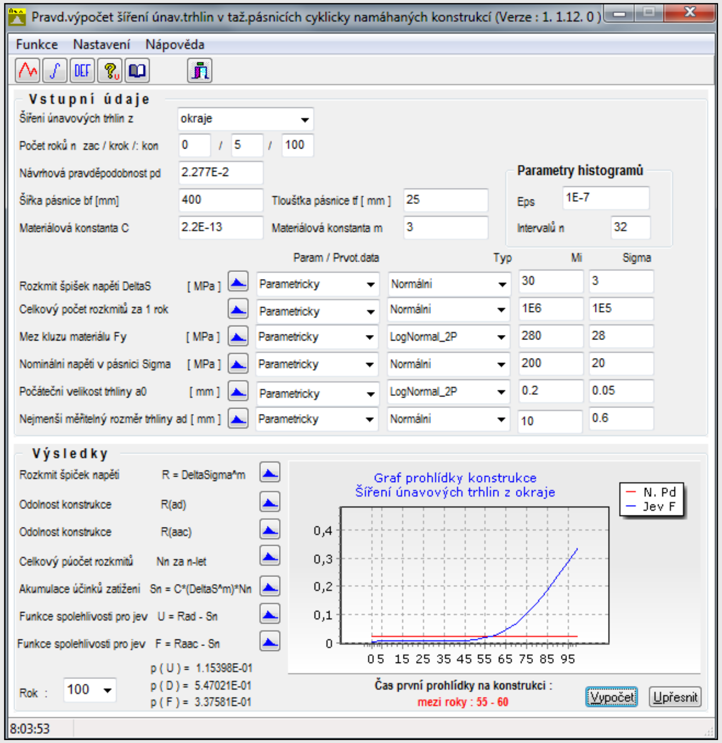
Statické schéma ohýbaného nosníku



Aplikace metody POPV

- Ukázky **aplikačního softwaru**, využívajícího metodu POPV:
  - Samostatný systém pro **návrh kotevní výztuže důlních děl**,
  - Software pro **pravděpodobnostní výpočet šíření únavových trhlin**.

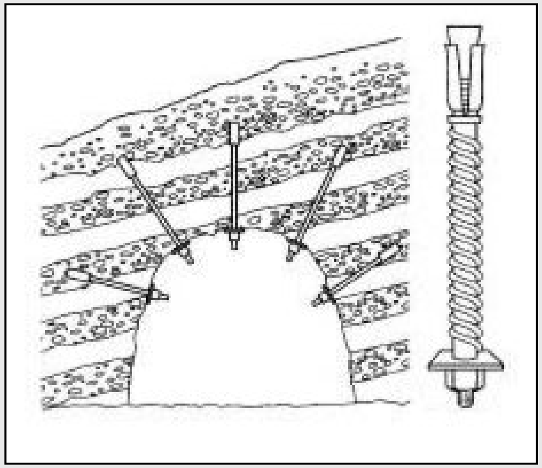




Samostatný systém pro návrh kotevní výztuže důlních děl

Návrh kotevní výztuže vyžaduje pro dané podmínky určit zejména:

- délku kotev (svorníků)
- jejich počet a rozmístění v okolí důlního nebo podzemního díla
- parametry kotev (typ, materiál, průměr, atd.) určujících jejich únosnost
- zatížení kotev

