

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý* klíč.

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý* klíč.

1. Nejprve vytvoříme veřejný klíč (e, n) .

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý* klíč.

1. Nejprve vytvoříme veřejný klíč (e, n) .

- ▶ $n = pq$

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý* klíč.

1. Nejprve vytvoříme veřejný klíč (e, n) .

- ▶ $n = pq = 11 \cdot 7 = 77$

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý* klíč.

1. Nejprve vytvoříme veřejný klíč (e, n) .
 - ▶ $n = pq = 11 \cdot 7 = 77$
 - ▶ Hodnotu e určíme tak, aby platilo $\gcd(e, \varphi(n)) = 1$, tj.:

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý* klíč.

1. Nejprve vytvoříme veřejný klíč (e, n) .

- ▶ $n = pq = 11 \cdot 7 = 77$
- ▶ Hodnotu e určíme tak, aby platilo $\gcd(e, \varphi(n)) = 1$, tj.:

$$\gcd(e, \varphi(n))$$

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý* klíč.

1. Nejprve vytvoříme veřejný klíč (e, n) .

- ▶ $n = pq = 11 \cdot 7 = 77$
- ▶ Hodnotu e určíme tak, aby platilo $\gcd(e, \varphi(n)) = 1$, tj.:

$$\gcd(e, \varphi(n)) = \gcd(e, (p-1)(q-1))$$

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý* klíč.

1. Nejprve vytvoříme veřejný klíč (e, n) .

- ▶ $n = pq = 11 \cdot 7 = 77$
- ▶ Hodnotu e určíme tak, aby platilo $\gcd(e, \varphi(n)) = 1$, tj.:

$$\gcd(e, \varphi(n)) = \gcd(e, (p-1)(q-1)) = \gcd(e, 10 \cdot 6)$$

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý* klíč.

1. Nejprve vytvoříme veřejný klíč (e, n) .

- ▶ $n = pq = 11 \cdot 7 = 77$
- ▶ Hodnotu e určíme tak, aby platilo $\gcd(e, \varphi(n)) = 1$, tj.:

$$\gcd(e, \varphi(n)) = \gcd(e, (p-1)(q-1)) = \gcd(e, 10 \cdot 6) = \gcd(e, 60)$$

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý* klíč.

1. Nejprve vytvoříme veřejný klíč (e, n) .

- ▶ $n = pq = 11 \cdot 7 = 77$
- ▶ Hodnotu e určíme tak, aby platilo $\gcd(e, \varphi(n)) = 1$, tj.:

$$\gcd(e, \varphi(n)) = \gcd(e, (p-1)(q-1)) = \gcd(e, 10 \cdot 6) = \gcd(e, 60) = 1$$

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý* klíč.

1. Nejprve vytvoříme veřejný klíč (e, n) .

- ▶ $n = pq = 11 \cdot 7 = 77$
- ▶ Hodnotu e určíme tak, aby platilo $\gcd(e, \varphi(n)) = 1$, tj.:

$$\gcd(e, \varphi(n)) = \gcd(e, (p-1)(q-1)) = \gcd(e, 10 \cdot 6) = \gcd(e, 60) = 1$$

Vyhovuje například $e = 13$,

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý* klíč.

1. Nejprve vytvoříme veřejný klíč (e, n) .

- ▶ $n = pq = 11 \cdot 7 = 77$
- ▶ Hodnotu e určíme tak, aby platilo $\gcd(e, \varphi(n)) = 1$, tj.:

$$\gcd(e, \varphi(n)) = \gcd(e, (p-1)(q-1)) = \gcd(e, 10 \cdot 6) = \gcd(e, 60) = 1$$

Vyhovuje například $e = 13$, což snadno ověříme pomocí Euklidova algoritmu.

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý* klíč.

1. Nejprve vytvoříme veřejný klíč (e, n) .

- ▶ $n = pq = 11 \cdot 7 = 77$
- ▶ Hodnotu e určíme tak, aby platilo $\gcd(e, \varphi(n)) = 1$, tj.:

$$\gcd(e, \varphi(n)) = \gcd(e, (p-1)(q-1)) = \gcd(e, 10 \cdot 6) = \gcd(e, 60) = 1$$

Vyhovuje například $e = 13$, což snadno ověříme pomocí Euklidova algoritmu.

$$\Rightarrow \text{veřejný klíč } (e, n) = (13, 77).$$

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý* klíč.

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý klíč*.

2. Nalezneme soukromý klíč (d, n) .

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý klíč*.

2. Nalezneme soukromý klíč (d, n) .

▶ $n = 77$

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý* klíč.

2. Nalezneme soukromý klíč (d, n) .

- ▶ $n = 77$ (to jsme určili už při hledání veřejného klíče.)

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý* klíč.

2. Nalezneme soukromý klíč (d, n) .

- ▶ $n = 77$ (to jsme určili už při hledání veřejného klíče.)
- ▶ Hodnotu d určíme tak, aby platilo $ed \equiv 1 \pmod{\varphi(n)}$, tj.:

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý* klíč.

2. Nalezneme soukromý klíč (d, n) .

- ▶ $n = 77$ (to jsme určili už při hledání veřejného klíče.)
- ▶ Hodnotu d určíme tak, aby platilo $ed \equiv 1 \pmod{\varphi(n)}$, tj.:

$$13d \equiv 1 \pmod{60}.$$

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý* klíč.

2. Nalezneme soukromý klíč (d, n).

- ▶ $n = 77$ (to jsme určili už při hledání veřejného klíče.)
- ▶ Hodnotu d určíme tak, aby platilo $ed \equiv 1 \pmod{\varphi(n)}$, tj.:

$$13d \equiv 1 \pmod{60}.$$

Hledáme řešení této lineární kongruence v množině $\{1, 2, \dots, 59\}$.

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý* klíč.

2. Nalezneme soukromý klíč (d, n).

- ▶ $n = 77$ (to jsme určili už při hledání veřejného klíče.)
- ▶ Hodnotu d určíme tak, aby platilo $ed \equiv 1 \pmod{\varphi(n)}$, tj.:

$$13d \equiv 1 \pmod{60}.$$

Hledáme řešení této lineární kongruence v množině $\{1, 2, \dots, 59\}$. Je jím $d = 37$.

Příklad na generaci klíčů pro RSA algoritmus

Jsou zadány prvočísla $p = 11$ a $q = 7$. Nalezněte nějaký *veřejný* a *soukromý klíč*.

2. Nalezneme soukromý klíč (d, n) .

- ▶ $n = 77$ (to jsme určili už při hledání veřejného klíče.)
- ▶ Hodnotu d určíme tak, aby platilo $ed \equiv 1 \pmod{\varphi(n)}$, tj.:

$$13d \equiv 1 \pmod{60}.$$

Hledáme řešení této lineární kongruence v množině $\{1, 2, \dots, 59\}$. Je jím $d = 37$.

\Rightarrow **soukromý klíč** $(d, n) = (37, 77)$.