Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava
Západočeská univerzita v Plzni

Interaktivní hry a testy k procvičení integrálního počtu funkcí více proměnných

P. Šarmanová, R. Plch

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Petra Šarmanová, Roman Plch
Interaktivní hry a testy k procvičení integrálního počtu funkcí více proměnných

ISBN

Předmluva

Vážení čtenáři,

text, který se vám dostává do rukou, vzniká v rámci řešení projektu „Matematika pro inženýry 21. století - inovace výuky matematiky na technických školách v nových podmínkách rychle se vyvíjející informační a technické společnosti“. Tento projekt je řešen na Vysoké škole báňské - Technické univerzitě v Ostravě a Západočeské univerzitě v Plzni v období 2009-2012.

Hlavní motivací tohoto projektu je potřeba reagovat na změnu úlohy jednotlivých partií matematiky při řešení praktických problémů, způsobenou zejména velkým pokrokem v matematickém modelování, dramatickým zlepšováním software a rychlým zvyšováním výpočetních kapacit moderních počítačů. Inženýři tak nyní běžně využívají stále se vyvíjející komplikované softwarové produkty založené na matematických pojmech, se kterými se v kurzech matematiky buďto nesetkají vůbec nebo v nevhodné formě. Na druhé straně neodráží z nejrůznějších důvodů prezentace některých pojmů v základních kurzech potřeby odborných kateder. Tento stav ztěžuje studentům aktivní používání získaných vědomostí v odborných předmětech i orientaci v rychle se vyvíjejících metodách inženýrské praxe. Cílem projektu je inovace matematických a některých odborných kurzů na technických vysokých školách s cílem získat zájem studentů, zvýšit efektivnost výuky, zpřístupnit prakticky aplikovatelné výsledky moderní matematiky a vytvořit předpoklady pro efektivní výuku inženýrských předmětů. Zkvalitnění výuky matematiky budoucích inženýrů chceme dosáhnout po stránce formální využitím nových informačních technologií přípravy elektronických studijních materiálů a po stránce věcné pečlivým výběrem vyučované látky s důsledným využíváním zavedených pojmů v celém kurzu matematiky s promyšlenou integrací moderního matematického aparátu do vybraných inženýrských předmětů. Metodiku výuky matematiky a její atraktivnost pro studenty chceme zlepšit důrazem na motivaci a důsledným používáním postupu „od problému k řešení“.

V rámci projektu vytváříme 40 nových výukových materiálů z oblastí matematické analýzy, lineární algebry, numerických metod, metod optimalizace, teorie grafů, diskrétní matematiky, statistiky a vybraných odborných kurzů. Všechny hotové výukové materiály budou volně k dispozici na webových stránkách projektu http://mi21.vsb.cz/. Autoři předem děkují za všechny podnětné nápady k vylepšení textu a za upozornění na chyby.

V Ostravě 3. 1. 2011 Autoři

Obsah

Kapitola 1

Co je dobré vědět

Vážení studenti,

připravili jsme pro vás spoustu her a testů na procvičení a pochopení základních pojmů integrálního počtu funkcí více proměnných. Dozvíte se, jaký je geometrický význam dvojného a trojného integrálu, jak vypočítat objem tělesa jednou pomocí dvojného a podruhé pomocí trojného integrálu, kdy zvolíme při výpočtu objemu tělesa transformaci do válcových souřadnic a kdy do sférických souřadnic a mnoho dalšího.

Čekají na vás interaktivní párovací hry s tajenkou, hry typu Riskuj pro jednoho či dva hráče a interaktivní testy s vyhodnocením a ukázkou správných odpovědí. A aby bylo vše maximálně názorné, otázky ilustrujeme interaktivní 3D grafikou.

Párovací hry

Párovací hra je interaktivní PDF s doplňovací tajenkou. Cílem hráče je správně spárovat nabízené otázky a odpovědi. Hráč tedy zaklikne políčko u jedné otázky a následně u jedné odpovědi. Při nalezení správného páru se odkryje jedno písmeno v tajence. Při chybě získá hráč trestný bod a pokračuje ve hře.

Hry Riskuj

Hra typu Riskuj je obdobou televizní hry Riskuj. Hráč si vybírá otázky různých témat a obtížnosti. Otázky jsou ohodnoceny 100 body, 200 body, 300 body atd. Při kliknutí na vybrané políčko se zobrazí otázka s výběrem odpovědí. Po zakliknutí odpovědi je otázka vyhodnocena a hráči jsou body buď přičteny nebo odečteny. Celkové skóre je zobrazeno na hracím poli. Zábavnější variantou této hry je varianta určená pro dva hráče. Tehdy se oba hráči pravidelně střídají a soupeří navzájem. Vítězem se pochopitelně stává ten, který získá více bodů.

Testy

Interaktivní testy obsahují otázky s výběrem z předem daných možností, kdy může být správná právě jedna odpověď nebo více odpovědí. U otázek, kde lze volit jen jednu odpověď (test nedovolí zaškrtnout více odpovědí), je správná odpověď bodována počtem bodů uvedených v závorce u zadání a špatná odpověď je bodována 0 body. U otázek, kde lze volit více správných odpovědí, je součet bodů správných odpovědí uveden v závorce u zadání a za každou špatnou odpověď bude odečten jeden bod.

Test zahájíte kliknutím na tlačítko „Zacatek testu“. Následně řešíte jednotlivé testové otázky a test ukončíte kliknutím na tlačítko „Konec testu“. Tím dojde automaticky k vyhodnocení testu a zobrazení počtu správně zodpovězených otázek, získaných bodů a procenta úspěšnosti. Opravení testu se provede kliknutím na tlačítko „Výsledky“. Správné odpovědi budou označeny zeleně a chybné odpovědi červeně.

3D grafika

Většina her a testů obsahuje ilustrační 3D grafiku. Všechny 3D obrázky jsou interaktivní, je tedy možno s nimi otáčet a prohlížet si těleso ze všech stran a úhlů. Pro další manipulaci je třeba zobrazit 3D Toolbar (je součástí Adobe Readeru). Toolbar zobrazíme kliknutím pravého tlačítka myši na obrázek a volbou Nástroje – Zobrazit pruh nástrojů (Tools – Show Toolbar). Základní možnosti Toolbaru jsou dynamický zoom, posunutí, natočení, změna osvětlení, změna barvy pozadí či skrytí, zobrazení nebo izolování pouze určitých prvků modelu. Možné je rovněž využití různých zobrazovacích módů (Solid, Transparent, Shaded Illustration atd.). Pro korektní zobrazení interaktivní 3D grafiky je třeba použít Adobe Reader verze minimálně 8.1.1.

Jaké transformační rovnice jsou ve sbírce použity?

Připomeňme si základní transformační rovnice při transformaci dvojného integrálu do polárních souřadnic a trojného integrálu do válcových souřadnic a sférických souřadnic. Vzhledem k tomu, že jsou běžně používány dvě varianty transformace do sférických souřadnic, uvádíme zde obě varianty a stejně tak je na každou z variant připraven samostatný test, párovací hra i hra typu Riskuj.

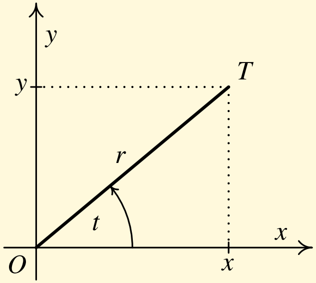
Transformace do polárních souřadnic

Uvažujme bod T v rovině s kartézskými souřadnicemi $[x, y]$. Označme r vzdálenost bodu T od počátku O kartézské soustavy souřadnic a t úhel, který svírá polopřímka OT s kladnou částí osy x.

Vztah mezi kartézskými souřadnicemi $[x, y]$ a polárními souřadnicemi $[r, t]$ je dán rovnicemi:

$$x = r\cos t,$$
$$y = r\sin t.$$

Jakobián $|J| = r$.



Přitom $r \geqq 0$ a t nabývá hodnot z intervalu $\langle 0, 2\pi\rangle$ nebo z jiného intervalu délky 2π.

Transformace do válcových souřadnic

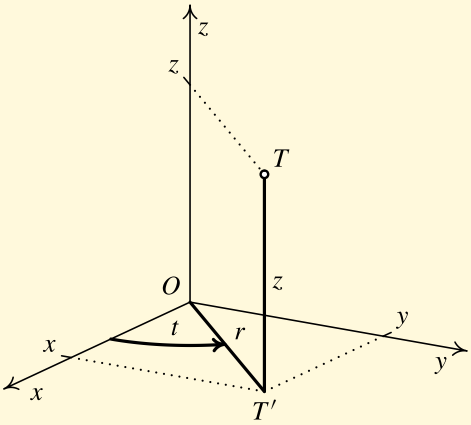
Uvažujme bod T v prostoru s kartézskými souřadnicemi $[x, y, z]$ a jeho kolmý průmět T' do roviny xy s kartézskými souřadnicemi $[x, y, 0]$. Jak již víme, v rovině lze provést transformaci kartézských souřadnic $[x, y]$ bodu T' do polárních souřadnic $[r, t]$. Nyní využijeme tohoto vyjádření prvních dvou souřadnic bodu T v polárních souřadnicích k zavedení nové transformace kartézských souřadnic $[x, y, z]$ bodu T do tzv. válcových (cylindrických) souřadnic $[r, t, z]$.

Vztah mezi kartézskými souřadnicemi $[x, y, z]$ bodu T a válcovými souřadnicemi $[r, t, z]$ je dán rovnicemi:

$$\begin{aligned} x &= r\cos t, \\ y &= r\sin t, \\ z &= z. \end{aligned}$$

Jakobián $|J| = r$.

Přitom $r \geqq 0$ a t nabývá hodnot z intervalu $\langle 0, 2\pi\rangle$ nebo z jiného intervalu délky 2π.



Obsah
10. strana ze 114
Zavřít dokument
Konec
Celá obrazovka/Okno

Transformace do sférických souřadnic — varianta I

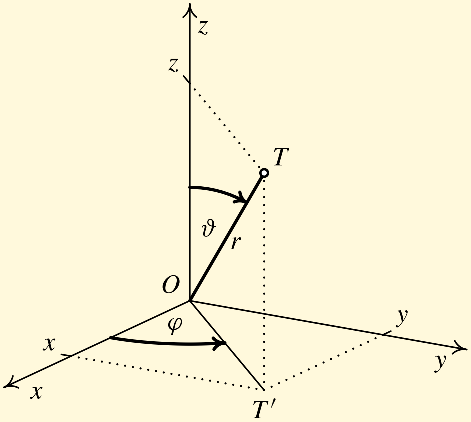
Uvažujme bod T v prostoru s kartézskými souřadnicemi $[x, y, z]$ a jeho kolmý průmět T' do roviny xy s kartézskými souřadnicemi $[x, y, 0]$. Označme r vzdálenost bodu T od počátku O kartézské soustavy souřadnic a φ úhel, který svírá polopřímka OT' s kladnou částí osy x. Dále označme ϑ úhel, který svírá polopřímka OT s kladnou částí osy z. Polohu bodu T v prostoru pak určíme trojicí čísel $[r, \varphi, \vartheta]$, kterou nazveme sférické souřadnice bodu T.

Vztah mezi kartézskými souřadnicemi $[x, y, z]$ bodu T a sférickými souřadnicemi $[r, \varphi, \vartheta]$ je dán rovnicemi:

$$\begin{aligned} x &= r\cos\varphi\sin\vartheta, \\ y &= r\sin\varphi\sin\vartheta, \\ z &= r\cos\vartheta. \end{aligned}$$

Jakobián $|J| = r^2 \sin\vartheta$.