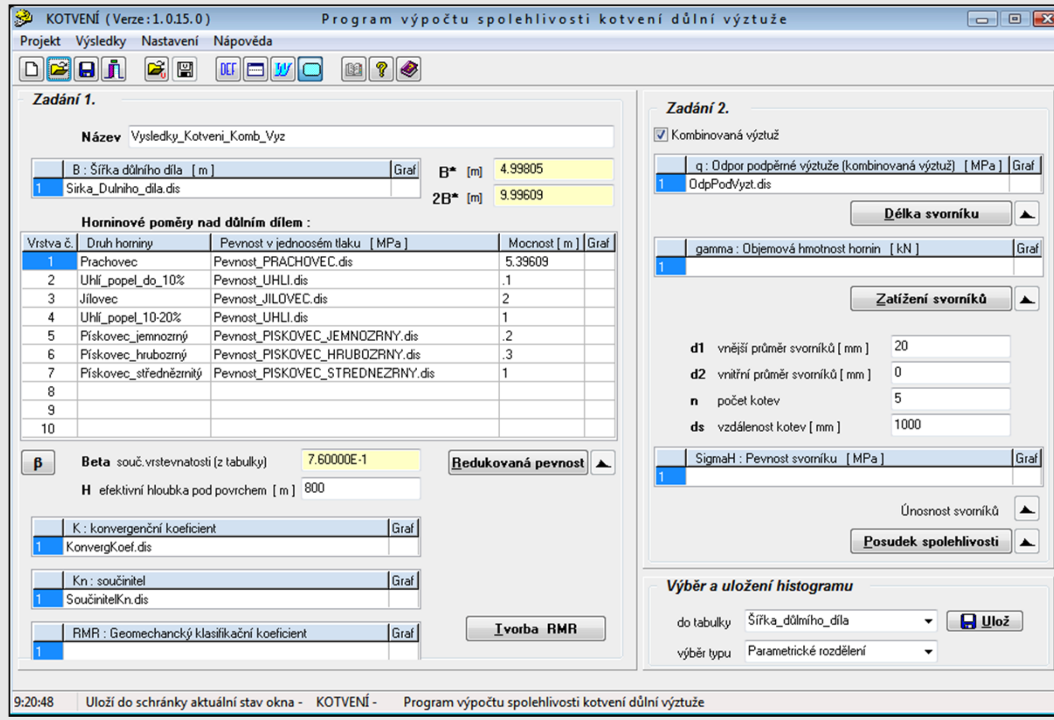


Samostatný systém pro návrh kotevní výztuže důlních děl

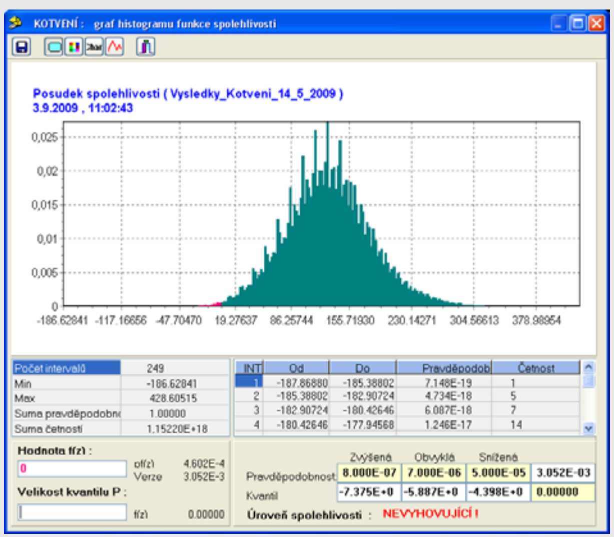
Vypracován programový systém „Anchor“ (Kotvení) pro navrhování a pravděpodobnostní posouzení kotevní výztuže metodou POPV.

Výstup:

