(1) $y' = f(t, y)$, $\quad f: \mathbb{R}^{1+n} \to \mathbb{R}^n$

(2) $y(t_0) = y_0$, $\quad t_0 \in \mathbb{R}$, $y_0 \in \mathbb{R}^n$

Věta (Peanova)

Nechť $f: \mathbb{R}^{1+n} \to \mathbb{R}^n$ je spojitá funkce definovaná na otevřené množině Ω. Nechť bod $(t_0, y_0) \in \Omega$. Pak (1), (2) má alespoň jedno maximální řešení.

Věta (O existenci a jednoznačnosti)

Nechť navíc jsou funkce $\frac{\partial f}{\partial y_1}, \frac{\partial f}{\partial y_2}, \dots, \frac{\partial f}{y_n}$ spojité na Ω. Pak Cauchyova úloha (1), (2) má právě jedno maximální řešení.

Př
$$y_1' = 3\sqrt[3]{y_1^2 + y_2^2}, \quad y_1(0) = 0$$
$$y_2' = 0, \quad y_2(0) = 0$$

$f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $\quad f = (f_1, f_2)$

$f_1: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ $\quad f_1(t, y_1, y_2) = 3\sqrt[3]{y_1^2 + y_2^2}$

$$\frac{\partial f_1}{\partial y_1}(t, y_1, y_2) = \frac{2y_1}{\sqrt[3]{y_1^2 + y_2^2}}$$ není spojitá v $(0,0,0)$.

$\varphi(t) = (0, 0)$,

$\psi(t) = (t^3, 0)$.