Přitom $r \geqq 0$, úhel φ nabývá hodnot z intervalu $\langle 0, 2\pi\rangle$ nebo z jiného intervalu délky 2π a úhel ϑ nabývá hodnot z intervalu $\langle 0, \pi\rangle$.



Transformace do sférických souřadnic — varianta II

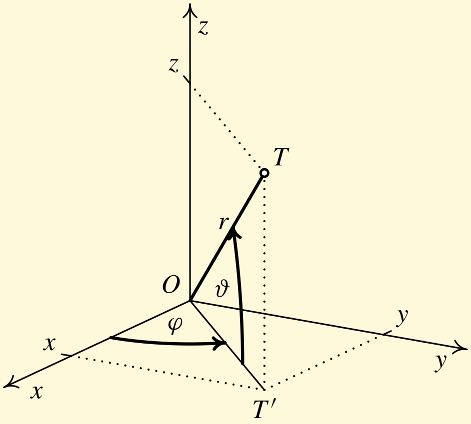
Uvažujme bod T v prostoru s kartézskými souřadnicemi $[x, y, z]$ a jeho kolmý průmět T' do roviny xy s kartézskými souřadnicemi $[x, y, 0]$. Označme r vzdálenost bodu T od počátku O kartézské soustavy souřadnic a φ úhel, který svírá polopřímka OT' s kladnou částí osy x. Dále označme ϑ úhel, který svírá polopřímka OT s polopřímkou OT'. Polohu bodu T v prostoru pak určíme trojicí čísel $[r, \varphi, \vartheta]$, kterou nazveme sférické souřadnice bodu T.

Vztah mezi kartézskými souřadnicemi $[x, y, z]$ bodu T a sférickými souřadnicemi $[r, \varphi, \vartheta]$ je dán rovnicemi:

$$\begin{aligned} x &= r \cos\varphi \cos\vartheta, \\ y &= r \sin\varphi \cos\vartheta, \\ z &= r \sin\vartheta. \end{aligned}$$

Jakobián $|J| = r^2 \cos\vartheta$.

Přitom $r \geqq 0$, úhel φ nabývá hodnot z intervalu $\langle 0, 2\pi\rangle$ nebo z jiného intervalu délky 2π a úhel ϑ nabývá hodnot z intervalu $\langle -\pi/2, \pi/2\rangle$.



Poděkování

Závěrem bychom rádi poděkovali panu doc. RNDr. J. Kubenovi, CSc. za pečlivé přečtení celé sbírky a pomoc při přípravě metapostových obrázků.

Kapitola 2

Množiny bodů v prostoru

Tato kapitola slouží k procvičení určování základních kvadrik a těles, které vznikly průnikem dvou nebo více ploch v trojrozměrném prostoru. S podobnými tělesy se setkáte v dalších kapitolách.

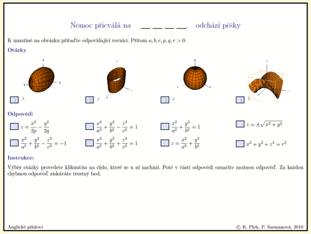
☞ Kvadriky

☞ Množiny bodů v prostoru

☞ Zkus co umíš – hry Riskuj a Poznej

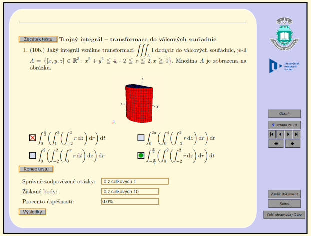
2.1. Kvadriky

Párovací hra:



Spustit

Test:



Spustit

Obsah
14. strana ze 114
Zavřít dokument
Konec
Celá obrazovka/Okno

Zacátek testu **Kvadriky**

1. (10b.)

(a) (b)

(c) (d)

Kvadrika s rovnicí $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$, $r > 0$ je na obrázku

☐ (a) ☐ (b) ☐ (c) ☐ (d)

2. (10b.) K množině na obrázku přiřaďte odpovídající rovnici. Přitom nechť $a, b, c, p, q > 0$

☐ $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$

☐ $z = \dfrac{x^2}{2p} + \dfrac{y^2}{2q}$

☐ $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = 0$

☐ $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = -1$

3. (10b.) K množině zobrazené na obrázku přiřaďte odpovídající rovnici. Přitom $a, b, c, p, q > 0$.

☐ $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$

☐ $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$

☐ $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$

☐ $z = \dfrac{x^2}{2p} + \dfrac{y^2}{2q}$

4. (10b.)

(a)

(b)

(c)

(d)

Kvadrika s rovnicí $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{2}+\dfrac{z^2}{4}=1$ je na obrázku

☐ (a) ☐ (b) ☐ (c) ☐ (d)

5. (10b.)

(a)

(b)

(c)

(d)

Nechť $a, b > 0$. Kvadrika s rovnicí $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ je na obrázku

☐ (a) ☐ (b) ☐ (c) ☐ (d)

6. (10b.)

(a)

(b)

(c)

(d)

Kvadrika s rovnicí $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$, kde $a, b, c > 0$, je na obrázku

☐ (a) ☐ (b) ☐ (c) ☐ (d)

7. (10b.)

(a) (b)

(c) (d)

Kvadrika s rovnicí $z = \dfrac{x^2}{2p} + \dfrac{y^2}{2q}$, kde $p, q > 0$, je na obrázku

☐ (a) ☐ (b) ☐ (c) ☐ (d)

8. (10b.) K množině na obrázku přiřaďte odpovídající rovnici. Přitom $a, b, c, p, q > 0$

☐ $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = 1$

☐ $z = \dfrac{x^2}{2p} - \dfrac{y^2}{2q}$

☐ $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = -1$

☐ $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$

9. (10b.)

(a) (b)

(c) (d)

Nechť $a, b, c > 0$. Kvadrika s rovnicí $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = 1$ je na obrázku

- [ ] (a)
- [ ] (b)
- [ ] (c)
- [ ] (d)

Konec testu

Správně zodpovězené otázky:

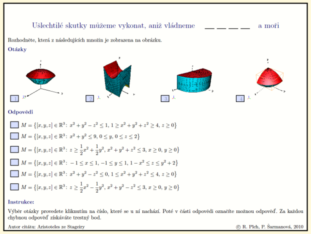
Získané body:

Procento úspěšnosti:

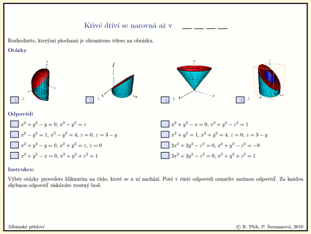
Výsledky

2.2. Množiny bodů v prostoru

Párovací hry:

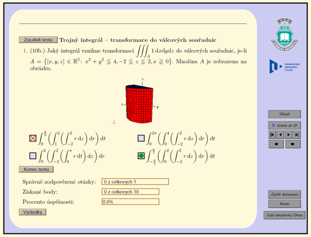


Spustit



Spustit

Test:



Spustit

Zacátek testu **Množiny bodů v prostoru**

1. (10b.) Rozhodněte, která z následujících množin je zobrazena na obrázku

test8.u3d

- ☐ $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 \colon\ 1 \leqq x^2 + y^2 - z^2 \leqq 4,\ 0 \leqq z \leqq 3,\ x \leqq 0,\ y \geqq 0\}$
- ☐ $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 \colon\ 1 \leqq x^2 + y^2 \leqq 4,\ 0 \leqq z \leqq 3,\ x \leqq 0,\ y \geqq 0\}$
- ☐ $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 \colon\ 1 \leqq x^2 - y^2 \leqq 4,\ 0 \leqq z \leqq 3,\ x \leqq 0,\ y \geqq 0\}$
- ☐ $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 \colon\ 1 \leqq x^2 + y^2 + z^2 \leqq 4,\ 0 \leqq z \leqq 3,\ x \leqq 0,\ y \geqq 0\}$

2. (10b.) Rozhodněte, kterými plochami je ohraničeno těleso na obrázku

test1.u3d

- [ ] $x^2 + y^2 = 1,\ z = x^2 - y^2,\ z = 4$
- [ ] $x^2 + y^2 = 1,\ z = x^2 + y^2,\ z = 4$
- [ ] $x^2 + y^2 = 1,\ z = 1 - x^2 - y^2,\ z = 4$
- [ ] $x^2 - y^2 = 1,\ z = 1 - x^2 - y^2,\ z = 4$

3. (10b.) Rozhodněte, kterými plochami je ohraničeno těleso na obrázku

test11.u3d

- ☐ $x^2 - y^2 = 1,\ x^2 + y^2 - z^2 = 0$
- ☐ $x^2 + y^2 - x = 0,\ x^2 + y^2 - z^2 = 1$
- ☐ $x^2 + y^2 - x = 0,\ x^2 + y^2 + z^2 = 1$
- ☐ $x^2 - y^2 = 1,\ x^2 + y^2 + z^2 = 1$

4. (10b.) Rozhodněte, kterými plochami je ohraničeno těleso na obrázku, je li $z \geqq 0$

test2.u3d

- ☐ $y^2 + z^2 - x^2 = 0,\ \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{9} - \dfrac{z^2}{9} = -1$
- ☐ $x^2 + y^2 - \dfrac{z^2}{2} = 0,\ \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{9} - \dfrac{z^2}{9} = -1$
- ☐ $x^2 + y^2 - \dfrac{z^2}{2} = 0,\ x^2 + y^2 + z^2 = 1$
- ☐ $x^2 + y^2 + z^2 = 0,\ x^2 + y^2 - z^2 = 1$

5. (10b.) Rozhodněte, která z následujících množin je zobrazena na obrázku

test3.u3d

- ☐ $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\colon\ x^2+y^2-z^2 \leqq 1,\ x^2+y^2+z^2 \leqq 4,\ z \geqq 0\}$
- ☐ $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\colon\ x^2+y^2-z^2 \leqq -1,\ 1 \leqq x^2+y^2+z^2 \leqq 4,\ z \geqq 0\}$
- ☐ $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\colon\ x^2+y^2 \leqq 1,\ 1 \leqq x^2+y^2+z^2 \geqq 4,\ z \geqq 0\}$
- ☐ $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\colon\ x^2+y^2-z^2 \leqq 0,\ 1 \leqq x^2+y^2+z^2 \leqq 4, z \geqq 0\}$

6. (10b.) Rozhodněte, která z následujících množin je zobrazena na obrázku

test4.u3d

- ☐ $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\colon\ z \geqq \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{y^2}{2},\ x^2 + y^2 + z^2 \leqq 3\}$
- ☐ $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\colon\ z \geqq \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{y^2}{2},\ x^2 + y^2 - z^2 \leqq 3\}$
- ☐ $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\colon\ z \leqq \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{y^2}{2},\ x^2 + y^2 - z^2 \geqq 3\}$
- ☐ $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\colon\ z \geqq \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{y^2}{2},\ x^2 + y^2 + z^2 \geqq 3\}$