- délka l
- počet n
- únosnost Q_{sv} kotevní výztuže



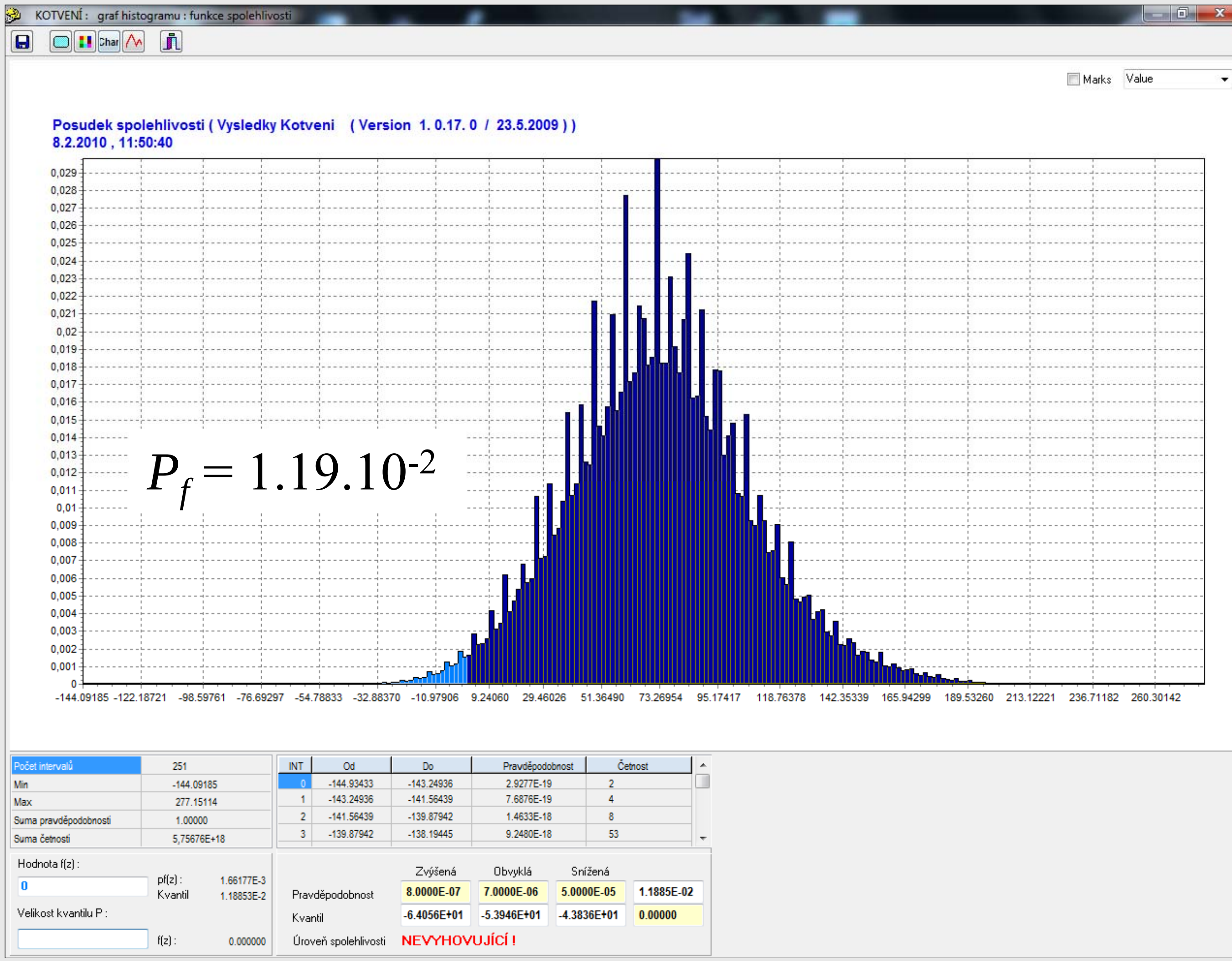
Pracovní plocha programu



Histogram funkce spolehlivosti s výslednou pravděpodobností poruchy $P_f=3{,}05.10^{-3}$ pro 4 kotvy na 1 m díla

