(1) $y^{(n)} + a_1(t) \cdot y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1}(t) \cdot y' + a_n(t) \cdot y = b(t)$

$b(t) = 0$ ... homogenní LDR

(2) $y(t_0) = y_0,\ y'(t_0) = y_1, \dots, y^{(n-1)}(t_0) = y_{n-1}$.

<u>Věta</u> Nechť $a_1, \dots, a_n$ a b jsou spojité funkce definované na otevřeném intervalu $J \subset \mathbb{R}$. Nechť $t_0 \in J$. Pak C. úloha (1), (2) má právě jedno řešení definované na J.

<u>Věta</u> Označme Y systém všech řeš. (1) na J, Y_H soustavu všech řešení

(3) $y^{(n)} + a_1(t) y^{(n-1)} + \dots + a_n(t) y = 0$ na J.

Pak platí: Jsou-li všechny koeficienty $a_1, \dots a_n$ i pravá strana b spojité na J, potom

(i) $\dim Y_H = n$

(ii) $Y = Y_H + y_p \quad (y_p \in Y)$.

<u>Věta</u> Nechť $\varphi_1 \in Y_H, \varphi_2 \in Y_H, \dots, \varphi_n \in Y_H$ na J. Pak $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ tvoří FSŘ právě když $\forall t \in J$

$$W(t) = \begin{bmatrix} \varphi_1(t) & \varphi_2(t) & \dots & \varphi_n(t) \\ \varphi_2'(t) & \varphi_2'(t) & \dots & \varphi_n'(t) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \varphi_1^{(n-1)}(t) & \varphi_2^{(n-1)}(t) & \dots & \varphi_n^{(n-1)}(t) \end{bmatrix}$$ je regulární.

$Y_H \dots y(t) = C_1 \cdot \varphi_1(t) + C_2 \cdot \varphi_2(t) + \dots + C_n \cdot \varphi_n(t)$,

$C_1 \in \mathbb{R}, C_2 \in \mathbb{R}, \dots, C_n \in \mathbb{R}$

Věta (O metodě variace konstant)

$\exists k_1 \in C^1(J), \dots, \exists k_n \in C^1(J)$

$y_p(t) = k_1(t) \cdot \varphi_1(t) + k_2(t) \cdot \varphi_2(t) + \dots + k_n(t) \cdot \varphi_n(t)$.

$$\left[\; W(t) \; \right] \cdot \begin{bmatrix} k_1'(t) \\ k_2'(t) \\ \vdots \\ k_n'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b(t) \end{bmatrix}.$$

Věta Nechť $a_1 \in \mathbb{R}, a_2 \in \mathbb{R}, \dots, a_n \in \mathbb{R}$. K rovnici $y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_n y = 0$ sestavme polynom $\lambda^n + a_1 \cdot \lambda^{n-1} + \dots + a_n$ (charakteristický p.).

Pak platí: Přiřaďme $\lambda_j \in \mathbb{R}$ násobnosti k_j funkce $e^{\lambda_j t}, t \cdot e^{\lambda_j t}, \dots, t^{k_j - 1} \cdot e^{\lambda_j t}$. Dále přiřaďme každé dvojici $\lambda_p = \alpha_p + i\beta_p$, $\bar{\lambda}_p = \alpha_p - i\beta_p$ násobnosti m_p funkce

$$e^{\alpha_p t} \cdot \sin \beta_p t \,;\; t \cdot e^{\alpha_p t} \cdot \sin \beta_p t \,;\; \dots ;\; t^{m_p - 1} \cdot e^{\alpha_p t} \cdot \sin \beta_p t$$
$$e^{\alpha_p t} \cdot \cos \beta_p t \,;\; t \cdot e^{\alpha_p t} \cdot \cos \beta_p t \,;\; \dots ;\; t^{m_p - 1} \cdot e^{\alpha_p t} \cdot \cos \beta_p t$$

Uvedená n-tice funkcí tvoří FSR uvedené homogenní rovnice.

Věta (o rovnicích se speciální pravou stranou)

$$y^{(n)} + a_1 \cdot y^{(n-1)} + \ldots + a_n y = e^{\alpha t} \cdot \left[P_1(t) \cdot \sin(\beta t) + P_2(t) \cdot \cos(\beta t) \right]$$

Označme $s = \max\{P_1, P_2\}$.

Nechť $\alpha + i\beta$ je kořenem násobnosti M.

Pak

$$y_p(t) = t^M \cdot e^{\alpha t} \cdot \left[Q_1(t) \cdot \sin(\beta t) + Q_2(t) \cdot \cos(\beta t) \right],$$

kde Q_1, Q_2 jsou polynomy stupně nejvýše s.