7. (10b.) Rozhodněte, kterými plochami je ohraničeno těleso na obrázku

test5.u3d

☐ $x^2 - y^2 = 1,\ x^2 - y^2 = 4,\ z = 0,\ z = 3 - y$

☐ $x^2 - y^2 = 1,\ x^2 + y^2 = 4,\ z = 0,\ z = 3 - x$

☐ $x^2 + y^2 + z^2 = 1,\ x^2 + y^2 + z^2 = 4,\ z = 0,\ z = 3 - x$

☐ $x^2 + y^2 = 1,\ x^2 + y^2 = 4,\ z = 0,\ z = 3 - y$

8. (10b.) Rozhodněte, která z následujících množin je zobrazena na obrázku

test6.u3d

- ☐ $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 \colon\ x^2 - y^2 \leqq 9,\ 0 \leqq y,\ 0 \leqq z \leqq 2\}$
- ☐ $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 \colon\ x^2 + y^2 \leqq 9,\ 0 \leqq y,\ 0 \leqq z \leqq 2\}$
- ☐ $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 \colon\ x^2 + y^2 + z^2 \leqq 9,\ 0 \leqq y,\ 0 \leqq z \leqq 2\}$
- ☐ $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 \colon\ x^2 + y^2 - z^2 \leqq 9,\ 0 \leqq y,\ 0 \leqq z \leqq 2\}$

9. (10b.) Rozhodněte, která z následujících množin je zobrazena na obrázku

test9.u3d

- ☐ $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\colon\ -1 \leqq x \leqq 1,\ -1 \leqq y \leqq 1,\ y^2+2 \leqq z \leqq 1-x^2\}$
- ☐ $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\colon\ -1 \leqq x \leqq 1,\ -1 \leqq y \leqq 1,\ 1-x^2 \leqq z \leqq y^2+2\}$
- ☐ $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\colon\ -1 \leqq x \leqq 1,\ -1 \leqq y \leqq 1,\ 1+x^2 \leqq z \leqq x^2+y^2\}$
- ☐ $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\colon\ -1 \leqq x \leqq 1,\ -1 \leqq y \leqq 1,\ 1-x^2 \leqq z \leqq x^2+y^2\}$

Konec testu

Správně zodpovězené otázky:

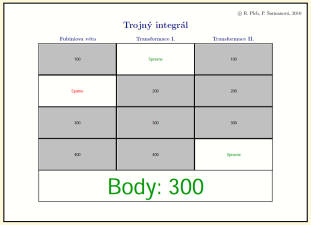
Získané body:

Procento úspěšnosti:

Výsledky

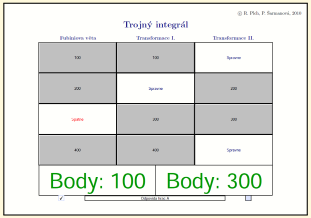
2.3. Zkus co umíš — hry Riskuj a Poznej

Hra Riskuj (varianta pro jednoho hráče):



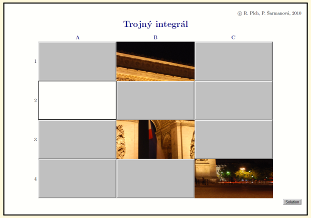
Spustit

Hra Riskuj (varianta pro dva hráče):



Spustit

Hra Poznej:



Spustit

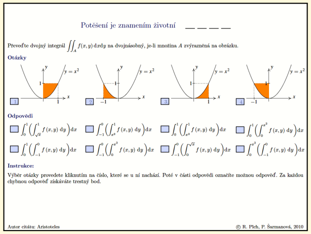
Kapitola 3

Dvojný integrál

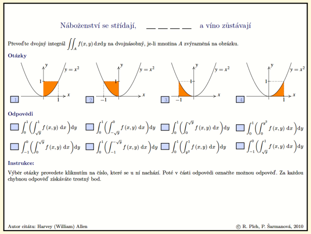
Cílem této kapitoly je procvičení problematiky dvojných integrálů, především Fubiniovy věty a řešení integrálů pomocí transformace do polárních souřadnic.

3.1. Fubiniova věta

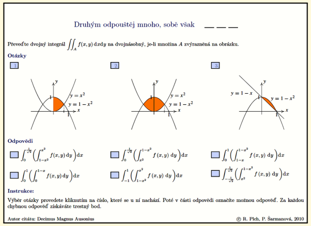
Párovací hry:



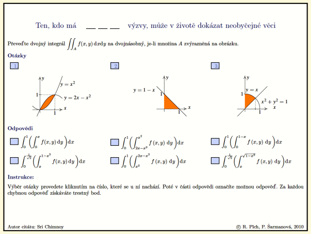
Spustit



Spustit

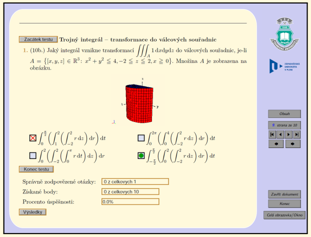


Spustit



Spustit

Test:



Spustit

Zacátek testu **Dvojný integrál – Fubiniova věta**

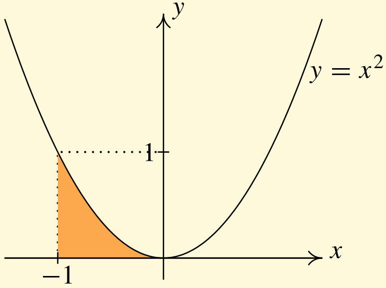
1. (2b.) Uveďte název věty, která pojednává o převedení vícerozměrného integrálu na integrál vícenásobný.

- [ ] Fubiniova
- [ ] Cauchyova
- [ ] Weierstrassova
- [ ] Greenova

2. (2b.) Platí $\iint_A f(x,y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \int_0^{2\pi}\left(\int_0^{2+\sin x}\frac{y}{3}\,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x = \frac{3\pi}{2}$. Rozhodněte, které z následujících tvrzení je pravdivé.

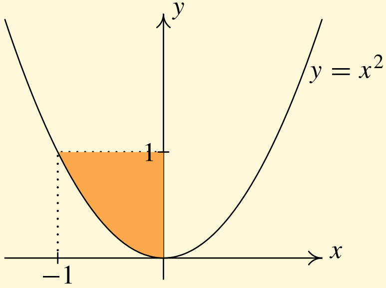
- [ ] Číslo $\frac{3\pi}{2}$ představuje obsah rovinné oblasti A.
- [ ] Číslo $\frac{3\pi}{2}$ představuje obsah rovinné oblasti, která je ohraničena funkcemi $z = \frac{y}{3}$ a $z = 2 + \sin x$.
- [ ] Číslo $\frac{3\pi}{2}$ představuje objem tělesa, které je shora ohraničeno grafem funkce $z = \frac{y}{3}$ a jehož podstava je A.
- [ ] Číslo $\frac{3\pi}{2}$ představuje objem tělesa, které je ohraničeno grafem funkce $z = 2 + \sin x$ a jehož podstava je A.

3. (6b.) Převeďte dvojný integrál $\iint_A f(x,y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ na dvojnásobný, je-li množina A zvýrazněná na obrázku.



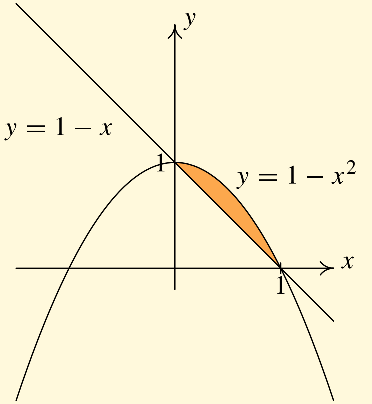
- ☐ $\int_0^{x^2}\left(\int_{-1}^{0} f(x,y)\,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$
- ☐ $\int_{-1}^{0}\left(\int_{0}^{x^2} f(x,y)\,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$
- ☐ $\int_1^{x^2}\left(\int_{-1}^{0} f(x,y)\,\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y$
- ☐ $\int_0^{1}\left(\int_{0}^{1} f(x,y)\,\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y$
- ☐ $\int_{-1}^{0}\left(\int_{0}^{1} f(x,y)\,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$
- ☐ $\int_{-1}^{0}\left(\int_{0}^{\sqrt{x}} f(x,y)\,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$
- ☐ $\int_0^{1}\left(\int_{-1}^{-\sqrt{y}} f(x,y)\,\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y$
- ☐ $\int_0^{1}\left(\int_{-1}^{\sqrt{y}} f(x,y)\,\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y$

4. (6b.) Převeďte dvojný integrál $\iint_A f(x,y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ na dvojnásobný, je-li množina A zvýrazněná na obrázku.



- ☐ $\int_0^{x^2}\left(\int_{-1}^{0} f(x,y)\,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$
- ☐ $\int_{-1}^{0}\left(\int_{0}^{1} f(x,y)\,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$
- ☐ $\int_{-1}^{0}\left(\int_{0}^{\sqrt{x}} f(x,y)\,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$
- ☐ $\int_{-1}^{0}\left(\int_{x^2}^{1} f(x,y)\,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$
- ☐ $\int_{-1}^{0}\left(\int_{\sqrt{y}}^{0} f(x,y)\,\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y$
- ☐ $\int_{-1}^{0}\left(\int_{-\sqrt{y}}^{1} f(x,y)\,\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y$
- ☐ $\int_{0}^{1}\left(\int_{-1}^{\sqrt{y}} f(x,y)\,\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y$
- ☐ $\int_{0}^{1}\left(\int_{-\sqrt{y}}^{0} f(x,y)\,\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y$

5. (6b.) Převeďte dvojný integrál $\iint_A f(x,y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ na dvojnásobný, je-li množina A zvýrazněná na obrázku.



☐ $\int_0^1 \left(\int_{1-x^2}^{1-x} f(x,y)\,\mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$

☐ $\int_0^1 \left(\int_{1-x}^{1-x^2} f(x,y)\,\mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$

☐ $\int_0^1 \left(\int_{0}^{1-x} f(x,y)\,\mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$

☐ $\int_0^1 \left(\int_{0}^{1-x^2} f(x,y)\,\mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$

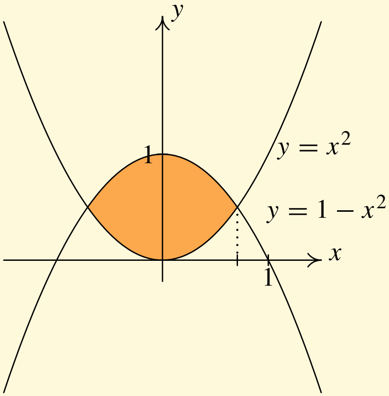
☐ $\int_0^1 \left(\int_{0}^{\sqrt{1-y}} f(x,y)\,\mathrm{d}x \right) \mathrm{d}y$

☐ $\int_0^1 \left(\int_{1-y}^{-\sqrt{1-y}} f(x,y)\,\mathrm{d}x \right) \mathrm{d}y$

☐ $\int_0^1 \left(\int_{0}^{\sqrt{y}} f(x,y)\,\mathrm{d}x \right) \mathrm{d}y$

☐ $\int_0^1 \left(\int_{1-y}^{\sqrt{1-y}} f(x,y)\,\mathrm{d}x \right) \mathrm{d}y$

6. (6b.) Převeďte dvojný integrál $\iint_A f(x,y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ na dvojnásobný, je-li množina A zvýrazněná na obrázku.



☐ $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\left(\int_{x^2}^{1-x^2} f(x,y)\,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$

☐ $\displaystyle\int_{-\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\left(\int_{x^2}^{1-x^2} f(x,y)\,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$

☐ $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\left(\int_0^{1} f(x,y)\,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$

☐ $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\left(\int_{1-x^2}^{x^2} f(x,y)\,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$

7. (6b.) U následujícího příkladu vyberte dvojnásobný integrál, který vznikne záměnou pořadí integrace u integrálu: $\int_{-2}^{0}\left(\int_{y^2-4}^{0} \mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y$.