Posudek spolehlivosti kotvení důlní výztuže

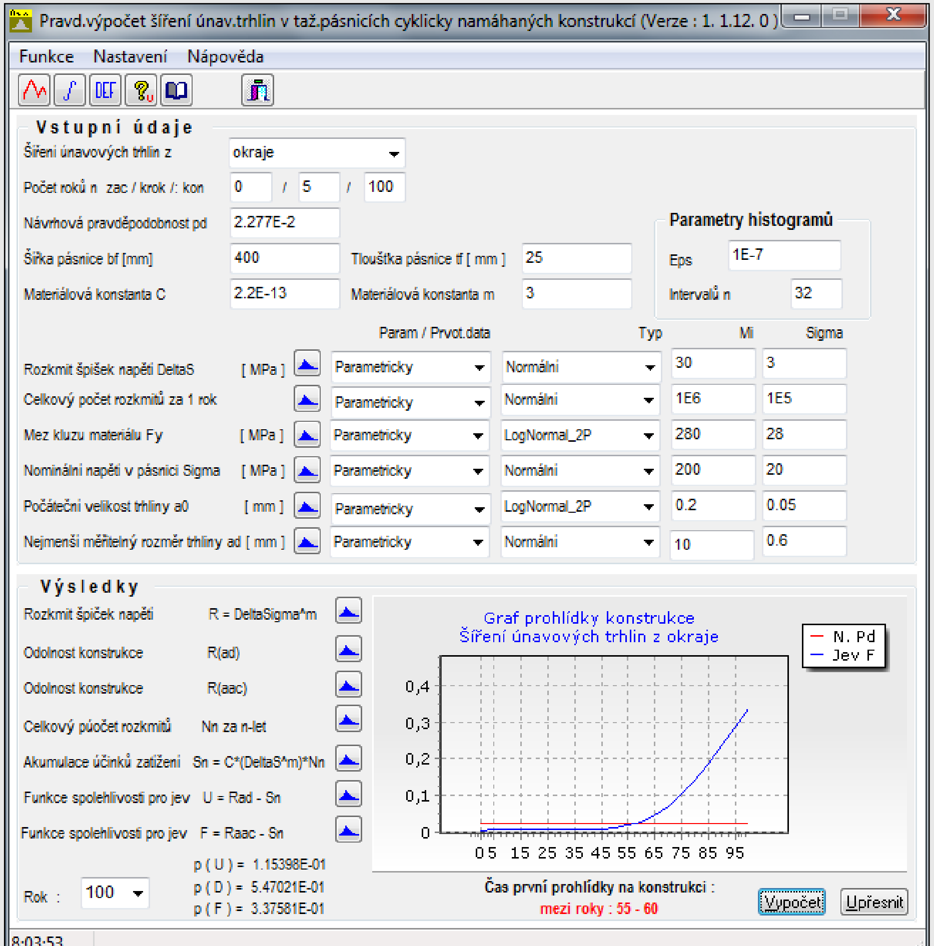
$$FS = Q_{sv} - Q$$

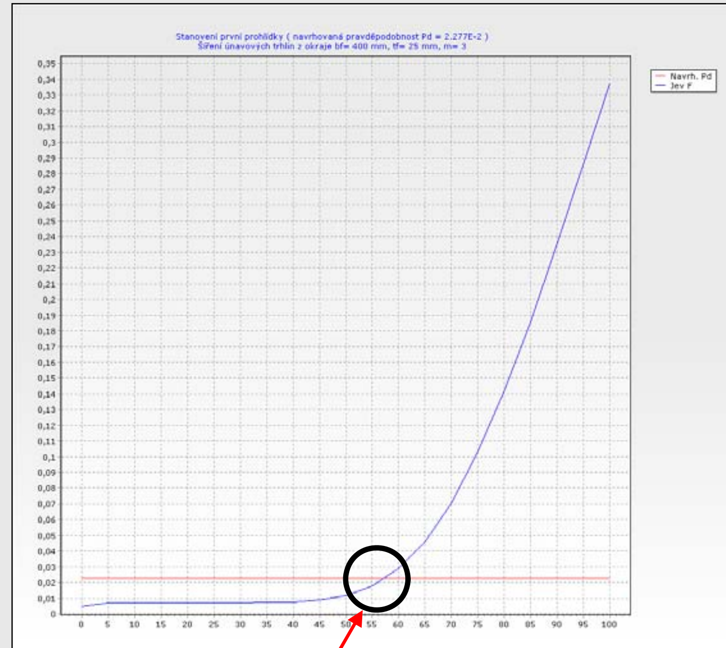


Výsledné pravděpodobnostní posouzení spolehlivosti důlního a podzemního díla - **histogram funkce spolehlivosti** ***RF***

Software pro pravděpodobnostní výpočet šíření únavových trhlin

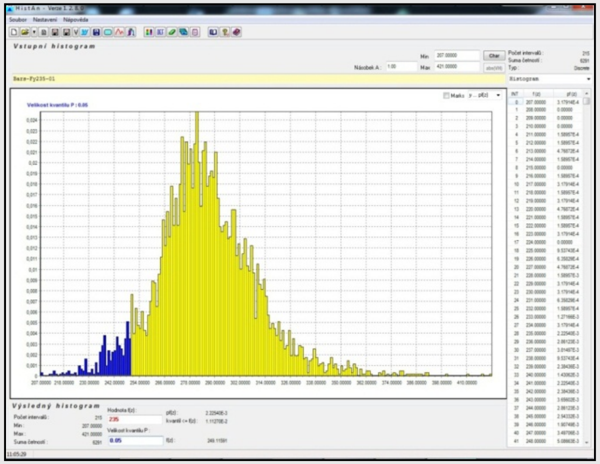
Program „FCProbCalc“ (**F**atigue **C**rack **Prob**ability **Calc**ulation)

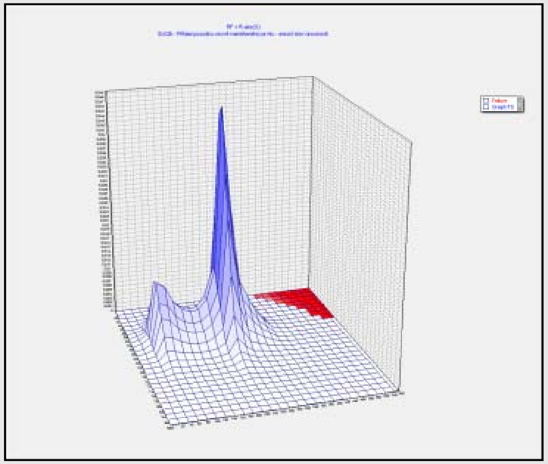




Výsledkem pravděpodobnostního výpočtu je doba první prohlídky, zaměřené na únavové poškození konstrukce.

Závěry





Přednáška:

- demonstrovala, že metoda POPV se jeví jako efektivní prostředek pro získání řešení u řady pravděpodobnostních úloh stavební mechaniky,
- byla zaměřena na základní výpočetní algoritmus metody i pokročilejší optimalizační techniky, které umožňují snížení výpočetních operací při zachování korektnosti řešení,
- naznačila další směr vývoje této pravděpodobnostní metody.

Děkuji za pozornost!