(1) $y' + \underline{a(t)} \cdot y = \underline{b(t)}$ ... LDR 1. řádu

(2) $y' + a(t) \cdot y = 0$ ... Homogenní LDR přidružená k (1)

(3) $y(t_0) = y_0$ ... Počáteční podmínka

Předpoklady: Nechť $J \subset \mathbb{R}$ je otevřený interval, $t_0 \in J$, $a \in C(J)$, $b \in C(J)$.

Označme: Y_H ... systém všech řešení (2) na J
Y ... systém všech řešení (1) na J

Vlastnosti:
1) Cauchyova úloha (1), (3) má právě jedno řešení na J
2) $\dim Y_H = 1$
3) Řešení (2) nemění znaménko na J
4) Nechť $y_p \in Y$. Pak

$$\boxed{Y = Y_H + y_p}$$

Metoda přenásobení:

$$y' + a(t) \cdot y = b(t) \qquad \Big| \cdot e^{\int a(t)\,dt}$$

$$\underline{y'} \cdot \underline{e^{\int a(t)\,dt}} + y \cdot \underline{e^{\int a(t)\,dt} \cdot a(t)} = b(t) \cdot e^{\int a(t)\,dt}$$

$$\left(\underline{y} \cdot \underline{e^{\int a(t)\,dt}}\right)' = b(t) \cdot e^{\int a(t)\,dt}$$

$$y \cdot e^{\int a(t)\,dt} = \int b(t) \cdot e^{\int a(t)\,dt} + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

Metoda separace: $\quad y' + a(t)y = 0, \quad 0 \in Y_H,$

$y > 0$ na J nebo $y < 0$ na J:

$$\frac{1}{y} \cdot y' = -a(t).$$

Metoda variace konstanty:

$$0 \neq y_h \in Y_H \implies \forall c \in \mathbb{R}: \ c \cdot y_h \in Y_H$$

$$0 \neq y_h \in Y_H \implies \exists k \in C^1(J): \ k \cdot y_h \in Y$$

$$y' + a(t)y = b(t)$$

$\forall t \in J$:

$$\left(k(t) \cdot y_h(t)\right)' + a(t) \cdot k(t) \cdot y_h(t) = b(t)$$

$$k'(t) \cdot y_h(t) + k(t) \cdot y_h'(t) + a(t)k(t)y_h(t) = b(t)$$

$$k'(t) \cdot y_h(t) + k(t) \cdot \underbrace{\left[y_h'(t) + a(t) \cdot y_h(t) \right]}_{\shortparallel \atop 0} = b(t)$$

$$k'(t) \cdot y_h(t) = b(t) \implies k'(t) = \frac{b(t)}{y_h(t)}$$

$$k(t) = \int \frac{b(t)}{y_h(t)}\, dt. \qquad Y = Y_H + y_p.$$