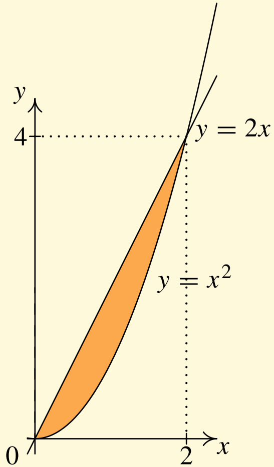
☐ $\int_{-2}^{0}\left(\int_{-\sqrt{x+4}}^{0} \mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$

☐ $\int_{-4}^{0}\left(\int_{\sqrt{x+4}}^{0} \mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$

☐ $\int_{-2}^{0}\left(\int_{-\sqrt{x-4}}^{0} \mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$

☐ $\int_{-4}^{0}\left(\int_{-\sqrt{x+4}}^{0} \mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$

8. (6b.) Určete integrál pomocí něhož spočítáme objem tělesa S ležícího pod paraboloidem $z = x^2 + y^2$ a nad množinou A v rovině xy ohraničenou přímkou $y = 2x$ a parabolou $y = x^2$. Množina A je zobrazena na obrázku.



☐ $\displaystyle\int_{x^2}^{2x}\left(\int_0^2 (x^2+y^2)\,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$

☐ $\displaystyle\int_0^2\left(\int_{x^2}^{2x} (x^2+y^2)\,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$

☐ $\displaystyle\pi\int_0^2\left(\int_{x^2}^{2x} (x^2+y^2)^2\,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$

☐ $\displaystyle\int_0^2\left(\int_{2x}^{x^2} (x^2+y^2)\,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$

9. (6b.) Určete integrál pomocí něhož spočítáme objem tělesa S ohraničeného plochou $x + y + z = 1$ a souřadnými rovinami xy, xz, yz.

t1-09.u3d

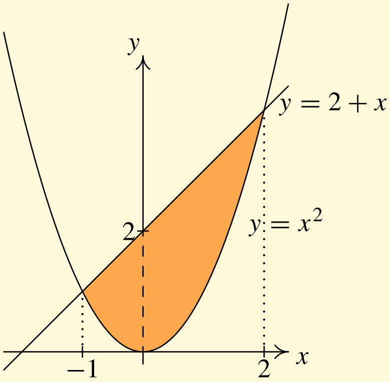
- ☐ $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_0^1 (x + y + z - 1)\, \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$
- ☐ $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_0^{1-x} (1 - x - y)\, \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$
- ☐ $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_0^1 (1 - x)\, \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$
- ☐ $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_0^{1-x} (x + y - 1)\, \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$

10. (6b.) Určete integrál pomocí něhož spočítáme objem tělesa S ohraničeného shora eliptickým paraboloidem $z = 8 - 2x^2 - y^2$ a ze zdola rovinou xy.

t1-10.u3d

- ☐ $\int_{-1}^{1} \left(\int_{-2}^{2} (8 - 2x^2 - y^2)\,\mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$
- ☐ $\int_{-1}^{1} \left(\int_{-\sqrt{8-2x^2}}^{\sqrt{8-2x^2}} (8 - 2x^2 - y^2)\,\mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$
- ☐ $\int_{-2}^{2} \left(\int_{-\sqrt{8}}^{\sqrt{8}} (8 - 2x^2 - y^2)\,\mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$
- ☐ $\int_{-2}^{2} \left(\int_{-\sqrt{8-2x^2}}^{\sqrt{8-2x^2}} (8 - 2x^2 - y^2)\,\mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$

11. (6b.) Určete integrál pomocí něhož spočítáme obsah množiny $A = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2,\ x^2 \leqq y,\ y - x \leqq 2\}$. Množina A je zobrazena na obrázku.



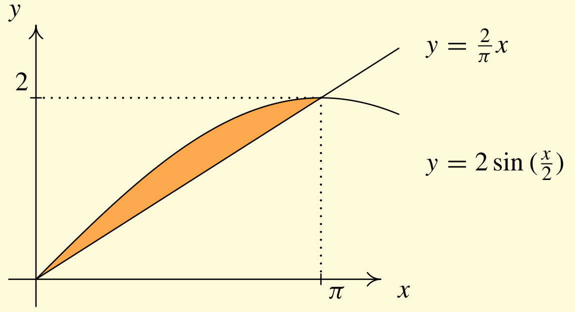
☐ $\displaystyle\int_{-1}^{2}\left(\int_{0}^{2}(x+2-x^2)\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$

☐ $\displaystyle\int_{0}^{2}\left(\int_{0}^{2+x} x^2\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$

☐ $\displaystyle\int_{-1}^{2}\left(\int_{0}^{2+x} 1\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$

☐ $\displaystyle\int_{-1}^{2}\left(\int_{x^2}^{2+x} 1\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$

12. (6b.) Zaměňte pořadí integrace u integrálu $\displaystyle\int_0^{\pi}\left(\int_{\frac{2}{\pi}x}^{2\sin\left(\frac{x}{2}\right)} f(x,y)\,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$. Integrační množina je zobrazena na obrázku.



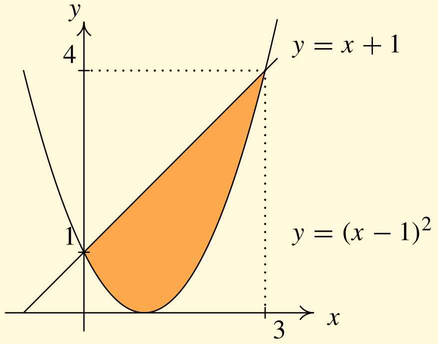
☐ $\displaystyle\int_0^{\pi}\left(\int_0^{2} f(x,y)\,\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y$

☐ $\displaystyle\int_0^{2}\left(\int_{\arcsin\left(\frac{y}{x}\right)}^{\frac{\pi}{2}y} f(x,y)\,\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y$

☐ $\displaystyle\int_0^{2}\left(\int_{2\sin\left(\frac{y}{2}\right)}^{\frac{2}{\pi}y} f(x,y)\,\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y$

☐ $\displaystyle\int_0^{2}\left(\int_{2\arcsin\left(\frac{y}{2}\right)}^{\frac{\pi}{2}y} f(x,y)\,\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y$

13. (6b.) Zaměňte pořadí integrace u integrálu $\int_0^3 \left(\int_{(x-1)^2}^{x+1} f(x,y)\,\mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$. Integrační množina je zobrazena na obrázku.



- [ ] $\int_0^4 \left(\int_{y-1}^{1+\sqrt{y}} f(x,y)\,\mathrm{d}x \right) \mathrm{d}y$
- [ ] $\int_0^1 \left(\int_{1-\sqrt{y}}^{1+\sqrt{y}} f(x,y)\,\mathrm{d}x \right) \mathrm{d}y + \int_1^4 \left(\int_{y-1}^{1+\sqrt{y}} f(x,y)\,\mathrm{d}x \right) \mathrm{d}y$
- [ ] $\int_0^4 \left(\int_{x+1}^{(x-1)^2} f(x,y)\,\mathrm{d}x \right) \mathrm{d}y$
- [ ] $\int_0^1 \left(\int_{-(y-1)^2}^{(y-1)^2} f(x,y)\,\mathrm{d}x \right) \mathrm{d}y + \int_1^4 \left(\int_{y+1}^{(y-1)^2} f(x,y)\,\mathrm{d}x \right) \mathrm{d}y$

Konec testu

Správně zodpovězené otázky:

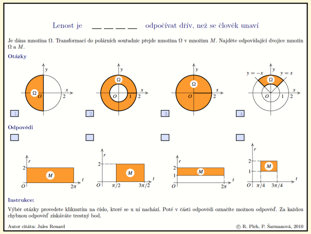
Získané body:

Procento úspěšnosti:

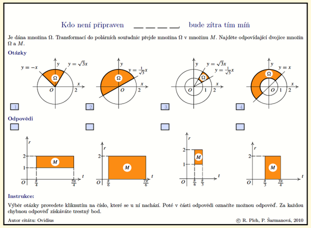
Výsledky

3.2. Transformace do polárních souřadnic

Párovací hry:

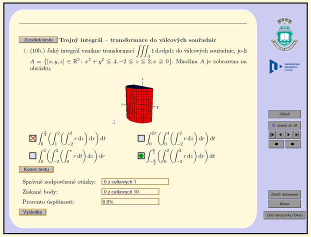


Spustit



Spustit

Test:



Spustit

Obsah
52. strana ze 114
Zavřít dokument
Konec
Celá obrazovka/Okno

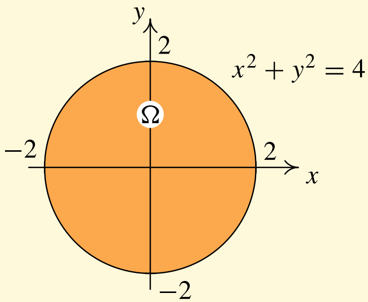
Zacátek testu **Dvojný integrál – transformace do polárních souřadnic**

1. (2b.) Určete absolutní hodnotu jakobiánu transformace do polárních souřadnic:

$$x = r\cos t$$
$$y = r\sin t$$

- [ ] $r\cos t$
- [ ] r
- [ ] r^2
- [ ] $r\sin t$

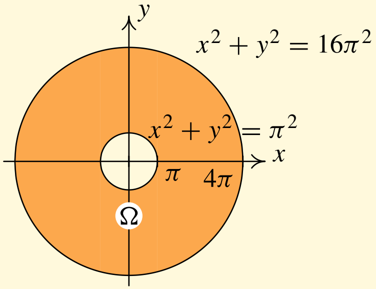
2. (6b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iint_\Omega \sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ do polárních souřadnic, je-li $\Omega = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2\colon\ x^2+y^2 \leqq 4\}$.



- [ ] $\displaystyle\int_0^{2\pi}\left(\int_0^2 r^2\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$
- [ ] $\displaystyle\int_0^2 r^2\left(\int_0^{2\pi}\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$
- [ ] $\displaystyle\int_0^{2\pi}\left(\int_0^4 \sqrt{r^2}\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$

Obsah
53. strana ze 114
Zavřít dokument
Konec
Celá obrazovka/Okno

3. (6b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iint_\Omega \sin\sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ do polárních souřadnic, je-li $\Omega = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2 \colon\ \pi^2 \leqq x^2+y^2 \leqq (4\pi)^2\}$.



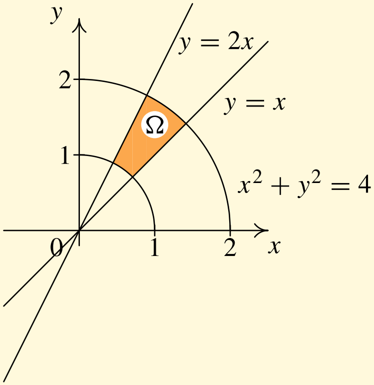
☐ $\displaystyle\int_0^{2\pi} \left(\int_\pi^{2\pi} \sin r \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

☐ $\displaystyle\int_0^{4\pi} r^2 \left(\int_0^{2\pi} r \,\mathrm{d}t \right) \mathrm{d}r$

☐ $\displaystyle\int_0^{2\pi} \left(\int_\pi^{4\pi} r \sin r \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

☐ $\displaystyle\int_\pi^{4\pi} \left(\int_\pi^{4\pi} r \sin\sqrt{r^2} \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

4. (6b.) Jaký integrál vznikne transformací $\displaystyle\iint_\Omega (x^2+y^2)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ do polárních souřadnic, je-li $\Omega = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2\colon\ 1 \leqq x^2+y^2 \leqq 4 \ \wedge\ x \leqq y \leqq 2x\}$.



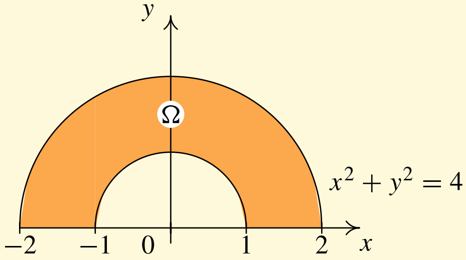
☐ $\displaystyle\int_1^4 \left(\int_{\pi/4}^{2\pi} r^3\,\mathrm{d}t\right)\mathrm{d}r$

☐ $\displaystyle\int_1^4 \left(\int_{\pi/4}^{2\pi} r^2\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$

☐ $\displaystyle\int_1^2 \left(\int_{\pi/4}^{\pi/3} r^2\,\mathrm{d}t\right)\mathrm{d}r$

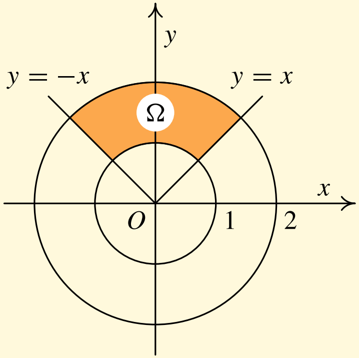
☐ $\displaystyle\int_1^2 \left(\int_{\pi/4}^{\operatorname{arctg} 2} r^3\,\mathrm{d}t\right)\mathrm{d}r$

5. (6b.) Jaký integrál vznikne transformací $\displaystyle\iint_{\Omega} \frac{\ln\left(x^2+y^2\right)}{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ do polárních souřadnic, je-li $\Omega = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2 \colon\ 1 \leqq x^2+y^2 \leqq 4\ \wedge y \geqq 0\}$.



- ☐ $\displaystyle\int_1^2 \left(\int_0^{2\pi} \frac{\ln r^2}{r^2}\,\mathrm{d}t\right)\mathrm{d}r$
- ☐ $\displaystyle\int_0^{\pi} \left(\int_1^{2} \frac{\ln r^2}{r^2}r\,\mathrm{d}t\right)\mathrm{d}r$
- ☐ $\displaystyle\int_1^2 \left(\int_0^{\pi} \frac{\ln r^2}{r^2}r\,\mathrm{d}t\right)\mathrm{d}r$
- ☐ $\displaystyle\int_0^{\pi} \left(\int_1^{2} \frac{\ln r^2}{r^2}\,\mathrm{d}t\right)\mathrm{d}r$

6. (6b.) Určete integrál pomocí něhož spočítáme objem tělesa S ležícího pod kuželovou plochou $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ a nad množinou Ω v rovině xy, která je zobrazena na obrázku.



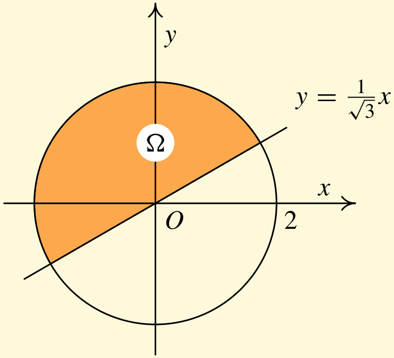
☐ $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \left(\int_1^2 r^2 \, \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

☐ $\displaystyle\int_{\frac{-\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^2 r \, \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

☐ $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{-\pi}{4}} \left(\int_1^2 \sqrt{x^2 + y^2} \, \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

☐ $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} \left(\int_0^2 \sqrt{x^2 + y^2} \, \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

7. (6b.) Určete integrál pomocí něhož spočítáme objem tělesa S ležícího pod plochou $z = \cos\left(x^2 + y^2\right)$ a nad množinou Ω v rovině xy, která je zobrazena na obrázku.



☐ $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{4\pi}{3}} \left(\int_0^2 \cos r^2 \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

☐ $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{11\pi}{6}} \left(\int_0^2 r \cos r \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

☐ $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \left(\int_0^2 r \cos r^2 \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

☐ $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \left(\int_0^2 r \cos r^2 \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

8. (6b.) Určete integrál pomocí něhož spočítáme objem tělesa S, které je ohraničeno rovinou $z = 0$ a paraboloidem $z = 1 - x^2 - y^2$.

np9.u3d

- ☐ $\int_0^{2\pi} \left(\int_0^1 r \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$
- ☐ $\int_0^{2\pi} \left(\int_0^{1-x^2} (1 - x^2 - y^2) \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$
- ☐ $\int_0^{2\pi} \left(\int_0^1 r(1 - r^2) \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$
- ☐ $\pi \int_0^{\pi} \left(\int_0^{\pi} r \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

9. (6b.) Nechť $\Omega = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leqq 2 \wedge y \geqq x\}$. Transformujte integrál $\displaystyle\iint_\Omega \mathrm{e}^{-x^2-y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ do polárních souřadnic.

- [ ] $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} \left(\int_0^{\sqrt{2}} r\mathrm{e}^{-r}\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$

- [ ] $\displaystyle\int_{\frac{-\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{\sqrt{2}} r\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$

- [ ] $\displaystyle\int_{\frac{-\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{\sqrt{2}} \mathrm{e}^{-r^2}\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$

- [ ] $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} \left(\int_0^{\sqrt{2}} r\mathrm{e}^{-r^2}\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$

10. (6b.) Nechť $\Omega = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leqq 1 \wedge x + y \geqq 1\}$. Transformujte integrál $\iint_\Omega xy \, \mathrm{d}x\mathrm{d}y$ do polárních souřadnic.

- $\square$ $$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_{\frac{1}{\sin t + \cos t}}^{1} r^3 \cos t \sin t \, \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$$
- $\square$ $$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_{1}^{\frac{1}{\sin t + \cos t}} r^3 \cos t \sin t \, \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$$
- $\square$ $$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_{0}^{1} r^3 \cos t \sin t \, \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$$
- $\square$ $$\int_{\frac{1}{\sin t + \cos t}}^{1} \left(\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} r^3 \cos t \sin t \, \mathrm{d}t \right) \mathrm{d}r$$

11. (6b.) Transformujte integrál $\int_{-3}^{3}\left(\int_{0}^{\sqrt{9-x^2}} \sin\left(x^2+y^2\right) \mathrm{d}y\right) \mathrm{d}x$ do polárních souřadnic.

- ☐ $\int_{0}^{2\pi}\left(\int_{-3}^{3} r \sin\left(r^2\right) \mathrm{d}r\right) \mathrm{d}t$
- ☐ $\int_{0}^{\pi}\left(\int_{-3}^{3} r \sin\left(r\right) \mathrm{d}r\right) \mathrm{d}t$
- ☐ $\int_{0}^{\pi}\left(\int_{0}^{3} r \sin\left(r^2\right) \mathrm{d}r\right) \mathrm{d}t$
- ☐ $\int_{0}^{2\pi}\left(\int_{0}^{3} r \, \mathrm{d}r\right) \mathrm{d}t$

Konec testu

Správně zodpovězené otázky:

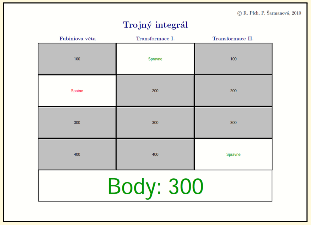
Získané body:

Procento úspěšnosti:

Výsledky

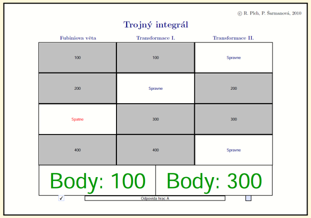
3.3. Zkus co umíš — hry Riskuj a Poznej

Hra Riskuj (varianta pro jednoho hráče):



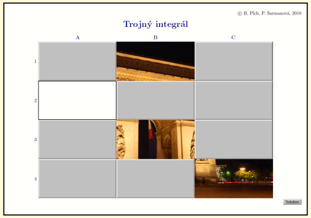
Spustit

Hra Riskuj (varianta pro dva hráče):



Spustit

Hra Poznej:



Spustit

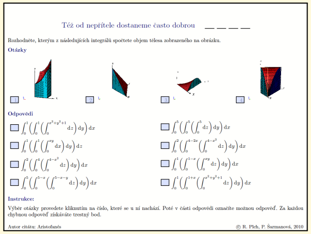
Kapitola 4

Trojný integrál

Cílem této kapitoly je procvičení problematiky trojných integrálů, především Fubiniovy věty a řešení integrálů pomocí transformace do válcových s sférických souřadnic.

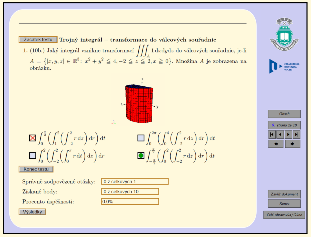
4.1. Fubiniova věta

Párovací hra:



Spustit

Test:



Spustit

Obsah
65. strana ze 114
Zavřít dokument
Konec
Celá obrazovka/Okno

Zacátek testu **Trojný integrál — Fubiniova věta**

1. (8b.) Nechť $I = \int_0^1 \left(\int_0^2 \left(\int_0^3 \mathrm{d}z \right) \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$. Rozhodněte, která z následujících tvrzení jsou pravdivá.

- [ ] $I = \int_0^1 \left(\int_0^2 3 \,\mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$.
- [ ] Pomocí integrálu I spočítáme objem kvádru o stranách 1, 2, 3.
- [ ] $I = \int_0^2 \left(\int_0^3 \left(\int_0^1 \mathrm{d}x \right) \mathrm{d}z \right) \mathrm{d}y$.
- [ ] Objem kvádru o stranách 1, 2, 3 je roven obsahu obdélníku o stranách 2, 3.

2. (10b.) Převeďte trojný integrál $\iiint_A f(x,y,z)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ na trojnásobný. Množina $A = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 \colon\ x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ z \geqq 0,\ x+y+z \leqq 5\}$ je zobrazena:

t1.u3d

☐ $\displaystyle\int_0^5 \left(\int_0^{5-x} \left(\int_0^{5-x-y} f(x,y,z)\,\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}z$

☐ $\displaystyle\int_0^5 \left(\int_0^{5} \left(\int_0^{5} f(x,y,z)\,\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$

☐ $\displaystyle\int_0^5 \left(\int_0^{5-x} \left(\int_0^{5-x-y} f(x,y,z)\,\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$

☐ $\displaystyle\int_0^5 \left(\int_0^{5} \left(\int_0^{5-x-y} f(x,y,z)\,\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}z$

3. (10b.) Převeďte trojný integrál $\iiint_A f(x,y,z)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ na trojnásobný. Množina $A = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 \colon\ 0 \leqq x \leqq 1,\ 0 \leqq y \leqq 1,\ 0 \leqq z \leqq x^2 + y^2 + 1\}$ je zobrazena:

t2.u3d

- ☐ $\int_0^1 \left(\int_0^{1+x} \left(\int_0^{x^2+y^2+1} f(x,y,z)\,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$
- ☐ $\int_0^1 \left(\int_0^{1} \left(\int_0^{x^2+y^2+1} f(x,y,z)\,\mathrm{d}x \right) \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}z$
- ☐ $\int_0^1 \left(\int_0^{1+x} \left(\int_0^{x^2+y^2+1} f(x,y,z)\,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}x \right) \mathrm{d}y$
- ☐ $\int_0^1 \left(\int_0^{1} \left(\int_0^{x^2+y^2+1} f(x,y,z)\,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$

4. (10b.) Převeďte trojný integrál $\iiint_A f(x,y,z)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ na trojnásobný. Množina $A = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 \colon\ x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ z \geqq 0,\ 2x + y \leqq 4,\ z \leqq 4 - x^2\}$ je zobrazena:

t3.u3d

- ☐ $\int_0^4 \left(\int_0^{2x} \left(\int_0^{4-x^2} f(x,y,z)\,\mathrm{d}x \right) \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}z$
- ☐ $\int_0^2 \left(\int_0^{4-2x} \left(\int_0^{4-x^2} f(x,y,z)\,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$
- ☐ $\int_0^4 \left(\int_0^{2x} \left(\int_0^{4-x^2} f(x,y,z)\,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$
- ☐ $\int_0^2 \left(\int_0^{4} \left(\int_0^{4-x^2} f(x,y,z)\,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$

5. (10b.) Převeďte trojný integrál $\iiint_A f(x,y,z)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ na trojnásobný. Množina $A = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\colon\ x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ z \geqq 0,\ x+y \leqq 1,\ z \leqq xy\}$ je zobrazena:

t4.u3d

- ☐ $\int_0^1 \left(\int_0^{1-x} \left(\int_0^{xy} f(x,y,z)\,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$
- ☐ $\int_0^1 \left(\int_0^{x} \left(\int_0^{xy} f(x,y,z)\,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$
- ☐ $\int_0^1 \left(\int_0^{1} \left(\int_0^{xy} f(x,y,z)\,\mathrm{d}x \right) \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}z$
- ☐ $\int_0^{xy} \left(\int_0^{1-x} \left(\int_0^{1} f(x,y,z)\,\mathrm{d}x \right) \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}z$

6. (10b.) Určete integrál pomocí něhož spočítáme objem zobrazeného tělesa
$\Omega = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\colon\ x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ z \geqq 0,\ y \leqq 4-2x,\ z \leqq 6-x^2\}$.

np6.u3d

- ☐ $\displaystyle\int_0^4 \left(\int_0^{2x} \left(\int_0^{6-x^2} \mathrm{d}x\right) \mathrm{d}y\right) \mathrm{d}z$
- ☐ $\displaystyle\int_0^2 \left(\int_0^{4-2x} \left(\int_0^{6-x^2} \mathrm{d}z\right) \mathrm{d}y\right) \mathrm{d}x$
- ☐ $\displaystyle\int_0^4 \left(\int_0^{2x} \left(\int_0^{6-x^2} \mathrm{d}z\right) \mathrm{d}y\right) \mathrm{d}x$
- ☐ $\displaystyle\int_0^2 \left(\int_0^{4} \left(\int_0^{6-x^2} \mathrm{d}z\right) \mathrm{d}y\right) \mathrm{d}x$

7. (10b.) Určete integrál pomocí něhož spočítáme objem zobrazeného tělesa
$\Omega = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 \colon\ 0 \leqq x \leqq 1,\ 0 \leqq y \leqq 1,\ 0 \leqq z \leqq x^2 + y^2\}$.

np7.u3d

- [ ] $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_0^1 \left(\int_0^{x^2+y^2} \mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}z$
- [ ] $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_0^{1+x} \left(\int_0^{x^2+y^2})\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y$
- [ ] $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_0^{1+x} \left(\int_0^{x^2+y^2})\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$
- [ ] $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_0^1 \left(\int_0^{x^2+y^2} \mathrm{d}z\right)\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$

8. (10b.) Určete integrál pomocí něhož spočítáme objem zobrazeného tělesa
$\Omega = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 \colon\ x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ z \geqq 0,\ x + y + z \leqq 1\}$

np8.u3d

- ☐ $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_0^{1-x} \left(\int_0^{1-x-y} \mathrm{d}x \right) \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}z$
- ☐ $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_0^{1-x} (1 - x - y)\, \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$
- ☐ $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_0^{1} \left(\int_0^{1} \mathrm{d}z \right) \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$
- ☐ $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_0^{1} (1 - x - y)\, \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}z$

9. (8b.) Uvažujme rotační válec o poloměru podstavy r a výšce h. Nechť V značí objem tohoto válce. Rozhodněte, která z následujících tvrzení jsou pravdivá.

- ☐ $V = \int_{-r}^{r} \left(\int_{-\sqrt{r^2-x^2}}^{\sqrt{r^2-x^2}} \left(\int_{0}^{h} \mathrm{d}z \right) \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x.$
- ☐ $V = \int_{-r}^{r} \left(\int_{-\sqrt{r^2-x^2}}^{\sqrt{r^2-x^2}} h \, \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x.$
- ☐ $V = \pi r^2 h$
- ☐ $V = \pi \int_{0}^{h} r^2 \, \mathrm{d}x$

Konec testu

Správně zodpovězené otázky:

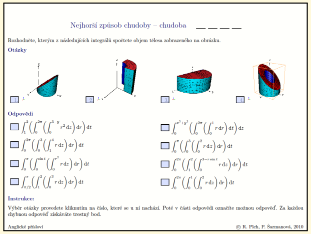
Získané body:

Procento úspěšnosti:

Výsledky

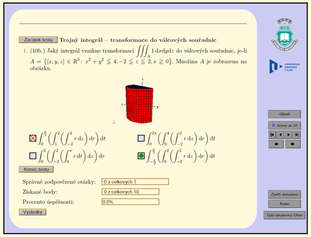
4.2. Transformace do válcových souřadnic

Párovací hra:



Spustit

Test:



Spustit

Obsah

75. strana ze 114

Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno

Zacátek testu **Trojný integrál – transformace do válcových souřadnic**

1. (2b.) Vztah mezi kartézskými a válcovými souřadnicemi při použití r, t, z je dán rovnicemi:

   - [ ] $x = r\sin t,\ y = r\cos t,\ z = t$
   - [ ] $x = r\cos t,\ y = r\sin t,\ z = t$
   - [ ] $x = r\cos t,\ y = r\sin t,\ z = z$
   - [ ] $x = r\sin t,\ y = r\cos t,\ z = z$

2. (2b.) Absolutní hodnota jakobiánu transformace do válcových souřadnic při použití r, t, z je:

   - [ ] r^2
   - [ ] r
   - [ ] $r\sin t$
   - [ ] $r\cos t$

3. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iiint_A 1\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do válcových souřadnic, je-li $A = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 \colon\ x^2 + y^2 \leqq 4, -2 \leqq z \leqq 2, x \geqq 0\}$. Množina A je zobrazena na obrázku.

tv2.u3d

- [ ] $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_1^2 \left(\int_{-2}^2 r\,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$
- [ ] $\int_0^{2\pi} \left(\int_0^4 \left(\int_{-2}^2 r\,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$
- [ ] $\int_0^2 \left(\int_{-2}^2 \left(\int_0^{\pi} r\,\mathrm{d}t \right) \mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r$
- [ ] $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^2 \left(\int_{-2}^2 r\,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

4. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do válcových souřadnic, je-li $A = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\colon\ 1 \leqq x^2+y^2 \leqq 4,\ 0 \leqq z \leqq 3-y\}$. Množina A je zobrazena na obrázku.

test5.u3d

☐ $\displaystyle\int_1^2 \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_0^{3-y} r\,\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$

☐ $\displaystyle\int_1^2 \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_0^{3-y} r^2\,\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$

☐ $\displaystyle\int_0^{2\pi} \left(\int_1^{2} \left(\int_0^{3-r\sin t} r\,\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$

☐ $\displaystyle\int_0^{2\pi} \left(\int_0^{1} \left(\int_0^{3-r\sin t} r\,\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$

5. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do válcových souřadnic, je-li $A = \left\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\colon\ 1 \leqq x^2+y^2 \leqq 4,\ -2 \leqq z \leqq 2,\ x \leqq 0\right\}$. Množina A je zobrazena na obrázku.

tv7.u3d

- [ ] $\displaystyle\int_0^{2\pi}\left(\int_0^2\left(\int_{-2}^2 r\,\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$
- [ ] $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\left(\int_1^2\left(\int_{-2}^2 r\,\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$
- [ ] $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}\left(\int_1^2\left(\int_{-2}^2 r\,\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$
- [ ] $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi}\left(\int_0^2\left(\int_0^{r\cos t} r\,\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$

6. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do válcových souřadnic, je-li $A = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 \colon\ 1 \leqq x^2+y^2 \leqq 4,\ 0 \leqq z \leqq 3,\ x \leqq 0,\ y \geqq 0\}$. Množina A je zobrazena na obrázku.

test8.u3d

- ☐ $\int_0^{\pi/2} \left(\int_1^2 \left(\int_0^3 r \,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$
- ☐ $\int_0^{2\pi} \left(\int_0^3 \left(\int_1^4 r \,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$
- ☐ $\int_0^4 \left(\int_0^3 \left(\int_0^\pi r \,\mathrm{d}t \right) \mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r$
- ☐ $\int_{\pi/2}^{\pi} \left(\int_1^2 \left(\int_0^3 r \,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

7. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do válcových souřadnic, je-li $A = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 \colon x^2 + y^2 \leqq 9,\ 0 \leqq y,\ 0 \leqq z \leqq y\}$. Množina A je zobrazena na obrázku.

tv1.u3d

☐ $\int_0^{2\pi} \left(\int_0^3 \left(\int_0^y r\,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

☐ $\int_0^{\pi} \left(\int_0^3 \left(\int_0^{r\sin t} r\,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

☐ $\int_0^{\pi} \left(\int_0^3 \left(\int_0^{r\cos t} r\,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

☐ $\int_0^{3} \left(\int_0^y \left(\int_{-\pi}^{\pi} r\,\mathrm{d}t \right) \mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r$

8. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do válcových souřadnic, je-li $A = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 \colon\ x^2+y^2 \leqq 4,\ y-2 \leqq z \leqq 2-y\}$. Množina A je zobrazena na obrázku.

tv3.u3d

- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^2 \left(\int_{-2}^{2} r\,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$
- ☐ $\int_0^{2\pi} \left(\int_0^4 \left(\int_{r\cos t}^{r\sin t} r\,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$
- ☐ $\int_0^{2} \left(\int_{2-r}^{2+r} \left(\int_{0}^{2\pi} r\,\mathrm{d}t \right) \mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r$
- ☐ $\int_0^{2\pi} \left(\int_0^2 \left(\int_{r\sin t-2}^{2-r\sin t} r\,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

9. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do válcových souřadnic, je-li $A = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3\colon\ x^2 + y^2 \leqq 9,\ y - 3 \leqq z \leqq 3 - y,\ x \geqq 0\}$. Množina A je zobrazena na obrázku.

tv4.u3d

☐ $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^3 \left(\int_{r\sin t - 3}^{3 - r\sin t} r\,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

☐ $\displaystyle\int_0^{2\pi} \left(\int_0^3 \left(\int_{3 - r\sin t}^{3 - r\cos t} r\,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

☐ $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^3 \left(\int_{y-3}^{3-y} r\,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

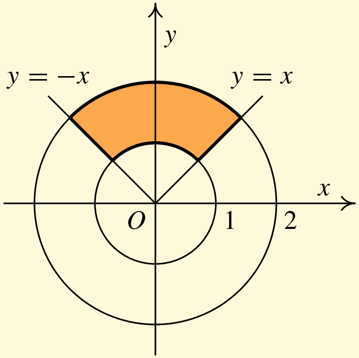
☐ $\displaystyle\int_1^2 \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_{y-3}^{3-y} r^2\,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

10. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do válcových souřadnic, je-li $A = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\colon\ 1 \leqq x^2+y^2 \leqq 9,\ y-3 \leqq z \leqq 3-y,\ x \geqq 0\}$. Množina A je zobrazena na obrázku.

tv6.u3d

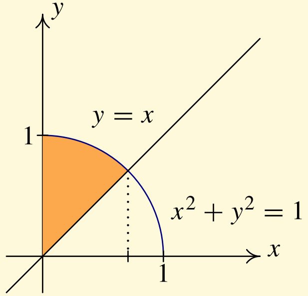
- ☐ $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^3 \left(\int_{y-3}^{3-y} r \,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$
- ☐ $\int_0^{\pi} \left(\int_1^3 \left(\int_{y-3}^{3-y} r^2 \,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$
- ☐ $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_1^3 \left(\int_{r\sin t-3}^{3-r\sin t} r \,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$
- ☐ $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left(\int_1^9 \left(\int_{3-r\sin t}^{3-r\cos t} r \,\mathrm{d}z \right) \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}t$

11. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do válcových souřadnic, je-li $A = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 \colon\ 1 \leqq x^2+y^2 \leqq 4,\ 0 \leqq z \leqq 4,\ y \geqq |x|\}$. Průmět množiny A do roviny xy je zobrazen na obrázku.



- [ ] $\int_0^4 \left(\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \left(\int_0^2 r\,\mathrm{d}r\right) \mathrm{d}t\right) \mathrm{d}z$
- [ ] $\int_0^{2\pi} \left(\int_1^2 \left(\int_0^4 r\,\mathrm{d}z\right) \mathrm{d}r\right) \mathrm{d}t$
- [ ] $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \left(\int_1^2 \left(\int_0^4 r\,\mathrm{d}z\right) \mathrm{d}r\right) \mathrm{d}t$
- [ ] $\int_0^4 \left(\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_1^2 r\,\mathrm{d}r\right) \mathrm{d}t\right) \mathrm{d}z$

12. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do válcových souřadnic, je-li $A = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\colon\ x^2+y^2 \leqq 1,\ 1 \leqq z \leqq 3,\ y \geqq x, x \geqq 0\}$. Průmět množiny A do roviny xy je zobrazen na obrázku.



☐ $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\int_1^3\left(\int_0^1 r\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}t$

☐ $\displaystyle\int_1^3\left(\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi}\left(\int_0^1 r\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t\right)\mathrm{d}z$

☐ $\displaystyle\int_0^{2\pi}\left(\int_0^1\left(\int_0^3 r\,\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$

☐ $\displaystyle\int_0^3\left(\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\int_1^2 r\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t\right)\mathrm{d}z$

13. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do válcových souřadnic, je-li $A = \left\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\colon\ x^2+y^2-y \leqq 0,\ x^2+y^2 \geqq z \geqq 0\right\}$. Množina A je zobrazena na obrázku.

test10.u3d

☐ $\displaystyle\int_0^{\pi}\left(\int_0^1\left(\int_0^{r^2} r\,\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$

☐ $\displaystyle\int_0^{r}\left(\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\int_{\sin t}^{\cos t} r\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t\right)\mathrm{d}z$

☐ $\displaystyle\int_0^{x^2+y^2}\left(\int_0^{2\pi}\left(\int_0^1 r\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t\right)\mathrm{d}z$

☐ $\displaystyle\int_0^{\pi}\left(\int_0^{\sin t}\left(\int_0^{r^2} r\,\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$

14. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do válcových souřadnic, je-li $A = \left\{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3\colon\ x^2 + y^2 \leqq 4z,\ z \leqq 4\right\}$. Množina A je zobrazena na obrázku.

np14.u3d

☐ $\displaystyle\int_0^{2\pi}\left(\int_0^4\left(\int_{\frac{r^2}{16}}^4 r\,\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$

☐ $\displaystyle\int_0^{2\pi}\left(\int_0^4\left(\int_{\frac{r^2}{4}}^4 r\,\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$

☐ $\displaystyle\int_0^{\pi}\left(\int_0^1\left(\int_0^4 r\,\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$

☐ $\displaystyle\int_0^{2\pi}\left(\int_0^2\left(\int_0^4 r\,\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$

15. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iiint_A 3z^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do válcových souřadnic, je-li $A = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\colon\ x^2+y^2 \leqq z \leqq 2-(x^2+y^2)\}$. Množina A je zobrazena na obrázku.

np15.u3d

- [ ] $\int_0^{2\pi}\left(\int_0^{2}\left(\int_0^{2-r} 3rz^2\,\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$
- [ ] $\int_0^{\pi}\left(\int_0^{1}\left(\int_0^{4} 3rz^2\,\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$
- [ ] $\int_0^{2\pi}\left(\int_0^{1}\left(\int_{r^2}^{2-r^2} 3rz^2\,\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$
- [ ] $\int_0^{\pi}\left(\int_0^{2}\left(\int_0^{4} 3z^2r\,\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}t$

Konec testu

Správně zodpovězené otázky:

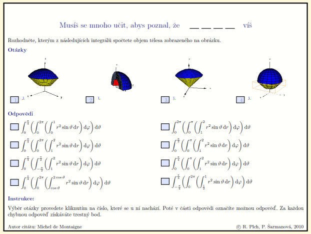
Získané body:

Procento úspěšnosti:

Výsledky

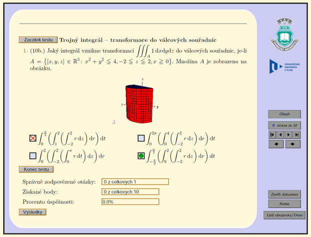
4.3. Transformace do sférických souřadnic — varianta I

Párovací hra:



Spustit

Test:



Spustit

Zacátek testu **Trojný integrál — transformace do sférických souřadnic**

1. (2b.) Vztah mezi kartézskými a sférickými souřadnicemi je při použití r, φ a ϑ dán rovnicemi:

☐ $x = r\cos\varphi\sin\vartheta,\ y = r\sin\varphi\sin\vartheta,\ z = r\cos\vartheta$

☐ $x = r\sin\varphi\sin\vartheta,\ y = r\cos\varphi\sin\vartheta,\ z = r\cos\vartheta$

☐ $x = r\cos\varphi\sin\vartheta,\ y = r\sin\varphi\sin\vartheta,\ z = r\sin\varphi$

☐ $x = r\sin\varphi\sin\vartheta,\ y = r\cos\varphi\sin\vartheta,\ z = r\sin\varphi$

2. (2b.) Absolutní hodnota jakobiánu transformace do sférických souřadnic při použití r, φ a ϑ je:

☐ $r^2\sin\vartheta^2$ ☐ $r\cos\vartheta^2$

☐ $r\sin\vartheta$ ☐ $r^2\sin\vartheta$

3. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací integrálu $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do sférických souřadnic, je-li

$$A = \left\{[x, y, z] : x^2 + y^2 + z^2 \leqq R^2, R > 0, x \geqq 0, y \geqq 0, z \geqq 0\right\}.$$

np3.u3d

- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^R r^2 \sin\vartheta \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{\pi} \left(\int_0^R r^2 \sin\vartheta \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\int_0^{\pi} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_0^R r^2 \sin\vartheta \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{\pi} \left(\int_0^{2\cos\vartheta} r^2 \sin\vartheta \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$

4. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do sférických souřadnic, je-li $A = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3\colon\ 1 \leqq x^2 + y^2 + z^2 \leqq 4, y \geqq 0, z \geqq 0\}$. Množina A je zobrazena na obrázku.

tsf3.u3d

☐ $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{\pi} \left(\int_1^4 r^2 \sin\vartheta \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$

☐ $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_{\frac{1}{2}}^1 r^2 \sin\vartheta \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$

☐ $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{\pi} \left(\int_1^2 r^2 \sin\vartheta \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$

☐ $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{\pi} \left(\int_1^2 r^2 \sin\vartheta \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$

5. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do sférických souřadnic, je-li $A = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 \colon\ x^2+y^2+z^2 \leqq 1, \sqrt{x^2+y^2} \leqq z\}$. Množina A je zobrazena na obrázku.

tsf1.u3d

- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_0^1 r^2 \sin\vartheta \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_0^2 r^2 \sin\vartheta \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{\pi} \left(\int_0^2 r^2 \sin\vartheta \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{\pi} \left(\int_1^2 r^2 \sin\vartheta \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$

6. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do sférických souřadnic, je-li $A = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3\colon\ z^2 \geqq x^2 + y^2, 1 \leqq x^2 + y^2 + z^2 \leqq 4, z \geqq 0, x \geqq 0\}$. Množina A je zobrazena na obrázku.

tsf2.u3d

- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_1^2 r^2 \sin\vartheta \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_{\frac{1}{2}}^1 r^2 \sin\vartheta \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_1^2 r^2 \sin\vartheta \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_1^2 r^2 \sin\vartheta \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$

7. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do sférických souřadnic, je-li $A = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 \colon\ x^2+y^2+z^2-z \geqq 0, x^2+y^2+z^2-2z \leqq 0, \sqrt{x^2+y^2} \leqq z\}$. Množina A je zobrazena na obrázku.

- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_0^{2\cos\vartheta} r^2 \sin\vartheta \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_{\frac{1}{2}}^{1} r^2 \sin\vartheta \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_{\cos\vartheta}^{2\cos\vartheta} r^2 \sin\vartheta \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_1^{2} r^2 \sin\vartheta \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$

8. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací integrálu $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do sférických souřadnic, je-li:

$$A=\left\{[x,y,z]: x^2+y^2+z^2\leqq 4, x^2+y^2+(z-2)^2\leqq 4, x\geqq 0\right\}.$$

Množina A je zobrazena na obrázku na další straně.

- [ ] $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\int_0^{\pi}\left(\int_0^{2} r^2\sin\vartheta\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta+\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\int_0^{\pi}\left(\int_0^{2} r^2\sin\vartheta\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta$
- [ ] $\int_0^{\frac{\pi}{3}}\left(\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\int_0^{2} r^2\sin\vartheta\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\left(\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\int_0^{1} r^2\sin\vartheta\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta$
- [ ] $\int_0^{\frac{\pi}{3}}\left(\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\int_0^{2} r^2\sin\vartheta\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta+\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\int_0^{4\cos\vartheta} r^2\sin\vartheta\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta$
- [ ] $\int_0^{\frac{\pi}{3}}\left(\int_0^{2\pi}\left(\int_0^{\cos\vartheta} r^2\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta+\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\int_0^{2\pi}\left(\int_0^{2\cos\vartheta} r^2\sin\vartheta\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta$

tsf4.u3d

9. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací integrálu $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do sférických souřadnic, je-li

$$A = \left\{[x,y,z] : x^2+y^2+z^2 \leqq R^2, x^2+y^2+(z-R)^2 \leqq R^2, R>0\right\}.$$

- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_0^{R} r^2 \sin\vartheta \,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_0^{R} r^2 \sin\vartheta \,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_0^{R} r^2 \sin\vartheta \,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_0^{R} r^2 \sin\vartheta \,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_0^{R} r^2 \sin\vartheta \,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_0^{2R\cos\vartheta} r^2 \sin\vartheta \,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_0^{R\cos\vartheta} r^2 \,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_0^{2R\cos\vartheta} r^2 \sin\vartheta \,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta$

Konec testu

Správně zodpovězené otázky:

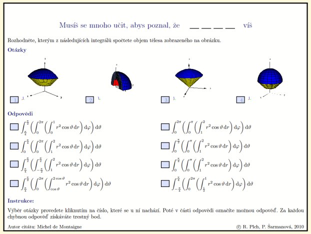
Získané body:

Procento úspěšnosti:

Výsledky

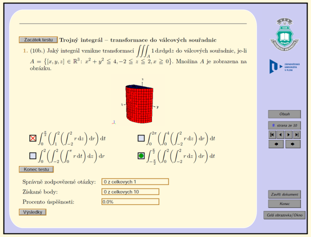
4.4. Transformace do sférických souřadnic — varianta II

Párovací hra:



Spustit

Test:



Spustit

Zacátek testu **Trojný integrál — transformace do sférických souřadnic**

1. (2b.) Vztah mezi kartézskými a sférickými souřadnicemi je při použití r, φ a ϑ dán rovnicemi:

   - ☐ $x = r\cos\varphi\cos\vartheta,\ y = r\sin\varphi\cos\vartheta,\ z = r\sin\vartheta$
   - ☐ $x = r\sin\varphi\sin\vartheta,\ y = r\cos\varphi\sin\vartheta,\ z = r\cos\vartheta$
   - ☐ $x = r\cos\varphi\sin\vartheta,\ y = r\sin\varphi\sin\vartheta,\ z = r\sin\varphi$
   - ☐ $x = r\cos\varphi\cos\vartheta,\ y = r\cos\varphi\sin\vartheta,\ z = r\sin\varphi$

2. (2b.) Absolutní hodnota jakobiánu transformace do sférických souřadnic při použití r, φ a ϑ je:

   - ☐ $r^2\sin\vartheta^2$
   - ☐ $r\cos\vartheta^2$
   - ☐ $r\sin\vartheta$
   - ☐ $r^2\cos\vartheta$

3. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací integrálu $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do sférických souřadnic, je-li

$$A = \left\{[x, y, z] : x^2 + y^2 + z^2 \leqq R^2, R > 0, x \geqq 0, y \geqq 0, z \geqq 0\right\}.$$

- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^R r^2 \cos\vartheta \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{\pi} \left(\int_0^R r^2 \cos\vartheta \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\int_0^{\pi} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_0^R r^2 \cos\vartheta \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{\pi} \left(\int_0^{2\cos\vartheta} r^2 \sin\vartheta \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$

4. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do sférických souřadnic, je-li $A = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3\colon\ 1 \leqq x^2 + y^2 + z^2 \leqq 4, y \geqq 0, z \geqq 0\}$. Množina A je zobrazena na obrázku.

tsf3.u3d

- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{\pi} \left(\int_1^4 r^2 \cos\vartheta \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_{\frac{1}{2}}^1 r^2 \cos\vartheta \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{\pi} \left(\int_1^2 r^2 \cos\vartheta \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{\pi} \left(\int_1^2 r^2 \cos\vartheta \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$

5. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do sférických souřadnic, je-li $A = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 \colon\ x^2 + y^2 + z^2 \leqq 1, \sqrt{x^2 + y^2} \leqq z\}$. Množina A je zobrazena na obrázku.

tsf1.u3d

- ☐ $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_0^1 r^2 \cos\vartheta \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_0^2 r^2 \cos\vartheta \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{\pi} \left(\int_0^2 r^2 \cos\vartheta \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{\pi} \left(\int_1^2 r^2 \cos\vartheta \,\mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$

6. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do sférických souřadnic, je-li $A = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3\colon\ z^2 \geqq x^2 + y^2, 1 \leqq x^2 + y^2 + z^2 \leqq 4, z \geqq 0, x \geqq 0\}$. Množina A je zobrazena na obrázku.

tsf2.u3d

- ☐ $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_1^2 r^2 \cos\vartheta \mathrm{d}r\right) \mathrm{d}\varphi\right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_{\frac{1}{2}}^1 r^2 \cos\vartheta \mathrm{d}r\right) \mathrm{d}\varphi\right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_1^2 r^2 \cos\vartheta \mathrm{d}r\right) \mathrm{d}\varphi\right) \mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_1^2 r^2 \cos\vartheta \mathrm{d}r\right) \mathrm{d}\varphi\right) \mathrm{d}\vartheta$

7. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do sférických souřadnic, je-li $A = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3 \colon\ x^2+y^2+z^2-z \geqq 0, x^2+y^2+z^2-2z \leqq 0, \sqrt{x^2+y^2} \leqq z\}$. Množina A je zobrazena na obrázku.

- ☐ $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi}\left(\int_0^{2\pi}\left(\int_0^{2\cos\vartheta} r^2\cos\vartheta\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\left(\int_0^{2\pi}\left(\int_{\frac{1}{2}}^{1} r^2\cos\vartheta\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\int_0^{2\pi}\left(\int_{\cos\vartheta}^{2\cos\vartheta} r^2\cos\vartheta\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\int_0^{2\pi}\left(\int_1^{2} r^2\cos\vartheta\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta$

8. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací integrálu $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do sférických souřadnic, je-li:

$$A = \left\{[x, y, z] : x^2 + y^2 + z^2 \leqq 4, x^2 + y^2 + (z-2)^2 \leqq 4, x \geqq 0\right\}.$$

Množina A je zobrazena na obrázku na další straně.

- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\int_0^{\pi} \left(\int_0^{2} r^2 \cos\vartheta \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{\pi} \left(\int_0^{2} r^2 \cos\vartheta \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$

- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{2} r^2 \cos\vartheta \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \left(\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{1} r^2 \cos\vartheta \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$

- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \left(\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{4\sin\vartheta} r^2 \cos\vartheta \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{2} r^2 \cos\vartheta \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$

- ☐ $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_0^{\cos\vartheta} r^2 \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_0^{2\cos\vartheta} r^2 \cos\vartheta \mathrm{d}r \right) \mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}\vartheta$

tsf4.u3d

9. (10b.) Jaký integrál vznikne transformací integrálu $\iiint_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ do sférických souřadnic, je-li

$$A = \left\{[x, y, z] : x^2 + y^2 + z^2 \leqq R^2, x^2 + y^2 + (z - R)^2 \leqq R^2, R > 0\right\}.$$

- ☐ $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\int_0^{2\pi}\left(\int_0^{R} r^2\cos\vartheta\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\int_0^{2\pi}\left(\int_0^{R} r^2\cos\vartheta\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\int_0^{2\pi}\left(\int_0^{R} r^2\cos\vartheta\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\left(\int_0^{2\pi}\left(\int_0^{R} r^2\cos\vartheta\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}}\left(\int_0^{2\pi}\left(\int_0^{2R\sin\vartheta} r^2\cos\vartheta\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\int_0^{2\pi}\left(\int_0^{R} r^2\cos\vartheta\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta$
- ☐ $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}}\left(\int_0^{2\pi}\left(\int_0^{R\sin\vartheta} r^2\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\int_0^{2\pi}\left(\int_0^{2R\sin\vartheta} r^2\cos\vartheta\,\mathrm{d}r\right)\mathrm{d}\varphi\right)\mathrm{d}\vartheta$

Konec testu

Správně zodpovězené otázky:

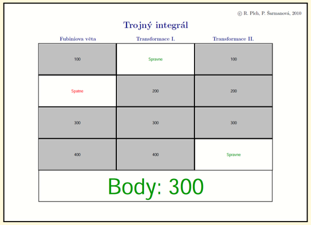
Získané body:

Procento úspěšnosti:

Výsledky

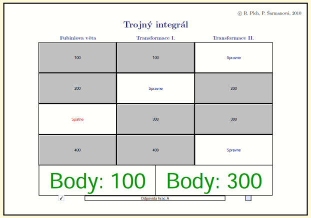
4.5. Zkus co umíš — hry Riskuj a Poznej — varianta I

Hra Riskuj (varianta pro jednoho hráče):



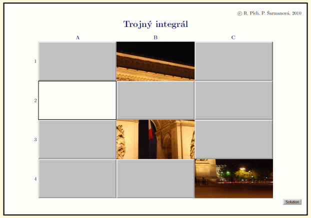
Spustit

Hra Riskuj (varianta pro dva hráče):



Spustit

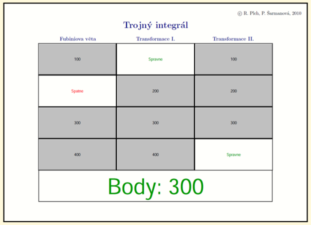
Hra Poznej:



Spustit

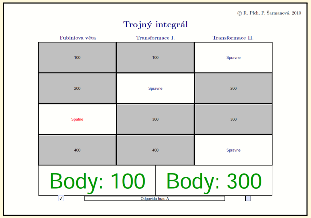
4.6. Zkus co umíš — hry Riskuj a Poznej — varianta II

Hra Riskuj (varianta pro jednoho hráče):



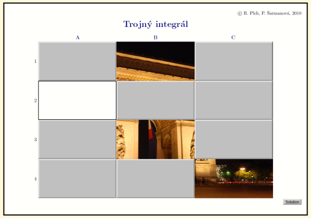
Spustit

Hra Riskuj (varianta pro dva hráče):



Spustit

Hra Poznej:



Spustit

Literatura

[1] GRAHN, Alexander. CTAN [online]. 2009 [cit. 2010-01-10]. *The movie15 package*. Dostupné z WWW: <http://www.ctan.org/tex-archive/help/Catalogue/entries/movie15.html>.

[2] JALOVÁ, Nela. *Testy z Integrálního počtu funkcí více proměnných*. Brno, 2008. 39 s. Bakalářská práce. MU Brno. Dostupné z WWW: <http://www.math.muni.cz/~plch/diplomky/jalova.pdf>.

[3] HOŠKOVÁ, Šárka; KUBEN, Jaromír; RAČKOVÁ, Pavlína. *Integrální počet funkcí více proměnných*. 1. vydání. Brno: Vojenská akademie v Brně, 2005. 140 s. Skriptum. ISBN 80-7231-031-3.

[4] MAŘÍK, Robert. CTAN [online]. 2004 [cit. 2010-03-17]. *The jeopardy package*. Dostupné z WWW: <http://www.ctan.org/tex-archive/help/Catalogue/entries/jeopardy.html>.

[5] PAVLAS, Jan. *Interaktivní hry a testy pro výuku předmětu Matematická analýza I*. Ostrava, 2010. 43 s. Bakalářská práce. FEI VŠB-TUO.

[6] PLCH, Roman; ŠARMANOVÁ, Petra. *Interaktivní 3D grafika v HTML a PDF dokumentech*. Zpravodaj Československého sdružení uživatelů TeXu, Praha, Československé sdružení uživatelů TeXu. 2008, vol. 18, no. 1-2, s. 76-92, ISSN 1211-6661 (tištěná verze), ISSN 1213-8185 (online verze).

[7] PLCH, Roman; ŠARMANOVÁ, Petra. *An Interactive Presentation of Maple 3D Graphics in PDF Documents*. Electronic Journal of Mathematics and Technology, Mathematics and Technology, LLC, Blacksburg, 2008, vol. 2, no. 3, s. 281-290, ISSN 1933-2823.

[8] PLCH, Roman; ŠARMANOVÁ, Petra; SOJKA, Petr. *Integrální počet funkcí více proměnných*. /Elportál/ [online]. 2009 [cit. 2009-09-16]. Brno: Masarykova univerzita, Vyd. 16. září 2009. Dostupné z WWW: <http://is.muni.cz/elportal/?id=845824>. ISSN 1802-128X.

[9] STORY, Donald. CTAN [online]. 2010 [cit. 2010-04-21]. *AcroTeX*. Dostupné z WWW: <http://ctan.org/tex-archive/macros/latex/contrib/acrotex/>.

[10] STORY, Donald. CTAN [online]. 2006 [cit. 2010-05-12]. *Dps*. Dostupné z WWW: <http://www.ctan.org/tex-archive/macros/latex/contrib/dps/>.